

深地环境下双钢套管-水泥环-地层 热孔隙弹性模型研究

于 弋^{1,2} 牛子骅³ Aadarsha Paudyal^{1,2} 沈吉云⁴ 杨荣伟^{1,2}

(1. 天津大学 建筑工程学院, 天津 300350; 2. 天津大学 滨海土木工程结构与安全教育部重点实验室, 天津 300350;
3. Department of Earth and Environmental Sciences, Ludwig-Maximilians-Universität München, Munich 80333, Germany;
4. 中国石油集团工程技术研究院有限公司, 北京 102200)

【摘要】 基于热孔弹性理论, 并考虑水泥环热渗效应, 论文研究了双钢套管-水泥环-围岩组合体在套管内压力和温度荷载作用下的孔弹性力学行为。通过模型验证重现了已有文献的试验数据。模型结果表明, 组合体中不排水水泥环 1 比排水水泥环 2 更容易产生界面径向开裂和界面脱黏失效破坏; 相比于 50 MPa 套管内压力的作用, $-100\text{ }^{\circ}\text{C}$ 温度荷载引发了不排水水泥环 1 界面 1 处最大负孔隙压力 -26.4 MPa , 负孔隙压力导致了界面 1 处的有效拉应力远大于水泥环的抗拉强度和黏结强度, 引发了界面 1 的径向开裂和界面脱黏失效破坏; 当水泥环的热渗系数大于 $1\times 10^{-12}\text{ m}^2/(\text{ }^{\circ}\text{C}\cdot\text{s})$ 时, 水泥环的热渗效应导致水泥环 1 负孔隙水压力更大, 使得界面 1 处的有效拉应力更大, 水泥环界面 1 处更容易发生径向开裂和界面脱黏失效破坏。

【关键词】 水泥环; 孔隙水压力; 热渗效应; 温度荷载; 热孔弹性模型

【中图分类号】 TU452

【文献标识码】 A

doi: 10.20265/j.cnki.issn.1007-2993.2025-0072

A thermo-poroelastic model for dual steel casing-cement sheath- formation in deep earth environment

YU Yi^{1,2} NIU Zihua³ AADARSHA Paudyal^{1,2} SHEN Jiyun⁴ YANG Rongwei^{1,2}

(1. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300350, China; 2. Key Laboratory of Coast Civil Structure Safety of Ministry of Education, Tianjin 300350, China; 3. Department of Earth and Environmental Sciences, Ludwig-Maximilians-Universität München, Munich 80333, Germany; 4. CNPC Engineering Technology R & D Company Limited, Beijing 102200, China)

【Abstract】 Based on thermo-poroelastic theory and accounting for the thermo-osmotic effect, this work investigates the poroelastic behavior of dual steel casing-cement sheath-formation subject to inner casing pressure and thermal loading. According to the model validation, the model well reproduces the experimental data in the existing literature. The model results show that compared with the drained cement sheath 2, the undrained cement sheath 1 is more susceptible to radial cracking and interface debonding; compared with the application of 50 MPa inner casing pressure, $-100\text{ }^{\circ}\text{C}$ thermal loading induce higher negative pore pressure at interface 1 of cement sheath 1, whose pore water pressure reach as much as -26.4 MPa , the high negative pore water pressure leads to high effective tensile stress at interface 1, resulting in the radial cracking and debonding of interface 1; when the thermo-osmotic coefficient of cement sheath is higher than $1\times 10^{-12}\text{ m}^2/(\text{ }^{\circ}\text{C}\cdot\text{s})$, the thermo-osmotic effect leads to higher negative pore water pressure and thus higher effective tensile stress at interface 1, resulting in radial cracking and interface debonding at interface 1.

【Key words】 cement sheath; pore water pressure; thermo-osmosis effect; thermal loading; thermo-poroelastic model

0 引言

过去几十年, 随着水力压裂技术快速发展, 页岩气、页岩油已经成为重要的非常规能源之一。据有

关研究估算, 中国拥有全球最大的页岩气可开采储量, 约为 31 万亿 m^3 ^[1]。近年来, 中国加大了对页岩气储量的勘探和开采力度。包括页岩气在内的能源矿产

基金项目: 中国石油科技创新基金(2021DQ02-0503); 国家自然科学基金(51708404)

作者简介: 于 弋, 男, 2001 年生, 在读硕士研究生。研究方向: 水泥基材料多物理场耦合模拟。E-mail: yuyi2418@163.com

通信作者: 杨荣伟, 男, 1982 年生, 博士, 副教授。研究方向: 水泥基材料多尺度/多物理场模拟。E-mail: yangrw@tju.edu.cn

均存在于地壳某些岩石中^[2-4],为确保深地页岩气、页岩油的开采,必须确保固井工程中水泥环密封的完整性^[5]。在深地环境下的钢套管-水泥环-围岩组合体中,水泥环-套管界面和水泥环-围岩界面的失效破坏是导致固井密封失效的最重要原因^[6]。

在过去的几十年里,专家学者针对深地环境下水泥环的力学行为开展了大量研究^[5-9]。初 纬等^[7]将水泥环和围岩视为连续介质,基于弹性力学理论,研究了套管内压力作用下,水泥环界面处的应力分布规律和破坏规律。张 智等^[8]利用厚壁圆筒理论和热弹性力学基本理论,研究了温度荷载作用下,套管在注水和地热生产过程中的应力应变以及生产过程中水泥环和地层围岩的应变力学演变规律。现有的模型^[7-8]大多将水泥环视为连续介质,不考虑水泥环的孔弹性,即水泥环孔隙压力对水泥环力学行为的影响。此外,现有研究在分析水泥环力学行为时,大多不考虑水泥环的热渗效应^[6,9]。目前,基于热孔弹性力学理论,Meng等^[5]和 Niu等^[6]对单钢套管组合体中的排水状态下水泥环的热孔弹性力学行为开展研究。但是,双钢套管-水泥环-围岩组合体中不排水状态下水泥环的热孔弹性力学行为目前还未见报道。

考虑了水泥环的孔隙水压力和热渗效应,本文建立了一个在深地环境下,套管内压力和温度荷载作用下,双钢套管-水泥环-围岩组合体水泥环的热孔弹性模型。基于文献中的试验数据,论文对建立的热孔弹性模型进行验证。此外,还对 50 MPa 套管内压力和-100℃ 温度荷载单独和共同作用下水泥环的热孔弹性力学行为进行了研究。

1 热-孔弹性模型建模

1.1 假设条件

热孔弹性模型的几个关键假设如下:

(a)假设在该工况下,套管、水泥环和地层都是平面应变问题,且其均为线弹性体或线孔弹性体。

(b)假设水泥环和地层均为完全饱和孔隙水状态,且水泥环处于不排水状态。

(c)假设孔隙水可压缩,孔隙水可以在温度或压力变化时膨胀或收缩。

(d)假设在水泥石体积单元内,孔隙水和水泥基体的温度始终处于热平衡状态。

(e)假设地层与水泥环的渗透率较低,热量仅通过传导而非对流传输。

(f)正值的应力为拉应力,负值的应力为压应力,受压的孔隙水压力为正值。

1.2 控制方程

对于水泥环和围岩等孔隙材料,其平衡方程可以表示如下:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} = \sigma_{ij,j} = 0 \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla \cdot \underline{q}_l = 0 \\ \Delta T \frac{\partial s_h}{\partial t} + \nabla \cdot \underline{q}_h = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\underline{\underline{\sigma}}$ 和 σ_{ij} 为二阶应力张量; ζ 为孔隙材料单元体内孔隙水变化量; $\underline{q}_l$ 为孔隙材料孔隙水通量向量; t 为时间; $\Delta T = T - T_0$ 表示温度变化量, T 和 T_0 分别为孔隙材料单元体当前温度和初始温度; s_h 为孔隙材料单元体熵密度; $\underline{q}_h$ 为孔隙材料单元体热通量向量。其中,式(1)第一个方程是动量守恒方程,此时,材料的自重可以忽略;式(1)第二个方程是孔隙材料单元体内孔隙水质量守恒方程;式(1)第三个方程是单元体内热能守恒方程。

类似的,孔隙材料(即围岩和水泥环)单元体的本构方程可以表示为

$$\begin{cases} \sigma_{ij} = 2G \left[\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \varepsilon \right] - b \delta_{ij} P - K \beta_d \delta_{ij} \Delta T \\ \zeta = b \varepsilon + \frac{P}{M} - \beta_v \Delta T \\ s_h = K \beta_d \varepsilon - \beta_v P + m_d \Delta T \end{cases} \quad (2)$$

式中: G , ν 和 K 分别为孔隙材料的剪切模量、泊松比和体积模量; δ_{ij} 为克罗内克系数; b 为 Biot 系数, $1/M = (b - \varphi_0)/K_s + \varphi_0/K_f$; φ_0 为孔隙材料的孔隙率; K_s 为孔隙材料固相的体积模量; K_f 为液相的体积模量; P 为孔隙水压力, $m_d = c_d/T_0$; c_d 为孔隙材料的排水比热; β_d 为孔隙材料的排水体积热膨胀系数; $\beta_v = \varphi(\beta_f - \beta_s)$ 为孔隙水和固相的体积热膨胀系数差值; ε 为孔隙材料的体积应变。钢套管的应力可以表示为

$$\sigma_{ij} = 2G^{\text{cas}} \left[\varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \beta^{\text{cas}} \Delta T + \frac{\nu^{\text{cas}}}{1-2\nu^{\text{cas}}} \delta_{ij} (\varepsilon - \beta^{\text{cas}} \Delta T) \right] \quad (3)$$

而应变张量 ε_{ij} 为

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (4)$$

式中 u_i 为位移向量。

传统上,孔隙水通量向量 $\underline{q}_l$ 和孔隙材料单元体热

通量 q_h 可以用达西定律和傅里叶定律表示如下:

$$\begin{cases} q_l = -\frac{\kappa}{\eta} \nabla P \\ q_h = -k_T \nabla T \end{cases} \quad (5)$$

式中: κ 和 k_T 分别为孔隙材料的渗透系数和热传导系数; η 为水的黏滞系数; ∇P 和 ∇T 分别为压力梯度和温度梯度。由于水泥和围岩的渗透系数极小, 因此, 只考虑孔隙单元体的热传导, 由于水流流动引起的热对流可以忽略。

对于水泥石或深地岩层, 其渗透系数特别小, 除了压力梯度引发的孔隙流体, 温度梯度也会引发流体迁移, 这种现象叫热渗效应^[9]。热渗效应是由于孔隙材料内部孔隙水因表面力的作用引发性质改变而产生的^[9]。对于低渗透率的孔隙材料, 其热渗效应相比于压力梯度引发的流体迁移更为明显。Carnahan 等^[10]的研究表明高岭土的热渗水流量是达西水流量 800 倍, 而 Ghassemi 等^[11]的研究也发现泥岩的热渗流量是达西水流量几倍。此外, 基于昂萨格倒易关系 (Onsager's reciprocal relation)^[10], 在处理多孔材料中流体场和热场的相互作用时, 压力梯度引发的达西流在水流方向也导致了热流量的产生, 该耦合作用效应称为机械热效应 (Mechano-Caloric effect)^[9]。但是, Ghassemi 等^[11]的研究结果表明, 相比于热渗效应, 低渗透性泥岩的机械热效应可以忽略不计。基于该结论, 围岩和水泥环的机械热效应也忽略不计。因此, 考虑热渗效应, 式(4)修正为

$$\begin{cases} q_l = -\frac{\kappa}{\eta} \nabla P - k_{pT} \nabla T \\ q_h = -k_T \nabla T \end{cases} \quad (6)$$

式中 k_{pT} 为孔隙材料的热渗系数。膨润土工程屏障为 $3.62 \times 10^{-12} \text{ m}^2/(\text{C} \cdot \text{s})$ ^[12], Liassic 沉积岩为 $2 \times 10^{-10} \text{ m}^2/(\text{C} \cdot \text{s})$ ^[13-14]。Gonçalves 和 Trémosa^[15]指出, 当地层的平均半孔径较小时, 对应于水泥环水灰比较低, 孔隙较细的情况, 水泥环的 T-O 系数可以高达 $1 \times 10^{-10} \text{ m}^2/(\text{C} \cdot \text{s})$, 相反当水泥环具有较大的平均孔径时, T-O 系数可能小于 $k_{pT} \leq 1 \times 10^{-12} \text{ m}^2/(\text{C} \cdot \text{s})$ 。

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial t} - c_a \nabla^2 T = \frac{\beta}{S_a} \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{\eta_d(1-\nu)}{S_a(1-2\nu)} \frac{dg}{dt} \\ \frac{\partial P}{\partial t} - c \nabla^2 P = \frac{\beta_c}{S} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{b}{S} \frac{dg}{dt} + \frac{k_{pT}}{S} \nabla^2 T \end{cases} \quad (7)$$

式中 g 为 Laplace 域的待定常数。其他参数的表达式如下

$$\begin{cases} S = \frac{1}{N} + \frac{3b^2}{3K+4G} \\ S_a = \frac{m_d(3K_a+4G)}{3K+4G} \\ c = \frac{\kappa}{\mu S} \\ c_a = \frac{k_T}{S_a T_0} \\ \eta = \frac{b(1-2\nu)}{2(1-\nu)} \\ K_a = K + \frac{(K\beta_d)^2}{m_d} \\ \beta_c = \phi(\beta_l - \beta_s) + \frac{4}{3}\eta\beta_s \\ \eta_d = K\beta_d \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} \end{cases} \quad (8)$$

1.3 边界条件

如图 1 所示, 在钢套管-水泥环-钢套管-水泥环-围岩组合体中, 假设水泥环与钢套管是共轴的, 且在加载过程中, 套管-水泥环和水泥环-地层界面不会脱离, 保持位移和应力连续, 此外, 地层中温度变化被忽略。由于地层具有各向同性的初始静地张力, 因此双套管水泥环地层系统具有轴对称性。因此, 钢套管-水泥环-钢套管-水泥环-围岩组合体的边界条件可以表示如下:

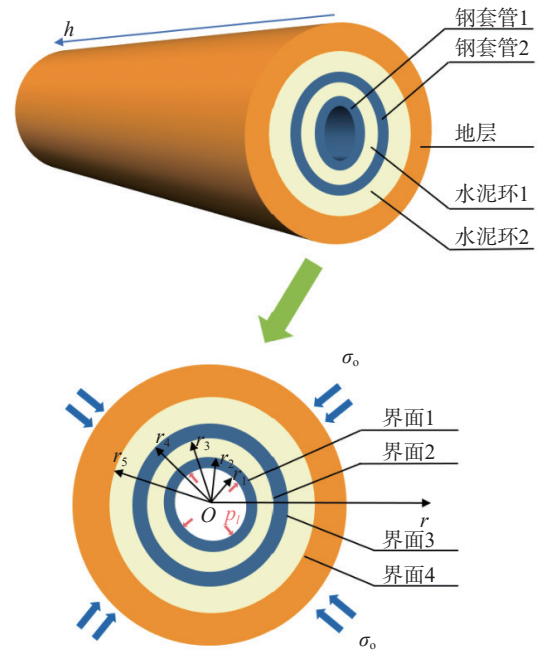


图 1 双钢套管-水泥环-围岩组合体示意图

Fig. 1 Schematic diagram of dual steel casing-cement sheath-formation

(1) 钢套管 1 内侧 $r = r_1$:

$$\sigma_{rr}^{\text{cas}}(r_1) = -p_i \quad (9)$$

式中 p_i 表示钢套管内部施加的液体压力。

(2) 界面处 $r = r_i$

当 $i = 2, 3, 4$ 时:

$$\sigma_{rr}^{\text{cas}}(r_i) = \sigma_{rr}(r_i) \quad (10)$$

$$u_r^{\text{cas}}(r_i) = u_r(r_i) \quad (11)$$

$$q_r(r_i) = 0 \quad (12)$$

当 $i = 2$ 时

$$\Delta T(r_i) = \delta T_0 \quad (13)$$

当 $i = 3, 4, 5$ 时:

$$\Delta T(r_i) = 0 \quad (14)$$

当 $i = 5$ 时

$$\sigma_{rr}(r_i) = \sigma_{rr}^{\text{for}}(r_i) \quad (15)$$

$$u_r(r_i) = u_r^{\text{for}}(r_i) \quad (16)$$

$$q_r(r_i) = q_r^{\text{for}}(r_i) \quad (17)$$

$$P(r_i) = P^{\text{for}}(r_i) \quad (18)$$

(3) 围岩无穷远处 ($r \rightarrow \infty$)

$$\Delta T^{\text{for}}(r \rightarrow \infty) = 0 \quad (19)$$

$$\sigma_{rr}^{\text{for}}(r \rightarrow \infty) = \sigma_0 \quad (20)$$

$$P^{\text{for}}(r \rightarrow \infty) = P_0 \quad (21)$$

1.4 拉普拉斯解析解与逆拉普拉斯数值解

基于拉普拉斯方法, 结合边界条件(式(9)—式(21)), 对式(7)进行求解, 可以获得拉普拉斯频域下的水泥环的温度差值、孔隙水压力、径向位移、径向孔隙水通量、Laplace 域常数、径向应变、环向应变的解析解如下:

$$\Delta T^0 = C_1 I_0(\xi_T) + C_2 K_0(\xi_T) \quad (22)$$

$$P^0 = \lambda \Delta T^0 + \gamma + C_3 I_0(\xi_p) + C_4 K_0(\xi_p) \quad (23)$$

$$\begin{aligned} u_r^0 = & \frac{\eta}{G} \left[\lambda \left(C_1 \frac{I_1(\xi_T)}{\xi_T} r - C_2 \frac{K_1(\xi_T)}{\xi_T} r \right) + \frac{\gamma}{2} r \right] \\ & C_5 + \frac{\eta}{G} \left[C_3 \frac{I_1(\xi_p)}{\xi_p} r - C_4 \frac{K_1(\xi_p)}{\xi_p} r \right] + \\ & C_6 \frac{1}{r} + \frac{\eta_d}{G} \left[C_1 \frac{I_1(\xi_T)}{\xi_T} r - C_2 \frac{K_1(\xi_T)}{\xi_T} r \right] \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} q_r^0 = & -\frac{\kappa}{\eta} \left[\lambda \sqrt{\frac{s}{k_T}} (C_1 I_1(\xi_T) - C_2 K_1(\xi_T)) \right] - \\ & \frac{\kappa}{\eta} \left[\sqrt{\frac{s}{c}} (C_3 I_1(\xi_T) - C_4 K_1(\xi_T)) \right] \end{aligned} \quad (25)$$

$$g^0 = 2C_5 \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_r^0 = & C_5 + C_6 \frac{1}{r^2} + \\ & \frac{\eta}{G} \left[a \left(C_1 \left(I_0(\xi_T) - \frac{I_1(\xi_T)}{\xi_T} \right) + C_2 \left(K_0(\xi_T) + \frac{K_1(\xi_T)}{\xi_T} \right) \right) + \right. \\ & \left. \frac{b}{2} + C_3 \left(I_0(\xi_p) - \frac{I_1(\xi_p)}{\xi_p} \right) + C_4 \left(K_0(\xi_p) + \frac{K_1(\xi_p)}{\xi_p} \right) \right] + \\ & \frac{\eta}{G} \left(C_1 \left(I_0(\xi_T) - \frac{I_1(\xi_T)}{\xi_T} \right) + C_2 \left(K_0(\xi_T) + \frac{K_1(\xi_T)}{\xi_T} \right) \right) \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_\theta^0 = & C_5 + C_6 \frac{1}{r^2} + \frac{\eta}{G} \left[a \left(C_1 \frac{I_1(\xi_T)}{\xi_T} - C_2 \frac{K_1(\xi_T)}{\xi_T} \right) + \frac{b}{2} \right] + \\ & \frac{\eta}{G} \left[C_3 \frac{I_1(\xi_p)}{\xi_p} - C_4 \frac{K_1(\xi_p)}{\xi_p} \right] + \\ & \frac{\eta}{G} \left(C_1 \frac{I_1(\xi_T)}{\xi_T} - C_2 \frac{K_1(\xi_T)}{\xi_T} \right) \end{aligned} \quad (28)$$

将拉普拉斯解析频域解进行逆拉普拉斯变换, 可以获取时域解, 该过程一般通过数值方法实现。Stehfest 算法^[16-17]是一种常用的近似拉普拉斯逆变换的数值方法, 通过估计拉普拉斯域中对应的时域值, 有效地将其转换回时域。具体的 Stehfest 数值算法如下:

$$f(t) \approx \frac{\ln 2}{t} \sum_{n=1}^M C_n F\left(n \frac{\ln 2}{t}\right) \quad (29)$$

其中

$$\begin{aligned} C_n = & (-1)^{n+\frac{M}{2}} \sum_{k=(n+1)/2}^{\min\left\{n, \frac{M}{2}\right\}} \frac{k^{\frac{m}{2}} (2k)!}{\left(\frac{M}{2} - k\right)! k! (k-1)! (n-k)! (2k-n)!} \end{aligned}$$

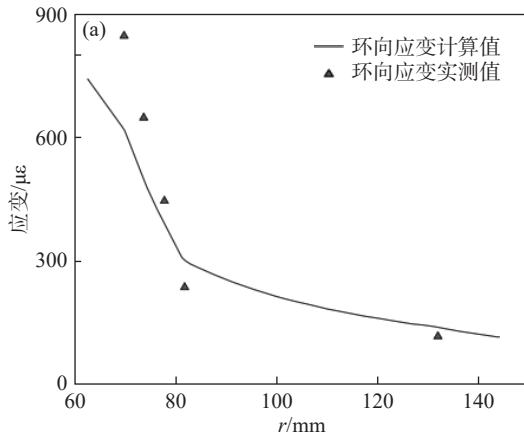
式中: F 为拉普拉斯域中的对应函数(如式(30)—式(36)); M 为 6~20 之间的偶数^[5], 本文中 M 取为 8。

2 模型试验验证

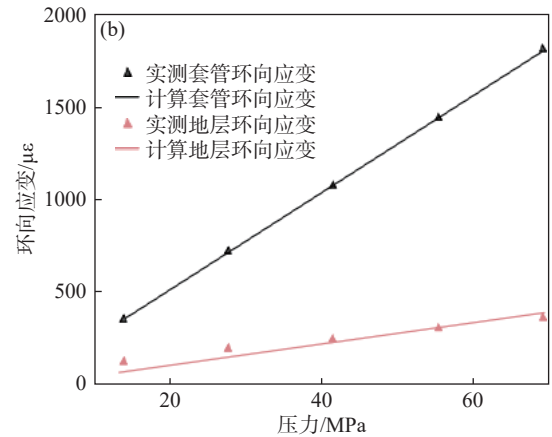
本部分利用文献[18-19]中的试验数据对本模型进行验证。文献[18]采用光纤测量在 50 MPa 套管内压力作用下, 钢套管-水泥环-钢套管组合体不同区域的环向应变。文献[19]测量不同套管压力作用下, 钢套管-水泥环-围岩组合体中, 钢套管和围岩

的环向应变。模型验证选用的材料力学和几何参数见表 1。

图 2 分别为不排水条件下钢套管-水泥环-钢套管组合体在 50 MPa 套管内压力作用下的组合体不同位置环向应变的试验和模型结果(图 2(a)), 和排水条件下钢套管-水泥环-围岩组合体在变化的套管内压力(10 ~ 70 MPa)作用下的钢套管和围岩的环向应变的试验和模型结果(图 2(b))。从图中可以发现, 在不同的排水条件下, 本模型的结果和试验结果的一致性较好。图 2 的两项试验证明了本模型的适用性。



(a) 钢套管-水泥环-钢套管试验^[20]和模拟结果比较图



(b) 钢套管-水泥环-岩层试验^[21]和模拟结果比较图

图 2 模拟结果与试验数据比较图

Fig. 2 Comparison of simulation results and experimental data

3 模型结果与讨论

在水压裂页岩气开采过程中, 当压裂液注入钢套管时, 注入的压裂液对钢套管施加套管内压力。此外, 压裂液的温度比深地钢套管的温度低, 存在温度差, 从而产生温度荷载。基于所建立的热孔弹性力学模型, 本节讨论了 50 MPa 钢套管内压力和-100 °C 温度荷载两种荷载分别作用下, 水泥环孔弹性力学行为演变规律。最后, 对套管内压力和温度荷载共同作用下水泥环的孔弹性力学行为演变规律进行分析讨论。模型的输入参数见表 2。

3.1 50 MPa 套管内压力作用下水泥环应力分析

图 3(a)展示的是双钢套管-水泥环-围岩组合体中, 围岩与水泥环剪切模量比 $G_{\text{for}}/G_{\text{cem}}$ 对水泥环 2 与地层界面 4($r = r_5$)处水泥环孔隙压力增量时变规律的影响。由于水泥环 2 处于排水条件下, 因此套管内压力诱发的水泥环孔 2 隙压力增量在初始时刻均为最大, 当 $G_{\text{for}} = 5G_{\text{cem}}$ 和 $G_{\text{for}} = 0.1G_{\text{cem}}$ 时, 其最大孔隙压力增量分别为 0.4 MPa 和-0.09 MPa。随着时间的增大, 水泥环 2 孔隙水被压力传输到岩层中, 水泥环的孔隙压力逐渐减小, 并在 10^5 s 时, 其孔隙压力增

表 1 模型验证选用的参数

Tab. 1 Parameters selected for model validation

参数名称	钢套管	水泥环	钢套管/地层	单位
杨氏模量 E	210	8	210	GPa
泊松比 ν	0.3	0.2	0.3	
热膨胀系数 β	11.59	10	11.59	$10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
内径 r	0.0627	0.06985	0.08185	m
杨氏模量 E	210	13.789		GPa
泊松比 ν	0.3	0.27		S
内径 r	0.108	0.127	0.155	m

量趋于 0。同时, 从图 3(a)中可以看到, 硬岩($G_{\text{for}} = 5G_{\text{cem}}$)环境下, 水泥环 2 孔隙压力增量为正值, 而软岩($G_{\text{for}} = 0.1G_{\text{cem}}$)产生的水泥环孔隙压力增量为负值。图 3(b)展示的是 $G_{\text{for}}/G_{\text{cem}}$ 对水泥环 1 与钢套管 1 界面 1($r = r_2$)处水泥环孔隙压力增量时变规律的影响。显然, 由于水泥环 1 处于不排水条件下, 此时, 水泥环孔隙压力增量随时间基本不变, 且随着 $G_{\text{for}}/G_{\text{cem}}$ 的增大而增大, 当 $G_{\text{for}} = 5G_{\text{cem}}$ 和 $G_{\text{for}} = 0.1G_{\text{cem}}$ 时, 其初始时刻的最大孔隙压力增量分别为 0.95 MPa 和 0.44 MPa。作为对比, 当 $G_{\text{for}} = 5G_{\text{cem}}$ 和 $G_{\text{for}} = 0.1G_{\text{cem}}$ 且套管内压力为 50 MPa 时, 文献 [6] 中的单钢套管-水泥环-围岩组合体在水泥环和钢套管界面处的最大孔隙压力增量分别为 2.5 MPa 和-1.75 MPa。显然, 单钢套管-水泥环-围岩组合体在水泥环和钢套管界面处的孔隙压力增量比双钢套管-水泥环-围岩组合体在水泥环和钢套管界面 1 处的孔隙压力增量大约 3 倍, 这是由于双钢套管组合体中的钢套管 1 和钢套管 2 部分承担了套管内压力荷载, 使得套管内压力诱发水泥环 1 的孔隙水压力增量减小。

图 4 为 50 MPa 套管内压力作用下, $t=10^3$ s 时,

表 2 双钢套管-水泥环-地层组合体的力学性质、热学性质和几何参数

Tab. 2 Mechanical, thermal and geometric parameters of the dual steel casing-cement sheath-formation assembly

	参数	数值	单位	来源
地层	$G_{\text{s,for}}^{\text{s}}$	0.9	GPa	[22]
	$K_{\text{s,for}}^{\text{s}}$	3	GPa	[22]
	$\kappa_{\text{for}}^{\text{s}}$	0.5×10^{-18}	m^2	[22]
	$\phi_{\text{for}}^{\text{s}}$	0.1		[22]
水泥环	$G_{\text{s,cem}}^{\text{s}}$	10	GPa	[23]
	$E_{\text{s,cem}}^{\text{s}}$	13.9	GPa	[8]
	$\phi_{\text{cem}}^{\text{s}}$	0.3		[23]
	$k_{\text{cem}}^{\text{s}}$	1×10^{-18}	m^2	[23]
	b	0.525		[8]
	$k_{\text{T}}^{\text{cem}}$	0.34	$\text{W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$	[6]
	$\beta_{\text{cem}}^{\text{s}}$	3.00×10^{-5}	$1/^\circ\text{C}$	[23]
	$\kappa_{\text{cem}}^{\text{s}}$	1.1×10^{-19}	m^2	[24]
孔隙水	μ	1×10^{-3}	$\text{Pa} \cdot \text{s}$	[22]
	K^{f}	2.18	GPa	[22]
	β_{f}	1.98×10^{-4}	$1/^\circ\text{C}$	[22]
钢套管	E^{cas}	200	GPa	[6]
	ν^{cas}	0.27		[6]
	$k_{\text{T}}^{\text{cas}}$	15	$\text{W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$	[6]
	β^{cas}	3.6×10^{-5}	$1/^\circ\text{C}$	[6]
几何参数	r_1	0.05715	m	
	r_2	0.06985	m	
	r_3	0.118745	m	
	r_4	0.13	m	
	r_5	0.18	m	

$G_{\text{for}}/G_{\text{cem}}$ 对双钢套管-水泥环-围岩组合体水泥环有效应力增量的影响。从图中可以发现, $t=10^3$ s 时, 水泥环环向有效应力增量和径向有效应力增量随着 $G_{\text{for}}/G_{\text{cem}}$ 的增大分别减小和增大。此外, 界面 1 处的径向有效应力增量和环向有效应力增量均为最大, 在 $G_{\text{for}}/G_{\text{cem}}=0.3, 1, 3$ 时, 其径向有效应力和环向有效应力分别为 -11, -11.8, -12.7, 7, 6.4, 5.7 MPa。在 50 MPa 套管内压力作用下, 界面 1 处环向有效应力增量均大于水泥的抗拉强度, 即 3 ~ 5 MPa^[6, 24], 水泥环 1 产生径向开裂失效破坏。由图 4 可知, 软岩环境下, 界面 1 处环向有效应力增量最大, 水泥环界面 1 最容易产生径向开裂失效破坏。这是由于软岩环境下水泥环 1 孔隙水压力增量比硬岩环境下水泥环 1 孔隙水压力增量小(见图 3(b))。此外, 图 4(b)中界面

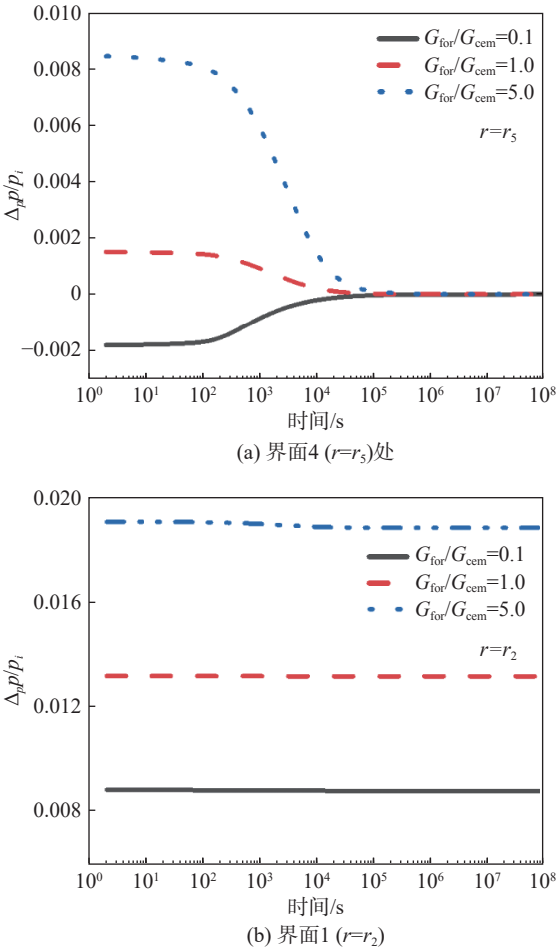


图 3 水泥环/围岩剪切模量比 $G_{\text{for}}/G_{\text{cem}}$ 对不同界面处水泥环孔隙压力时变规律的影响, 套管内压力 $p_i=50$ MPa
Fig. 3 Effect of cement sheath/formation shear modulus ratio $G_{\text{for}}/G_{\text{cem}}$ on the time-dependent pore-pressure evolution in the cement sheath at different interfaces (casing internal pressure $p_i=50$ MPa)

1 处的径向有效应力增量均比水泥环的抗压强度 (40 ~ 50 MPa)^[24] 低, 因此, 水泥环 1 不会受压破坏。

3.2 -100℃ 温度荷载作用下水泥环有效应力分布

图 5 展现了 -100℃ 温度荷载作用下, 双钢套管-水泥环-围岩组合体水泥环孔弹性力学行为时变规律, 在软岩环境 ($G_{\text{for}}/G_{\text{cem}}=0.14$) 和 -100℃ 温度荷载作用下, 由于水泥环 1 处于不排水状态, 界面 1 处的孔隙水压力增量随着加载时间不断增大, 且孔隙压力为负值, 其在 10^8 s 时的最大值为 -26.4 MPa。这是由于在温度荷载作用下, 由于水泥环 1 不排水, 所以 ζ 为 0。此外, 由于软岩的约束较弱, 因此水泥环的体积应变为负值, 但是温差引起的水泥环体积应变为正值且远大于水泥环的体积应变, 根据式 (2) 中的第 2 个公式可知孔隙压力为负值。从图 5(b)、图 5(c) 可以发现, 由于负孔隙压力的存在, 由温度荷载诱发的界面 1 ($r=r_2$) 径向有效应力和环向有效应力均比界

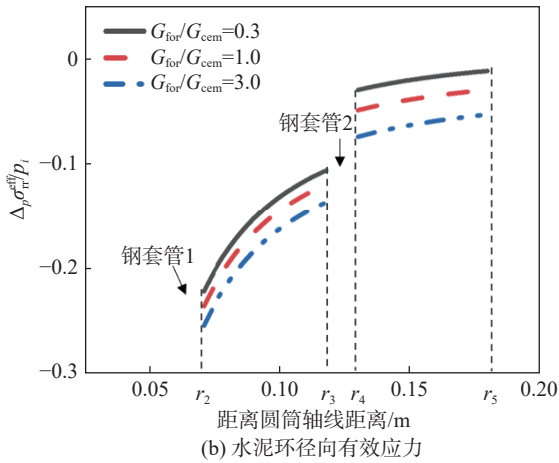
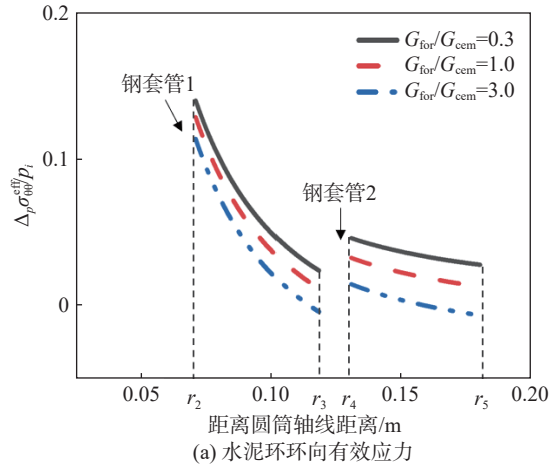


图4 $t=10^3$ s 时, 围岩与水泥环剪切模量比 $G_{\text{for}}/G_{\text{cem}}$ 对水泥环有效应力的影响, 套管内压力 $p_i=50$ MPa

Fig. 4 Effect of the shear modulus ratio of surrounding rock $G_{\text{for}}/G_{\text{cem}}$ to cement sheath on the effective stress of the cement sheath at $t=10^3$ s ($p_i=50$ MPa)

面 3 ($r=r_3$) 和界面 4 ($r=r_5$) 处的径向有效应力和环向有效应力分别为 10.3 MPa 和 10.7 MPa。界面 1 处的两个有效应力均比水泥环和钢套管的黏结强度 (1~2 MPa^[6]) 和抗拉强度 (3~5 MPa) 大, 因此水泥环 1 产生径向开裂和界面脱黏破坏。如图 5 所示, 水泥环 2 由于处于排水状态, 在温度荷载作用下, 水泥环 2 孔隙水逐渐传输到围岩中, 因此, 界面 4 和界面 5 处的孔隙压力变化不大且趋于 0, 且在 10^8 s 时, 界面 4 处的径向有效应力和环向有效应力分别为 1.7 MPa 和 -5.8 MPa, 此时界面 4 有可能发生界面脱黏失效破坏, 但水泥环 2 不会发生径向开裂破坏。

图 6 展示了 -100 °C 温度荷载作用下, 不同的剪切模量比对水泥环有效应力分布的影响。在图 6(a) 中, 无论 $G_{\text{for}}/G_{\text{cem}}$ 大小如何变化, 界面 1 处的环向有效拉应力均达到最大值。在 $G_{\text{for}}/G_{\text{cem}}=0.3, 1, 3$ 时, 界面 1 处的环向有效应力分别为 13.6, 15.3, 17.1 MPa, 远大于水泥环抗拉强度, 界面 1 处产生径向开裂破

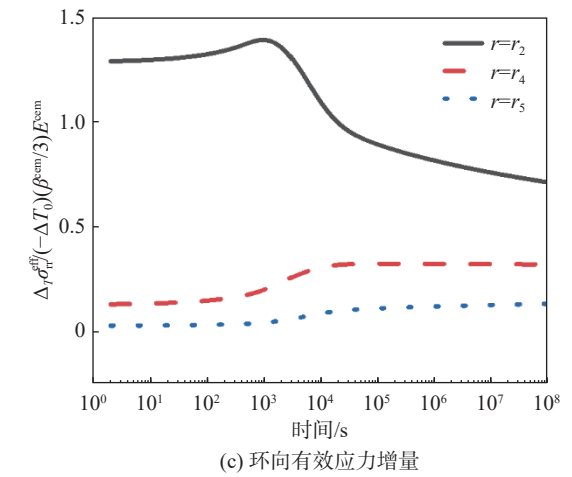
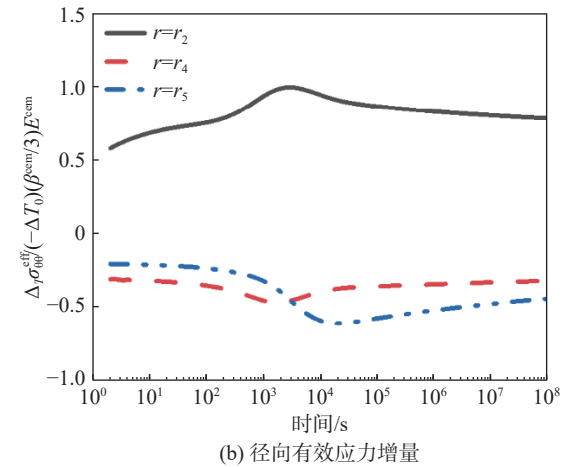
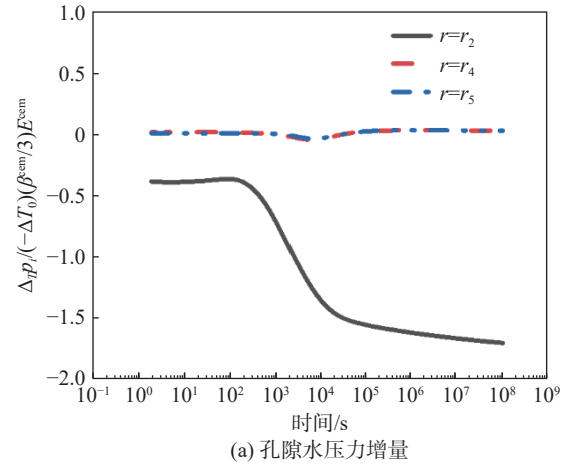


图5 $\Delta T=-100$ °C, $G_{\text{for}}/G_{\text{cem}}=0.14$ 时, 水泥环不同界面处孔隙水压力增量, 径向有效应力增量和环向有效应力增量时变规律

Fig. 5 Time-dependent variations of pore water pressure increment, radial effective stress increment and circumferential effective stress increment at different interfaces of the cement sheath at $\Delta T=-100$ °C and $G_{\text{for}}/G_{\text{cem}}=0.14$

坏, 而在界面 4 处, 环向有效应力增量趋于 0, 不会产生径向开裂。在图 6(b) 中, 界面 1 处的径向有效应力最大, 在 $t=10^3$ s 时界面 1 处的径向有效拉应力分别为 19.5, 22.2, 23.6 MPa, 均大于水泥环和钢套管的黏结

强度,因此界面1处产生界面脱黏而产生微环隙。此外, $G_{\text{for}}/G_{\text{cem}}=0.3, 1, 3$ 时, 界面4处的径向有效拉应力分别为 1.8, 4.2, 6.9 MPa, 均大于水泥环和钢套管的黏结强度, 界面4处也产生界面脱黏且产生微环隙。从图6(b)中可以发现, 硬岩环境下, 水泥环有效应力对温度荷载更为敏感, 温度荷载诱发的径向有效拉应力增量和环向有效应力增量均最大。

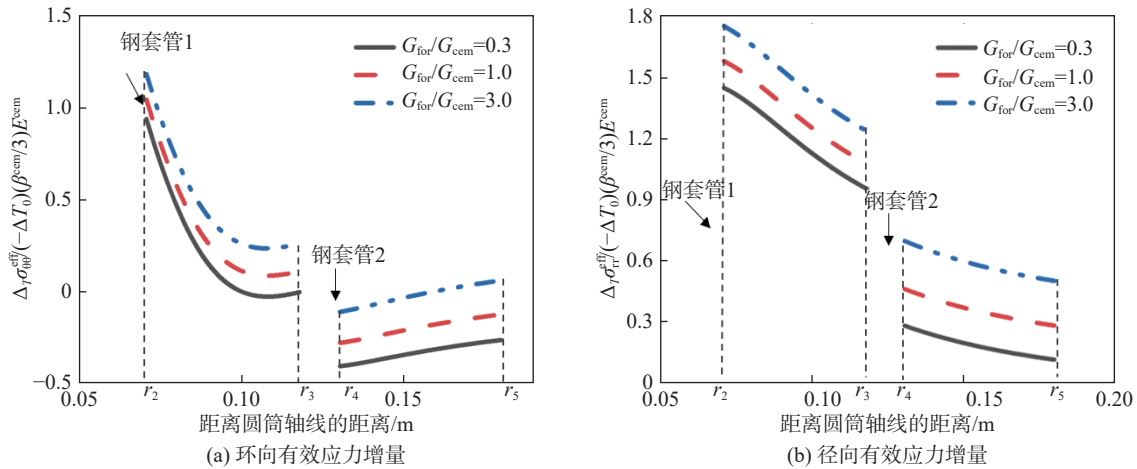


图6 $\Delta T=-100\text{ }^{\circ}\text{C}$, $t=10^3\text{ s}$ 时, 围岩与水泥环不同剪切模量比 $G_{\text{for}}/G_{\text{cem}}$ 对水泥环环向有效应力增量和径向有效应力增量的影响规律

Fig. 6 Effect of shear modulus ratio $G_{\text{for}}/G_{\text{cem}}$ between surrounding rock and cement sheath on circumferential and radial effective stress increments of the cement sheath at $\Delta T=-100\text{ }^{\circ}\text{C}$ and $t=10^3\text{ s}$

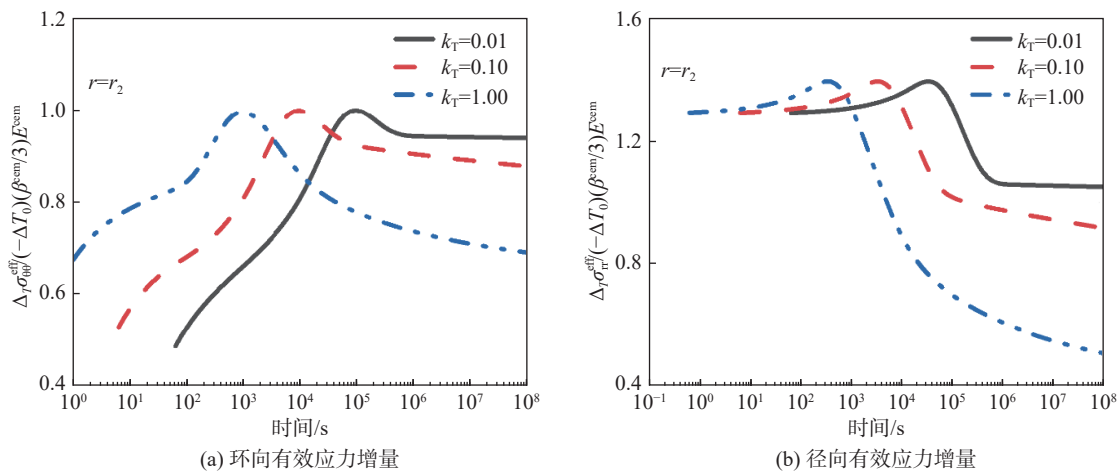


图7 $\Delta T=-100\text{ }^{\circ}\text{C}$, $G_{\text{for}}/G_{\text{cem}}=0.14$ 时, 不同水泥环热传导系数对界面1处环向有效应力增量和径向有效应力增量时变规律的影响

Fig. 7 Effect of thermal conductivity of different cement sheaths on time-dependent variations of circumferential and radial effective stress increments at Interface 1 under $\Delta T=-100\text{ }^{\circ}\text{C}$ and $G_{\text{for}}/G_{\text{cem}}=0.14$

3.3 水泥环热渗效应的影响

水泥环热渗流系数 k_{PT} 对界面1孔隙弹性力学行为的影响见图8。由图8可知, 热渗流系数 k_{PT} 越大, 界面1的孔隙水压力(负值)越大, 有效应力越大。在界面4($r=r_5$)处, 水泥环2处于排水状态下, 水泥环内孔隙水在热渗效应作用下流入岩层中, 有效应力下降

幅度不明显。根据文献[9], 孔隙材料的渗透系数越低, 则热渗透系数越大。显然, 当水泥环越密实, 则其热渗流系数越大, 温度梯度引起的热渗效应越明显。对比图5(a)可以发现, 当 $k_{\text{PT}} > 1 \times 10^{-12} \text{ m}^2/(\text{ }^{\circ}\text{C} \cdot \text{s})$ 时(对应水泥环较为密实), 热渗效应对界面1处的孔隙水压力, 环向有效应力增量和径向有效应力增量的影

响不明显。根据文献[9], 孔隙材料的渗透系数越低, 则热渗透系数越大。显然, 当水泥环越密实, 则其热渗流系数越大, 温度梯度引起的热渗效应越明显。对比图5(a)可以发现, 当 $k_{\text{PT}} > 1 \times 10^{-12} \text{ m}^2/(\text{ }^{\circ}\text{C} \cdot \text{s})$ 时(对应水泥环较为密实), 热渗效应对界面1处的孔隙水压力, 环向有效应力增量和径向有效应力增量的影

响较为明显。文献 [6] 根据水泥环三轴试验数据, 反算得到水泥环的 $k_{pT} = 5 \times 10^{-12} \text{ m}^2/(\text{°C} \cdot \text{s})$, 因此, 热渗效应对水泥环孔隙弹性力学性质的影响较为明显。

3.4 50 MPa 套管内压力与 -100 °C 温度荷载共同作用下水泥环组合体应力分析

图 9 展示了 50 MPa 套管内压力与 -100 °C 温度荷载共同作用下, 界面 1 和界面 4 有效应力时变规律。根据文献 [6] 的建议, 水泥热渗系数 $k_{pT} = 5 \times 10^{-12} \text{ m}^2/(\text{°C} \cdot \text{s})$ 。如图 9 所示, 相比于单一温度荷载作用下(见图 5), 在套管内压力和温度荷载共同作用下, 界面 1 处的径向有效应力增量降低了, 其最大值从单一温度荷载下的 19.5 MPa 降低为温度和内压力

共同作用下的 8.5 MPa; 而环向有效应力增量则增大了, 其最大值从单一温度荷载下的 13.9 MPa 增长为温度和内压力共同作用下的 22.5 MPa。显然, 在软岩环境下, 套管内压力和温度荷载产生的径向有效应力增量分别为负值和正值, 套管内压力抑制了温度荷载在界面 1 处的径向有效应力的增大, 减小了界面脱黏风险。相反, 套管内压力和温度荷载在界面 1 处产生的环向有效应力增量均为正值(拉应力), 温度荷载和内压力的共同作用增大了界面 1 处产生径向开裂的风险。相比于单一 50 MPa 的套管内压力, 单一 -100 °C 温度荷载导致界面 1 处的径向有效应力和环向有效应力的受拉破坏的趋势更为明显。

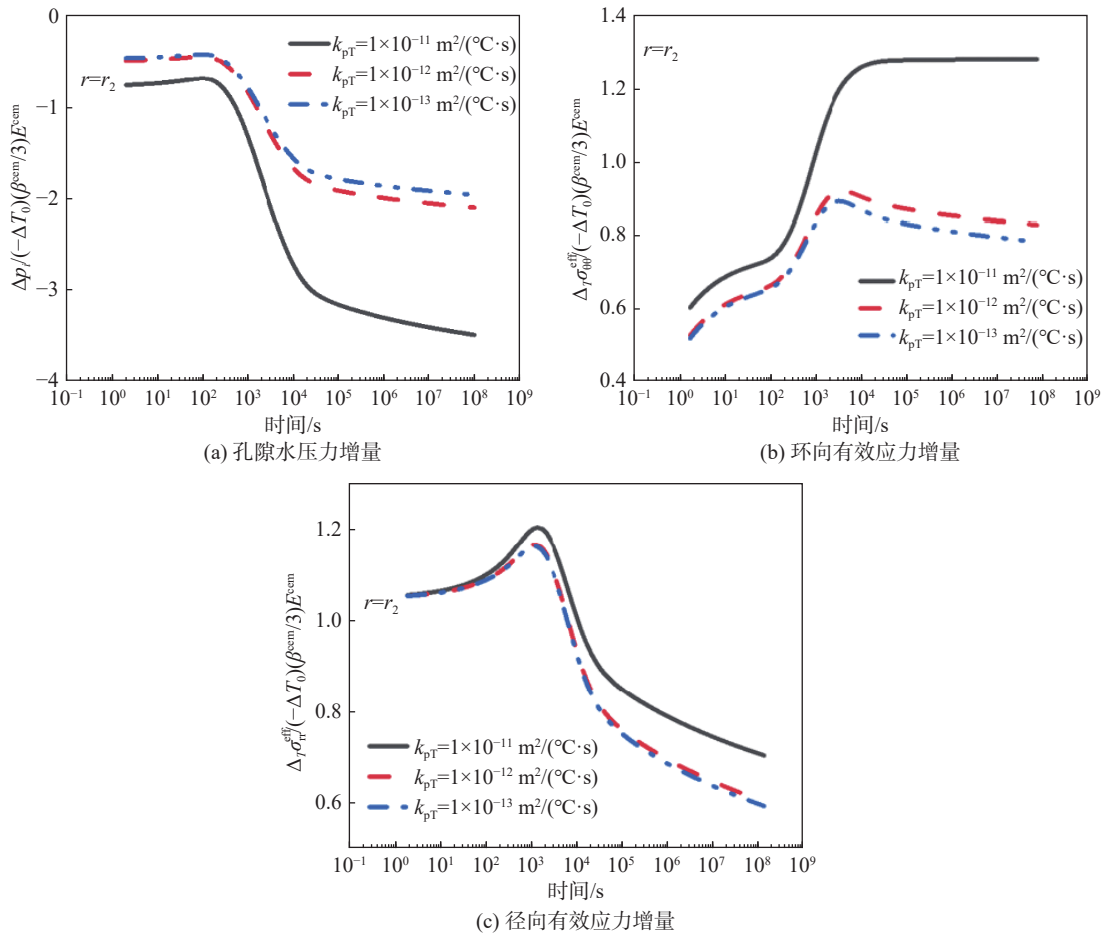


图 8 在 $\Delta T = -100 \text{ °C}$ 温度作用下, 不同热渗流系数对界面 1 处孔隙水压力增量, 环向有效应力增量和径向有效应力增量时变规律的影响, $G_{\text{for}}/G_{\text{cem}} = 0.14$

Fig. 8 Effect of different thermo-osmotic coefficients on time-dependent variations of pore water pressure increment, circumferential effective stress increment and radial effective stress increment at Interface 1 under temperature condition $\Delta T = -100 \text{ °C}$ with $G_{\text{for}}/G_{\text{cem}} = 0.14$

根据本文对 50 MPa 套管内压力和 -100 °C 温度荷载作用下的水泥环热孔弹性行为分析, 在实际工况中, 套管内压裂液的温差随着深度的增大而增加。因此, 界面 1 处具体的有效应力应根据实际工况下所施加的套管内压力和温度荷载给予确定。总体而言,

套管内压力导致界面 1 处的径向有效压应力有效折抵温度荷载引发的径向有效拉应力, 降低了界面 1 微环隙的产生风险。相反, 温度荷载和套管内压力都诱发了界面 1 处的环向有效拉应力, 二者共同作用使得界面 1 处水泥环径向开裂的可能性增大。

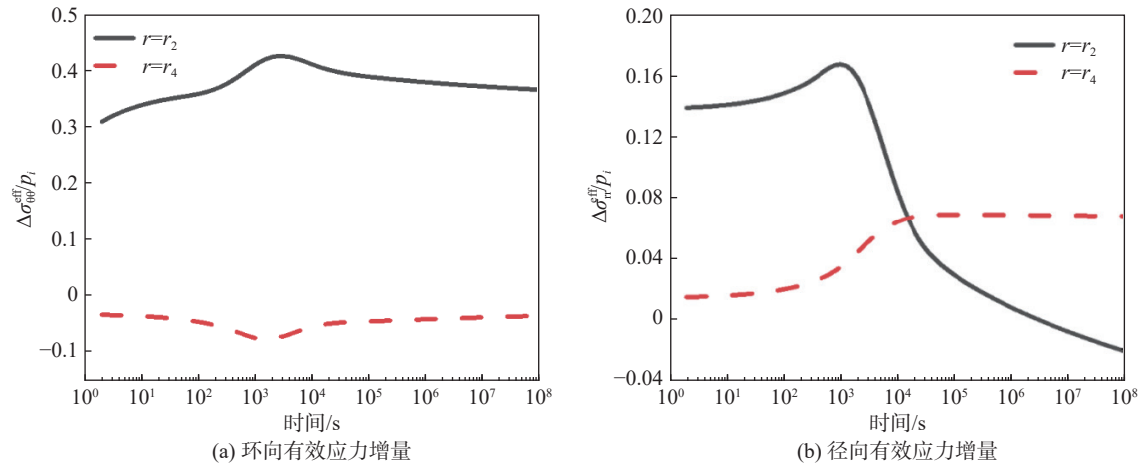


图9 在 $\Delta T = -100\text{ }^{\circ}\text{C}$ 和 $p_i = 50\text{ MPa}$ 共同作用下,水泥环界面1与界面4的环向有效应力增量和径向有效应力增量时变规律, $G_{\text{for}}/G_{\text{cem}} = 0.14$

Fig. 9 Time-dependent variations of circumferential and radial effective stress increments at Interface 1 and Interface 4 of the cement sheath under combined effects of $\Delta T = -100\text{ }^{\circ}\text{C}$ and $p_i = 50\text{ MPa}$, with $G_{\text{for}}/G_{\text{cem}} = 0.14$

4 结论

(1)相比于 50 MPa 套管内压力的作用, $-100\text{ }^{\circ}\text{C}$ 温度荷载引发了不排水水泥环1界面1处最大负孔隙压力增量为 -26.4 MPa 。负孔隙压力导致了界面1处的有效拉应力增量远大于水泥环的抗拉强度和黏结强度,引发了界面1的径向开裂和界面脱黏失效破坏。

(2)相比于单钢套管-水泥环-围岩组合体的水泥环处于排水状态,双钢套管-水泥环-围岩组合体中的水泥环1处于不排水状态,这使得界面1处的有效拉应力增量增大。

(3)当水泥环的热渗系数 $k_{pT} > 1 \times 10^{-12}\text{ m}^2/(\text{ }^{\circ}\text{C} \cdot \text{s})$ 时,水泥环的热渗效应导致水泥环1负孔隙水压力增量更大,使得水泥环界面1处的有效拉应力更大,界面1处更容易发生径向开裂和界面脱黏失效破坏。

(4)在 50 MPa 套管内压力和 $-100\text{ }^{\circ}\text{C}$ 温度荷载共同作用下,套管内压力导致界面1处的径向有效压应力有效折抵温度荷载引发的径向有效拉应力。相反,温度荷载和套管内压力都诱发了界面1处的环向有效拉应力,二者的共同作用使得界面1处水泥环径向开裂的可能性增大。

参考文献

- [1] SADATI S E, KARGAR S H, RAHBAR N, et al. The effect of the thermal conductivity coefficients of building materials according to different sources on the thermal load and carbon dioxide emissions of the building[J]. Journal of Mechanical Engineering and Vibration, 2020, 11(3): 35-43.
- [2] 汪进超, 韩增强, 王益腾, 等. 基于像素空间信息的孔内

低照度图像孔隙结构量化方法研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2024, 43(S1): 3175-3186. (WANG J C, HAN Z Q, WANG Y T, et al. Quantification method of pore structure in low illuminance borehole images based on pixel spatial information[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2024, 43(S1): 3175-3186. (in Chinese))

- [3] 张农, 项哲, 潘东江. 硅溶胶自吸渗注浆及泥岩防渗加固[J]. 岩石力学与工程学报, 2024, 43(S1): 3121-3130. (ZHANG N, XIANG Z, PAN D J. Self-imbibition grouting and argillaceous rock mass anti-seepage reinforcement with silica sol[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2024, 43(S1): 3121-3130. (in Chinese))
- [4] 刘学伟, 王赛, 刘滨, 等. 不同注浆材料填充双裂隙类岩石试样力学特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2024, 43(3): 623-638. (LIU X W, WANG S, LIU B, et al. Effect of filling grouting material on mechanical properties and mechanism of rock-like samples with double-crack[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2024, 43(3): 623-638. (in Chinese))
- [5] MENG M, FRASH F, CAREY J W, et al. Predicting cement-sheath integrity with consideration of initial state of stress and thermoporoelastic effects[J]. SPE Journal, 2021, 26(6): 3505-3528.
- [6] NIU Z H, SHEN J Y, WANG L L, et al. Thermo-poroelastic modelling of cement sheath: pore pressure response, thermal effect and thermo-osmotic effect[J]. European Journal of Environmental and Civil Engineering, 2022, 26(2): 657-682.
- [7] 初纬, 沈吉云, 杨云飞, 等. 连续变化内压压套管-水泥环-围岩组合体微环隙计算[J]. 石油勘探与开发, 2015, 42(3): 379-385. (CHU W, SHEN J Y, YANG Y

- F, et al. Calculation of micro-annulus size in casing-cement sheath-formation system under continuous internal casing pressure change[J]. *Petroleum Exploration and Development*, 2015, 42(3): 379-385. (in Chinese))
- [8] 张 智, 冯潇霄. 深层地热井考虑水泥环损伤的套管预热应力设计 [J]. 西南石油大学学报 (自然科学版), 2024, 46(1): 179-188. (ZHANG Z, FENG X X. Research on safety evaluation method of casing in geothermal well[J]. *Journal of Southwest Petroleum University (Science & Technology Edition)*, 2024, 46(1): 179-188. (in Chinese))
- [9] YIN F, HOU D L, LIU W, et al. Novel assessment and countermeasure for micro-annulus initiation of cement sheath during injection/fracturing[J]. *Fuel*, 2019, 252: 157-163.
- [10] CARNAHAN C L. Thermodynamic coupling of heat and matter flows in near-field regions of nuclear waste repositories[J]. *MRS Online Proceedings Library*, 1983, 26(1): 1023-1030.
- [11] GHASSEMI A, TAO Q, DIEK A. Influence of coupled chemo-poro-thermoelastic processes on pore pressure and stress distributions around a wellbore in swelling shale[J]. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2009, 67(1/2): 57-64.
- [12] ZHENG L, SAMPER J. A coupled THMC model of FEBEX *mock-up* test[J]. *Physics and Chemistry of the Earth, Parts A/B/C*, 2008, 33(S1): S486-S498.
- [13] DERJAGUIN B V. Some results from 50 years' research on surface forces[M]//ERIKSSON J C, LINDMAN B, STENIUS P. *Surface Forces and Surfactant Systems*. Darmstadt: Steinkopff, 1987: 17-30, doi: [10.1007/BFB0109369](https://doi.org/10.1007/BFB0109369).
- [14] YANG R W, LEMARCHAND E, FEN-CHONG T, et al. A micromechanics model for partial freezing in porous media[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2015, 75-76: 109-121.
- [15] GONÇALVÈS J, TRÉMOSA J. Estimating thermo-osmotic coefficients in clay-rocks: I. Theoretical insights [J]. *Journal of Colloid and Interface Science*, 2010, 342(1): 166-174.
- [16] DAVIES B, MARTIN B. Numerical inversion of the laplace transform: a survey and comparison of methods[J]. *Journal of Computational Physics*, 1979, 33(1): 1-32.
- [17] KANJ M, ABOUSLEIMAN Y. Porothermoelastic analyses of anisotropic hollow cylinders with applications[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2005, 29(2): 103-126.
- [18] CHEN S, JIN J Z, SHEN J Y, et al. Monitoring evolution of temperature and strain in cement sheath using embedded optical fiber Bragg gratings[J]. *SPE Journal*, 2023, 28(1): 19-31.
- [19] JACKSON P B, MURPHEY C E. Effect of casing pressure on gas flow through a sheath of set cement [C]//*Proceedings of SPE/IADC Drilling Conference*. Amsterdam: SPE, 1993: SPE-25698-MS, doi: [10.2118/25698-MS](https://doi.org/10.2118/25698-MS).
- [20] ABOUSLEIMAN Y N, KANJ M Y. The generalized Lamé' problem-Part II: applications in poromechanics[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2004, 71(2): 180-189.
- [21] 周世华, 董 芸, 杨华全. 不同胶凝体系水泥浆体线膨胀系数的研究 [J]. *长江科学院院报*, 2008, 25(1): 70-72. (ZHOU S H, DONG Y, YANG H Q. Thermal dilation coefficients of several hardened cement pastes[J]. *Journal of Yangtze River Scientific Research Institute*, 2008, 25(1): 70-72. (in Chinese))
- [22] LIENHARD J H. *A heat transfer textbook*[M]. 6th ed. North Chelmsford: Courier Corporation, 2013.
- [23] GHABEZLOO S, SULEM J, SAINT-MARC J. The effect of undrained heating on a fluid-saturated hardened cement paste[J]. *Cement and Concrete Research*, 2009, 39(1): 54-64.
- [24] ZHANG J Y, QIU J, SHEN J Y, et al. On the early behavior and microstructure of oil well cement paste incorporating with carbon nanotubes cured at a high temperature[J]. *Construction and Building Materials*, 2022, 317: 125670.

收稿日期: 2025-02-19