

文章编号: 1007-2993(2026)02-0165-10

考虑热力耦合的单层饱和土体热固结解析解

吴涛^{1,2} 欧阳桥^{1,2} 张云鹏² 徐剑波¹ 宋建军¹ 吴文兵²

(1. 中国一冶集团有限公司交通工程公司, 湖北武汉 430081; 2. 中国地质大学(武汉)工程学院, 湖北武汉 430074)

【摘要】 基于渗流理论、饱和土体固结理论和热弹性理论, 建立了单层线性土体一维热固结模型, 采用 Laplace 变换和其对应的数值逆变换的方法对土体表面作用有瞬时热源的热固结模型进行了解析求解, 通过与现有两种标准固结解答的对比, 验证了本文解答的准确性。基于所推导的解析解, 通过参数分析详细讨论了温度增量、热扩散系数与固结系数比值对土体热固结特性的影响。结果表明: 温度增量增大可以促进孔隙水压力的消散, 从而促进土体的固结; 热扩散系数与固结系数的比值越大, 土体热膨胀和固结的速率越快; 热应力的存在可以促进孔隙水压力的消散, 加快土体固结速率, 并通过土体的热膨胀减小土体的最终沉降量。

【关键词】 热固结; 热力耦合; 饱和土; 解析解

【中图分类号】 TU431

【文献标识码】 A

doi: 10.20265/j.cnki.issn.1007-2993.2025-0245

Analytical solution for thermal consolidation of single-layered saturated soil considering thermo-mechanical coupling effect

WU Tao^{1,2} OUYANG Qiao^{1,2} ZHANG Yunpeng² XU Jianbo¹
SONG Jianjun¹ WU Wenbing²

(1. Traffic Engineering Co., China First Metallurgical Co., Ltd., Wuhan 430081, Hubei, China; 2. Faculty of Engineering, China University of Geosciences, Wuhan 430074, Hubei, China)

【Abstract】 Based on seepage theory, saturated soil consolidation theory, and thermoelasticity theory, a linear one-dimensional single-layered soil thermal consolidation model was established, and the Laplace transformation and its corresponding numerical inverse transformation method were used to derive the analytical solution for the consolidation under an instantaneous heat source on the soil surface. The accuracy of the derived solution has been verified by comparison with two existing standard consolidation solutions. Through a parametric study, the effects of temperature increment, the ratio of thermal diffusivity to consolidation coefficient on the thermal consolidation characteristics of soil were discussed. The results indicate that: the increase of temperature increment can promote the dissipation of pore water pressure, thereby accelerate the consolidation of soil; the larger the ratio of thermal diffusivity to consolidation coefficient, the faster the thermal expansion and consolidation rate of soil; the presence of thermal stress can promote the dissipation of pore water pressure, accelerate the soil consolidation rate, and reduce the final settlement of the soil through the thermal expansion of the soil.

【Key words】 thermal consolidation; thermo-mechanical coupling; saturated soil; analytical solution

0 引言

1925 年, Terzaghi^[1] 提出了经典的饱和土体一维固结理论, 打开了土力学的大门。经过多年的发展, 固结理论的研究对象从天然地基^[2] 向复合地基^[3]、桩基工程^[4] 等方面不断拓展; 土体本构模型从线性^[5] 到非线性^[6]、弹塑性^[7] 等不断完善; 固结模型排水边界

条件也向着半透水边界条件^[8]、混合排水边界^[9]、连续排水边界^[10] 不断改进, 总体来说, 固结理论的发展及研究较为完善成熟。然而, 考虑温度对土体孔隙水压力的产生和消散及地基土体固结沉降的影响研究较少。随着经济的发展及社会需求的不断提高, 热能在岩土介质中的传导和扩散成为近年来聚焦的问题

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金项目(52408407)

作者简介: 吴涛, 男, 1996 年生, 博士, 工程师, 主要从事桩基工程理论与技术研究工作。E-mail: wutao2018@zju.edu.cn

通信作者: 张云鹏, 男, 1995 年生, 博士, 特任教授, 主要从事桩基静动力学理论及实验研究工作。E-mail: zytsky@cug.edu.cn

之一,在地热能开发利用与存储^[11]、放射废弃物的处理^[12]、供暖管网的设计^[13]及海底高温输油管道设计^[14]等领域均有广泛应用价值。

Passwell^[15]在固结试验中发现温度会影响土体的体积,提出了“热固结”这一概念。在热固结理论的发展方面,Biot^[16]在等温条件下提出了饱和土体热水力耦合固结控制方程,做出了开创性的工作。随着热固结理论解析求解的发展,Tang等^[17]考虑成层饱和土地基中的热阻效应,建立了变荷载作用下的一维热固结方程,给出该模型下的孔压和沉降解答。Song等^[18]考虑热渗效应,对饱和土的热弹性响应问题进行了解析研究。韩涛等^[19]考虑非达西渗流,研究了大变形作用下土体的热固结问题并得到了固结度和孔压的数值解。Lu等^[20]考虑温度对土体先期固结压力和渗透性的影响,建立了温度非均匀分布下的热固结方程并获得了数值解。Hua等^[21]考虑了土骨架和孔隙水的热膨胀性差异,对热收缩性土的二维热固结问题进行了研究。Liu等^[22]基于温度影响土体孔隙比的表达式并结合次压缩建立了饱和土体热固结控制方程并给出了解析解。夏建中等^[23]基于渗透系数在水平和垂直方向上的各向异性建立了二维热固结模型。Jiang等^[24]针对饱和土的热水力耦合建立了一种新颖的数学框架,并采用有限差分法进行了数值求解。此外,不少学者针对土体热力学本构模型^[25-26]开展了详细研究。然而,现有热固结理论研究中大多忽略了排水边界的时间效应,他们沿用了Terzaghi一维固结理论中理想化的边界条件,忽略了边界条件和初始条件之间的矛盾,这与实际工程不符,无法准确估计地基固结速率和土体的最终沉降量。

实际上,排水边界的透水性通常介于完全排水和不排水之间。Mei等^[27-28]提出一种能够反映排水面处超静孔隙水压力随时间逐渐消散的连续排水边界,并据此推导出瞬时荷载作用下的一维固结解析解。随后,众多学者基于该边界条件,进一步研究了土体的非线性^[29]、变荷载^[30]等特性对土体一维固结理论的影响。然而,针对连续排水边界条件下考虑热力耦合作用的土体热固结响应的研究仍然较少。

此外,上述研究中大多只考虑了温度对土体材料特性的影响,没有考虑热力耦合作用,这使得计算结果与实际存在一定偏差。基于此,本文考虑地表瞬时作用有恒热源的情况,综合考虑边界孔压的时间效应,给出了考虑热力耦合作用的饱和土体一维热固结解析解,分析了超静孔压、沉降、平均固结度等热固结性状。

1 基本问题

1.1 固结模型的建立

本文建立的考虑热力耦合效应的饱和线性土体一维热固结模型见图1。图中 H 为土层总厚度, q_0 为瞬时作用于土体表面的无限大面积均匀分布的外荷载,土层顶面承受一个均匀分布的温度增量 T_s 。

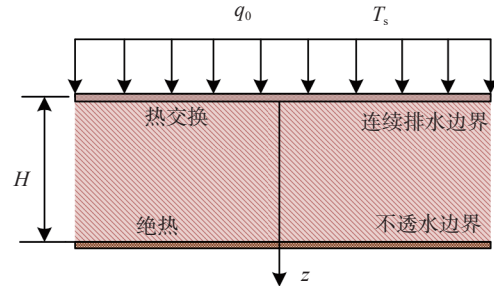


图1 饱和线性单层土体一维热固结模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of a one-dimensional thermal consolidation model of saturated linear single-layer soil

根据土体的渗流连续性和有效应力原理,本文的渗流连续方程采用文献[31]中的形式,可得土体在固结过程中的渗流连续性方程为:

$$c_v \frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial t} - A \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (1)$$

式中: σ 为瞬时有效应力; θ 为土体所受到的温度增量; z 为纵坐标; t 为时间; c_v 为固结系数,可表示为 $c_v = kE_s/\gamma_w$,其中, k , γ_w , E_s 分别为渗透系数、重度和压缩模量, E_s 的表达式为:

$$E_s = \frac{(1-\mu)E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \quad (2)$$

式中: μ 为土体排水泊松比, E 为土体变形模量; $A = \beta - aE_s$,其中 β 为热力系数, $\beta = aE/(1-2\mu)$, a 为土体热膨胀系数, $a = (1-n)a_s + na_w$, a_s 为土颗粒膨胀系数和 a_w 为水的热膨胀系数; n 为土体孔隙率。

考虑热力耦合作用的热传导方程为^[32]:

$$\left(C + \frac{T_0 \beta^2}{E_s} \right) \frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{T_0 \beta}{E_s} \frac{\partial \sigma}{\partial t} = K \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad (3)$$

式中: T_0 为初始温度; C 为土体的体积比热; K 为土的导热系数。

由图1可知,该模型边界条件为

$$\begin{cases} z=0: \sigma = q_0 - q_0 e^{-\alpha \frac{z}{H}}, \theta = T_s \\ z=H: \frac{\partial \sigma}{\partial z} = 0, \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

该模型的初始条件为

$$t=0: \sigma = 0, \theta = 0 \quad (5)$$

1.2 模型求解

设无量纲参数: $T_v = \frac{C_v t}{H^2}$, $\sigma' = \frac{\sigma}{q_0}$, $\theta = \frac{\theta}{T_s}$, $Z = \frac{z}{H}$, $R = \frac{T_s A}{q_0}$, $F = \frac{\kappa}{C_v}$, 其中, $\kappa = \frac{K}{C}$ 。

式(1)和式(3)可无量纲化为

$$\frac{\partial^2 \sigma'}{\partial Z^2} = \frac{\partial \sigma'}{\partial T_v} - R \frac{\partial \theta}{\partial T_v} \quad (6)$$

$$\frac{1}{F} \left(1 + \frac{T_0 \beta^2}{C E_s} \right) \frac{\partial \theta}{\partial T_v} - \frac{1}{F} \frac{q_0 T_0 \beta}{T_s E_s C} \frac{\partial \sigma'}{\partial T_v} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \quad (7)$$

进一步得到无量纲化的边界条件:

$$\begin{cases} Z=0: \sigma' = 1 - e^{-\alpha T_v}, \theta = 1 \\ Z=1: \frac{\partial \sigma'}{\partial Z} = 0, \frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

对式(6)和式(7)进行 Laplace 变换可得:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\sigma}'}{\partial Z^2} = a_1 s \tilde{\sigma}' - a_2 s \tilde{\theta}' \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{\theta}'}{\partial Z^2} = -a_3 s \tilde{\sigma}' + a_4 s \tilde{\theta}' \quad (10)$$

式中: $a_1 = 1$, $a_2 = R$, $a_3 = q_0 \beta T_0 / (C E_s T_s F)$, $a_4 = 1 / F(1 + T_0 \beta^2 / (C E_s))$; $\tilde{\sigma}'$ 和 $\tilde{\theta}'$ 分别为 u 和 θ 的 Laplace 变换的结果; s 为 Laplace 域内变量。

式(10)可整理为

$$\tilde{\theta}' = \frac{a_1}{a_2} \tilde{\sigma}' - \frac{1}{a_2 s} \frac{\partial^2 \tilde{\sigma}'}{\partial Z^2} \quad (11)$$

将式(11)代入式(9)得:

$$\frac{1}{a_2 s} \frac{\partial^4 \tilde{\sigma}'}{\partial Z^4} - \frac{a_1 + a_4}{a_2} \frac{\partial^2 \tilde{\sigma}'}{\partial Z^2} + \left(\frac{a_1 a_4}{a_2} - a_3 \right) s \tilde{\sigma}' = 0 \quad (12)$$

式(12)的解为

$$\tilde{\sigma}' = C_1 e^{\xi Z} + C_2 e^{-\xi Z} + D_1 e^{\eta Z} + D_2 e^{-\eta Z} \quad (13)$$

式中: C_1, C_2, D_1, D_2 为待定系数。

将式(13)代入式(11)可得:

$$\tilde{\theta}' = C_1 b_1 \frac{e^{\xi Z}}{a_2} + C_2 b_1 \frac{e^{-\xi Z}}{a_2} + D_1 b_2 \frac{e^{\eta Z}}{a_2} + D_2 b_2 \frac{e^{-\eta Z}}{a_2} \quad (14)$$

其中,

$$\begin{cases} b_1 = a_1 - \frac{\xi^2}{s}, b_2 = a_1 - \frac{\eta^2}{s} \\ \xi = \sqrt{\frac{(a_1 + a_4 - \sqrt{a_1^2 + 4a_2a_3 - 2a_1a_4 + a_4^2})s}{2}} \\ \eta = \sqrt{\frac{(a_1 + a_4 + \sqrt{a_1^2 + 4a_2a_3 - 2a_1a_4 + a_4^2})s}{2}} \end{cases} \quad (15)$$

将式(13)和式(14)对 Z 求导得:

$$\frac{\partial \tilde{\sigma}'}{\partial Z} = \xi C_1 e^{\xi Z} - \xi C_2 e^{-\xi Z} + \eta D_1 e^{\eta Z} - \eta D_2 e^{-\eta Z} \quad (16)$$

$$\frac{\partial \tilde{\theta}'}{\partial Z} = \xi b_1 C_1 \frac{e^{\xi Z}}{a_2} - \xi b_1 C_2 \frac{e^{-\xi Z}}{a_2} + \eta b_2 D_1 \frac{e^{\eta Z}}{a_2} - \eta b_2 D_2 \frac{e^{-\eta Z}}{a_2} \quad (17)$$

将边界条件式(8)进行 Laplace 变换得:

$$\tilde{\sigma}'(0, s) = Q(s), \tilde{\theta}'(0, s) = \varsigma \quad (18)$$

$$\frac{\partial \tilde{\sigma}'}{\partial Z}(1, s) = 0, \frac{\partial \tilde{\theta}'}{\partial Z}(1, s) = 0 \quad (19)$$

式中: $\varsigma = 1/s$, $Q(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{\alpha + s}$ 。

将式(16)和式(17)代入到边界条件式(18)和式(19)中得:

$$\tilde{\sigma}' = \frac{1}{\gamma_1} \begin{Bmatrix} \chi_1 \cosh[\xi(1-Z)] \\ -\chi_2 \cosh[\eta(1-Z)] \end{Bmatrix} \quad (20)$$

$$\tilde{\theta}' = \frac{1}{a_2 \gamma_1} \begin{Bmatrix} b_1 \chi_1 \cosh[\xi(1-Z)] \\ -b_2 \chi_2 \cosh[\eta(1-Z)] \end{Bmatrix} \quad (21)$$

其中,

$$\gamma_1 = (b_1 - b_2) \cosh(\xi) \cosh(\eta) \quad (22)$$

$$\chi_1 = (a_2 \varsigma - b_2 Q) \cosh(\eta) \quad (23)$$

$$\chi_2 = (a_2 \varsigma - b_1 Q) \cosh(\xi) \quad (24)$$

地基沉降可按式(25)计算:

$$w(t) = \int_0^H \varepsilon_v dz \quad (25)$$

式中: ε_v 为土体应变, 且有

$$\varepsilon_v = \frac{(\sigma - \beta \theta)}{E_s} \quad (26)$$

将式(26)代入式(25)中得:

$$\tilde{w}(T_v) = \frac{H}{E_s} \int_0^1 (q_0 \tilde{\sigma}' - T_s \beta \tilde{\theta}') dZ \quad (27)$$

将式(20)和式(21)代入到式(27)中得:

$$\tilde{w} = \frac{H}{a_2 E_s \gamma_1 \xi \eta} \begin{Bmatrix} \chi_1 (q_0 a_2 - T_s \beta b_1) \eta \sinh(\xi) \\ -\chi_2 (q_0 a_2 - T_s \beta b_2) \xi \sinh(\eta) \end{Bmatrix} \quad (28)$$

按沉降定义的平均固结度为

$$\tilde{U}_s = \frac{\frac{H}{E_s} \int_0^1 (q_0 \tilde{\sigma}' - T_s \beta \tilde{\theta}') dZ}{\frac{H}{E_s} \int_0^1 (q_0 - T_s \beta) dZ} = \frac{1}{a_2 \gamma_1 \xi \eta (q_0 - T_s \beta)} \begin{Bmatrix} \chi_1 (q_0 a_2 - T_s \beta b_1) \eta \sinh(\xi) \\ -\chi_2 (q_0 a_2 - T_s \beta b_2) \xi \sinh(\eta) \end{Bmatrix} \quad (29)$$

按孔压定义的平均固结度为

$$\tilde{U}_p = \frac{H \int_0^1 (q_0 \tilde{\sigma}') dZ}{H \int_0^1 (q_0) dZ} = \frac{1}{\gamma_1 \xi \eta} [\eta \chi_1 \sinh(\xi) - \xi \chi_2 \cosh(\eta)] \quad (30)$$

1.3 数值逆变换求解

上述解答为拉氏域内的解,利用 Crump^[33]提出的 Laplace 数值逆变换方法分别对考虑热力耦合的模型中式(20)、式(21)、式(28)、式(29)、式(30)进行逆变换可求得有效应力、温度、沉降和固结度在时域内的解答,分别为:

$$\sigma(Z, T_v) = \frac{e^{aT_v}}{T} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \left[\begin{array}{l} \operatorname{Re} \left[\tilde{\sigma} \left(Z, a + \frac{k\pi i}{T} \right) \right] \cos \frac{k\pi T_v}{T} \\ - \operatorname{Im} \left[\tilde{\sigma} \left(Z, a + \frac{k\pi i}{T} \right) \right] \sin \frac{k\pi T_v}{T} \end{array} \right] \right\} \quad (31)$$

$$\theta(Z, T_v) = \frac{e^{aT_v}}{T} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \left[\begin{array}{l} \operatorname{Re} \left[\tilde{\theta} \left(Z, a + \frac{k\pi i}{T} \right) \right] \cos \frac{k\pi T_v}{T} \\ - \operatorname{Im} \left[\tilde{\theta} \left(Z, a + \frac{k\pi i}{T} \right) \right] \sin \frac{k\pi T_v}{T} \end{array} \right] \right\} \quad (32)$$

$$w(T_v) = \frac{e^{aT_v}}{T} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \left[\begin{array}{l} \operatorname{Re} \left[\tilde{w} \left(a + \frac{k\pi i}{T} \right) \right] \cos \frac{k\pi T_v}{T} \\ - \operatorname{Im} \left[\tilde{w} \left(a + \frac{k\pi i}{T} \right) \right] \sin \frac{k\pi T_v}{T} \end{array} \right] \right\} \quad (33)$$

$$U_s(T_v) = \frac{e^{aT_v}}{T} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \left[\begin{array}{l} \operatorname{Re} \left[\tilde{U}_s \left(a + \frac{k\pi i}{T} \right) \right] \cos \frac{k\pi T_v}{T} \\ - \operatorname{Im} \left[\tilde{U}_s \left(a + \frac{k\pi i}{T} \right) \right] \sin \frac{k\pi T_v}{T} \end{array} \right] \right\} \quad (34)$$

$$U_p(T_v) = \frac{e^{aT_v}}{T} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \left[\begin{array}{l} \operatorname{Re} \left[\tilde{U}_p \left(a + \frac{k\pi i}{T} \right) \right] \cos \frac{k\pi T_v}{T} \\ - \operatorname{Im} \left[\tilde{U}_p \left(a + \frac{k\pi i}{T} \right) \right] \sin \frac{k\pi T_v}{T} \end{array} \right] \right\} \quad (35)$$

式中: a 为最小误差值; $i = \sqrt{-1}$ 。

2 与现有解答的对比较证

通过退化本文结果并与现有解答进行对比分析验证本文解答的合理性。并将本文所求解与现有解答进行对比,分析土体受到的外部荷载及温度荷载、土体参数对孔压、固结度、沉降的变化规律的影响。基本参数取值见表1和表2。

表1 饱和土层取值参数^[34]
Tab. 1 Parameters of saturated soil layer^[34]

名称	符号	单位	取值
土层厚度	H	m	10
变形模量	E	MPa	10
初始温度	T_0	°C	25
土体泊松比	μ		0.3
水重度	γ_w	kN·m ⁻³	10
土体热膨胀系数	a	10 ⁻⁴ /°C	2
土层导热系数	K	W/m/°C	0.02
体积比热	C	10 ⁶ J/m ³ /°C	3.552

表2 计算模型其他参数^[35]
Tab. 2 Other calculation model parameters^[35]

名称	符号	单位	取值
固结系数	c_v	10 ⁻⁷ m ² /s	4.27
热扩散系数	E	10 ⁻⁹ m ² /s	5.6
系数	A	10 ⁻³ MPa/°C	1.2308
热荷载系数	β	10 ⁻³ MPa/°C	5
外荷载	q_0	MPa	0.2
界面参数	α		8

2.1 解答的退化验证

冯健雪等^[34]在不考虑热应力作用的条件下得到连续排水边界条件下线性土体的一维固结解析解。将本文解答退化为不考虑热荷载作用的情况(即 $T_s = 0$ 时),与冯健雪等^[34]解答的超静孔压等时线进行对比,结果见图2。从图中可知,退化后的本文解与冯健雪等^[34]解答完全一致,验证了在不考虑热荷载作用的条件下本文解答的正确性。同时,由图2可以看出,超静孔压随时间逐渐衰减,其在土层上部的消散速率相对较快,而在靠近底部区域,孔压的衰减过程则明显缓慢。

吴瑞潜等^[35]基于 Terzaghi 单面排水边界条件得到饱和土体一维热固结解。将本文解答退化为传统 Terzaghi 排水边界条件(即 $\alpha = 10^6$),与吴瑞潜等^[35]解答的沉降曲线进行对比,结果如图3所示。可以

看出退化后的本文解的曲线与吴瑞潜等^[35]的沉降曲线重合,验证了本文解的合理性,说明本文解是一种更具普适性的解。同时由图3可以看出,土体所受瞬时荷载越大,土体的沉降越大。

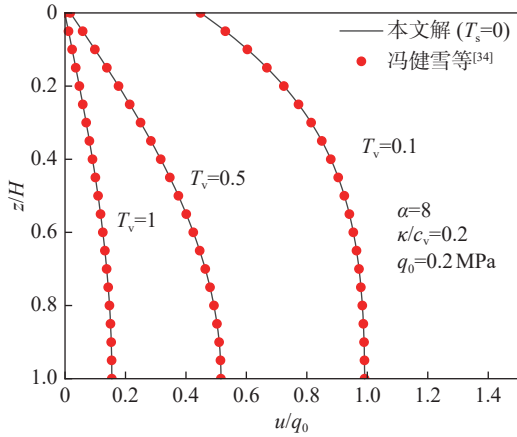


图2 不考虑热荷载时超静孔压等时线
Fig. 2 Isochrones of excess pore water pressure without considering thermal loading

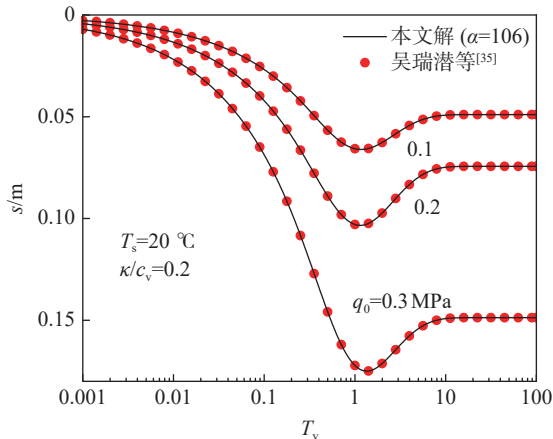


图3 考虑热荷载时不同荷载 q_0 下的沉降曲线
Fig. 3 Settlement curve under different load q_0 when thermal load is considered

Yin^[36]基于宁波软土进行了温控固结试验,研究了不同温度和围压下土体的热固结特性。图4描述的是本文理论解与Yin^[36]的试验结果在平均固结度方面的对比分析。由图4可以看出,本文解与Yin^[36]的试验结果基本吻合,进一步验证了本文提出的热固结解答的准确性和有效性。

由图5可以看出,在初始温度为0, 30, 60, 90℃时,饱和土一维热固结沉降曲线高度重合,表明初始温度对热-力耦合作用影响较小。在热固结过程中可以忽略不计。因此为提升计算效率,可以忽略初始温度的差异。

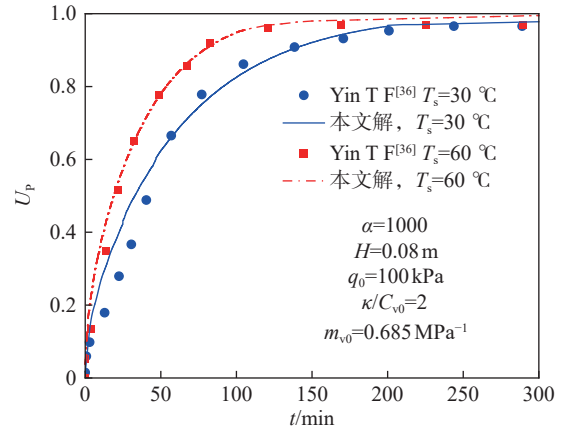


图4 本文解与试验结果固结度曲线对比
Fig. 4 Comparison of the consolidation degree curves between theoretical and experimental results in this paper

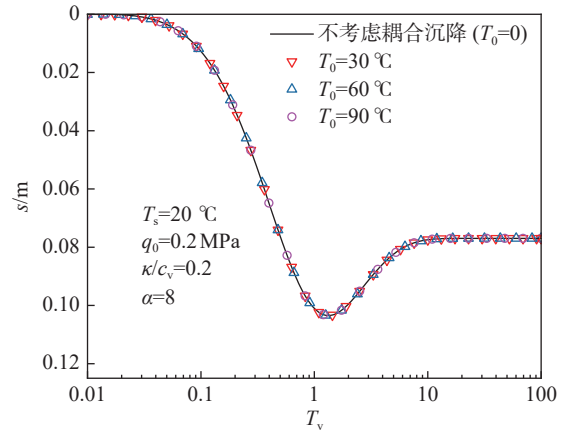


图5 不同初始温度 T_0 对沉降的影响
Fig. 5 Effect of different initial temperatures T_0 on sedimentation

2.2 不同解答下的对比分析

为进一步探究排水边界形式和热荷载作用对土体固结的影响,将本文解答与Terzaghi解^[11](Terzaghi边界线性土体一维固结解析解)、冯建雪等^[34](连续排水边界下线性土体一维固结解析解)、吴瑞潜等^[35](Terzaghi排水边界下线性土体一维热固结解析解)的解答进行对比分析,分析超孔隙水压力、固结度、沉降间的差异及可能产生的原因。

图6(a)是超静孔隙水压力对比曲线。由图可以看出,考虑温度的影响会促进超孔隙水压力的消散,得到的孔压值更小。而采用连续排水边界会降低孔压值,使孔压消散速率变慢,说明同等条件下Terzaghi排水边界下计算的超孔隙水压力消散得更快。

图6(b)对比了这四种情况下的平均固结度 U_s 曲线。由于固结过程中考虑了温度的作用,这会导致土体在有温度增量的情况下发生膨胀,因此得到的固结度 U_s 可能会大于1。由图可以看出,随着固结过程的

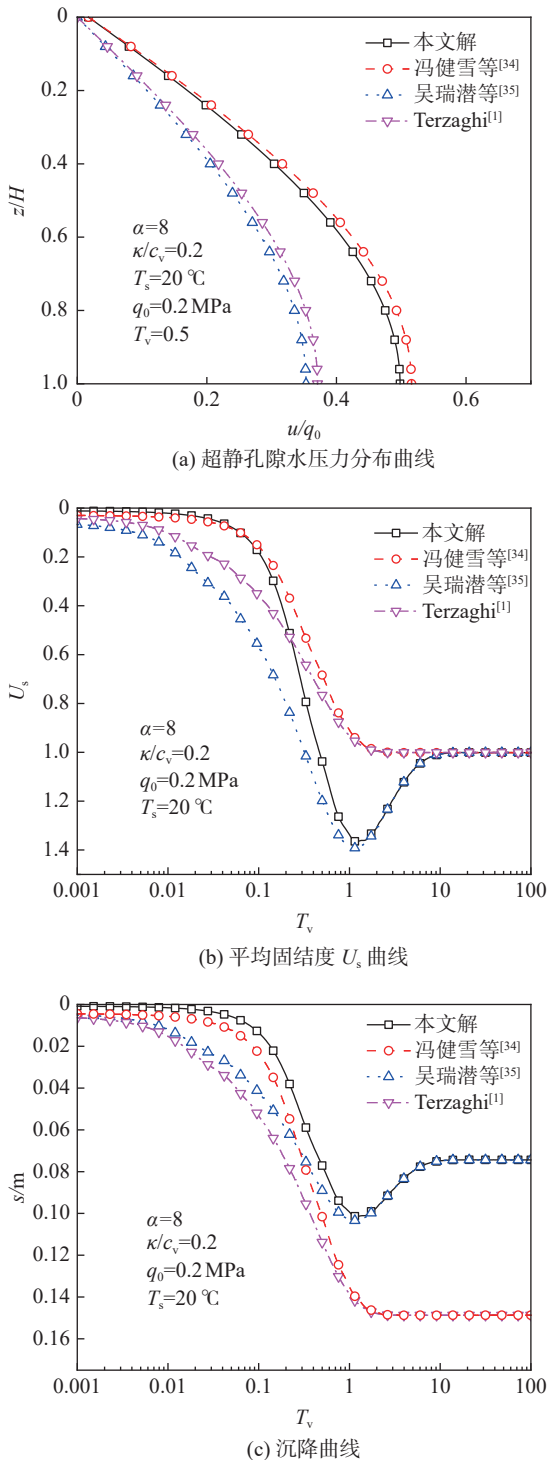


图6 不同解答下的对比分析曲线图

Fig. 6 Comparative analysis curves under different solutions

发展,最终固结度仍然会趋为1。此外,对比连续排水边界条件下的固结度解答可知,在固结前期考虑温度作用的热固结速率与不考虑温度作用的固结速率相差不大;在后期固结速率因温度效应显著加快,表明热应力有助于促进土体固结过程。而对比 Terzaghi 边界下的热固结解答,其固结速率在前期就有较

大的差距,这是由于连续排水边界刚开始透水量较小,受到温度的影响较大,后来随着时间的推移,排水量逐渐增大,固结速率加快造成的。

图6(c)比较了四种不同情况下的沉降曲线。图6(c)表明,在相同的边界条件下考虑温度影响的固结沉降量更小,甚至还会在固结后期发生回弹。这是因为温度升高会对土体产生膨胀作用,随着温度在土体内从顶部向下热传导,土体由上而下温度不断升高,土体继续膨胀;同时随着超孔隙水压力的消散,土体会产生固结沉降,但在固结后期沉降速率逐渐减小;当热膨胀速率大于沉降速率时,土体变形表现为回弹。此外,由图可以看出不同排水边界条件下的固结速率不同,但最终产生的沉降量相同。结果表明,边界条件对土体的最终沉降量影响不大,但阻碍型排水边界会减缓固结速率。

3 参数敏感性分析

基于本文所得解,对模型参数进行了敏感性分析,以探讨热力耦合作用下饱和单层土体一维热固结的特性。相关参数取值沿用上一节设定。

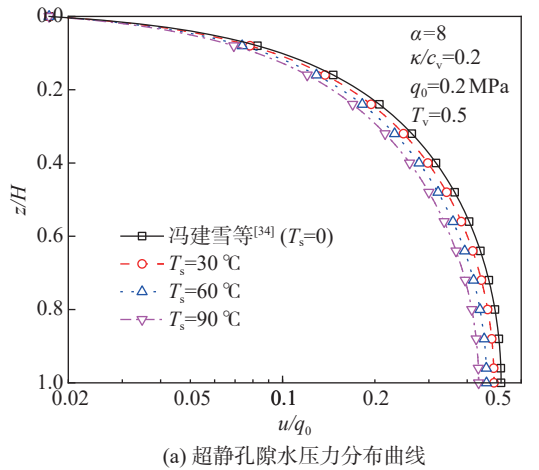
3.1 不同温度增量 T_s 对固结性状的影响

在热固结问题的讨论中,温度增量是影响土体固结过程的关键因素。为了探究温度增量 T_s 对土体固结特性的影响机理和影响强度,采用控制变量法,对温度增量 T_s 分别等于 0, 30, 60, 90 °C 情况下的土体的热固结特性进行分析研究。

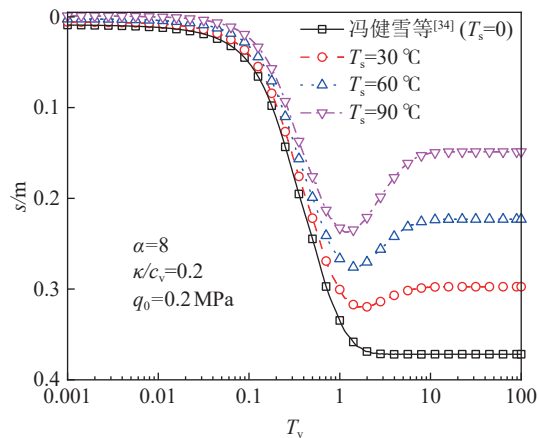
图7(a)分析了温度增量 T_s 值对超孔隙水压力的影响。可以看出,随着温度增量 T_s 值的增大,孔压消散速率越快,孔压值减小,土体固结速率加快。

图7(b)反映了温度增量 T_s 值对沉降曲线的影响。可以看出,固结过程中伴随着温度的热传导,温度逐渐从土体顶部向下传递,土体由上而下温度不断升高,土体发生膨胀,曲线趋势发生明显改变;当热膨胀速率大于沉降速率时,土体变形表现为回弹,最终达到一个稳定的沉降量;随着温度增量的不断增大,土体的沉降回弹量越大,土体达到沉降稳定所需的时间越长。

图8反映了温度增量 T_s 值对两种平均固结度的影响。由图可以看出, U_s 与 U_p 不同,随着温度增量的增大,固结度 U_s 增大而 U_p 减小。且由图8(b)可以看出,不同 T_s 值下固结过程中的最终沉降与最大沉降不同。热固结曲线前期与冯健雪等^[34]的解答差别不大,但在后期会出现较长的弯曲段,且温度增量 T_s 值越大,热固结解偏离传统固结曲线越明显,这表明热传



(a) 超静孔隙水压力分布曲线



(b) 沉降曲线

图 7 温度增量 T_s 对孔压和沉降曲线的影响

Fig. 7 Effect of temperature increment T_s on pore pressure and settlement curve

导对沉降的影响要小于荷载对沉降的影响。

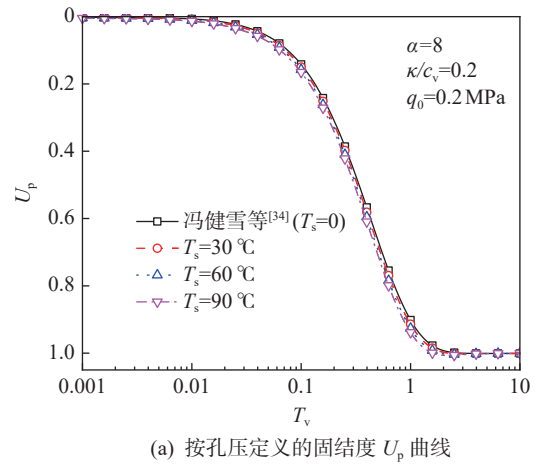
对比图 8(a)和图 8(b),可以看出固结度 U_p 相较于 U_s ,变化更稳定,数值范围更小,更接近于传统固结解。

3.2 热参数 κ/c_v 值对固结性状的影响

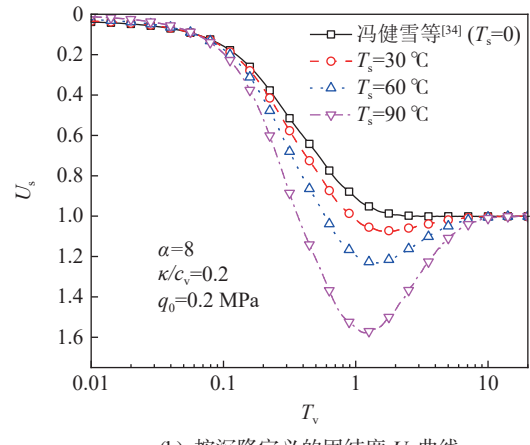
热参数 κ/c_v 为热扩散系数与固结系数的比值,它表示温度在土体中的传导或扩散速率,其值越大,表明土体中热的传导越快,热扩散作用越强,热荷载所起的作用越大。本节对热参数 κ/c_v 值分别等于 0.1, 0.2, 0.5, 2, 5 时的固结性状进行探究。

图 9(a)分析了热参数 κ/c_v 值对超静孔隙水压力的影响。随着热参数 κ/c_v 值的增大,孔压减小,消散速率加快。说明提高热参数 κ/c_v 值可以促进土体的孔压消散速率。

图 9(b)反映了热参数 κ/c_v 值对沉降曲线的影响。由图可以看出,随着热参数 κ/c_v 值增大,土体的热膨胀快速发生,土体前期的沉降速率减慢,沉降量出现负值,土体向上隆起,但最终达到沉降稳定所需要的



(a) 按孔压定义的固结度 U_p 曲线



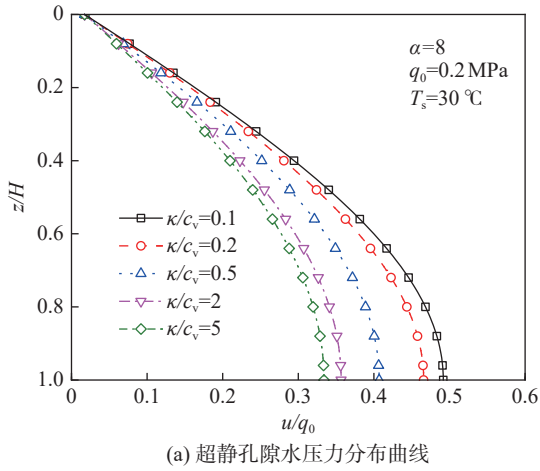
(b) 按沉降定义的固结度 U_s 曲线

图 8 温度增量 T_s 对固结度曲线的影响

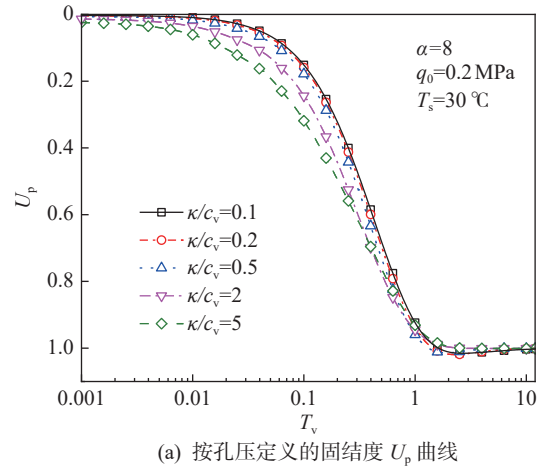
Fig. 8 Effect of temperature increment T_s on the consolidation curve

时间更少,总体来看土体的沉降曲线呈现上移的趋势。同时可以看出, κ/c_v 值对土体的最终总沉降量没有影响, κ/c_v 值越小,土体发生超固结的作用越大,土体的回弹量也越大。此外,由于热扩散系数越大,土体受温度影响越大,因此将图 9(b)与图 7(b)温度增量对沉降的影响图进行对比可以发现,当 κ/c_v 值较大时,它的沉降曲线与图 7(b)中 $T_s = 0$ 时的曲线接近,不会出现超固结的现象,说明 κ/c_v 值的增大会促进温度的扩散,提高温度在土体中的传导速率。而相反,随着 κ/c_v 值的减小,土体热荷载作用下的膨胀作用越慢,土体最大沉降与最终沉降的差值增大,回弹现象在固结后期更加显著,固结速率降低。

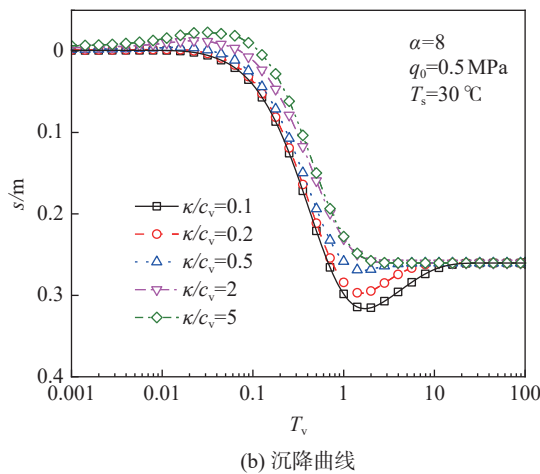
图 10 分析了热参数 κ/c_v 值对平均固结度的影响。由图可以看出,在固结前期,随着热参数 κ/c_v 值的增大, U_p 会增大,而 U_s 会减小,但从整体来看二者的变化规律相同,随着热参数 κ/c_v 值的增大固结速率均会加快。这是因为当热参数 κ/c_v 值增大时,热扩散作用越强,温度对土体前期影响作用越强,前期固结



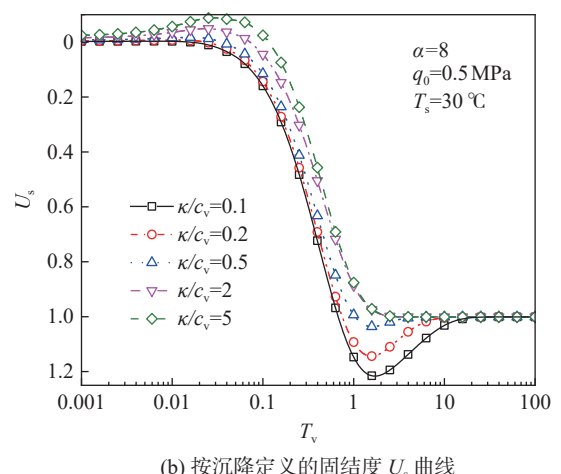
(a) 超静孔隙水压力分布曲线



(a) 按孔压定义的固结度 U_p 曲线



(b) 沉降曲线



(b) 按沉降定义的固结度 U_s 曲线

图9 热参数 κ/c_v 值对孔压和沉降曲线的影响

Fig. 9 Effect of thermal parameter κ/c_v on pore pressure and settlement curve

速率越慢。同时可以看出,当 κ/c_v 值很小时即土体的热扩散作用较弱,固结度会大于1,出现超固结现象,且 κ/c_v 值越小,该现象越明显,土体达到稳定固结所需要的时间越长,土体固结速率越慢。

4 结论

本文推导了考虑热力耦合的单层地基一维固结解析解,并通过简化模型检验和与现有固结解的比较,验证了本文方法的有效性。所得到的主要结论有:

(1)热应力可以加速孔隙水压力的消散过程,从而提高土体的固结速率,并在一定程度上减小其最终沉降量。

(2)温度增量 T_s 增大、热参数 κ/c_v 值增大均可以促进孔隙水压力的消散,提高孔隙水的排出能力,促进土体的固结。

(3)温度增量 T_s 的改变影响的是整个固结过程,提高温度增量 T_s 值会减小土体的沉降量,提高整个固结过程的固结速率;相比之下,热参数 κ/c_v 值的增大

图10 热参数 κ/c_v 值对固结度曲线的影响

Fig. 10 Effect of thermal parameter κ/c_v value on consolidation curve

主要加快了固结初期的速率,对后期固结过程影响有限,且不改变土体的最终沉降量。

(4)在热固结中,平均固结度曲线意义不同。可能会出现数值为负或大于1的情况。这是因为热固结过程中平均固结度等于1并不代表固结过程完成,热固结完成需要同时考虑孔压完全消散和等温过程的实现。

参考文献

[1] TERZAGHI K. Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer grundlage[M]. Vienna: Deuticke, 1925.

[2] 王强,包秋伟.天然地基预压法中沉降速率方法分析[J].公路交通科技(应用技术版),2010,6(4):100-103. (WANG Q, BAO Q W. Analysis of settlement rate method in natural foundation preloading technique[J]. Highway Traffic Science and Technology (Applied Technology Edition), 2010, 6(4): 100-103. (in Chinese))

[3] 张云鹏,王宗琴,宗梦繁,等.连续排水边界下成层陆域吹填地基一维固结解析解[J].地质科技通报,2023,

- 42(3): 38-45. (ZHANG Y P, WANG Z Q, ZONG M F, et al. Analytical solution for one-dimensional consolidation in layered filled soil based on continuous boundary conditions[J]. *Bulletin of Geological Science and Technology*, 2023, 42(3): 38-45. (in Chinese))
- [4] WANG Z Q, ZHANG Y P, WU W B, et al. Semi-numerical analysis of negative skin friction on permeable pile due to consolidation induced by piling[J]. *Computers and Geotechnics*, 2024, 165: 105891.
- [5] 李西斌, 谢康和. 循环荷载下半透水边界土层一维固结解析解 [J]. *岩土力学*, 2005, 26(1): 155-159. (LI X B, XIE K H. Theory of 1-D consolidation of soft clayey soil with impeded boundaries under cyclic loading[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2005, 26(1): 155-159. (in Chinese))
- [6] 曹文贵, 刘若冰, 崔鹏陆, 等. 任意荷载下软土一维大应变非线性固结分析 [J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2025, 52(7): 141-151. (CAO W G, LIU R B, CUI P L, et al. One-dimensional large strain nonlinear consolidation analysis of soft soil under arbitrary loading[J]. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*, 2025, 52(7): 141-151. (in Chinese))
- [7] 孙增春, 陈 萌, 肖 杨, 等. 考虑状态相关的饱和黏土热弹塑性本构模型 [J]. *中国科学: 技术科学*, 2024, 54(10): 2030-2041. (SUN Z C, CHEN M, XIAO Y, et al. Thermo-elasto-plastic constitutive model of saturated clay considering state-dependent[J]. *Scientia Sinica Technologica*, 2024, 54(10): 2030-2041. (in Chinese))
- [8] 刘忠玉, 朱少培, 崔鹏陆, 等. 半透水边界下饱和黏土地基的一维黏弹性固结分析 [J]. *郑州大学学报(工学版)*, 2022, 43(5): 71-77. (LIU Z Y, ZHU S P, CUI P L, et al. One-dimensional viscoelastic consolidation analysis of saturated clay layer with semi-permeable boundary[J]. *Journal of Zhengzhou University (Engineering Science)*, 2022, 43(5): 71-77. (in Chinese))
- [9] 陈 征. 混合型排水边界等效处理方法及其在排水固结问题中的应用 [D]. 武汉: 武汉大学, 2021. (CHEN Z. Equivalent treatment of mixed-type drainage boundary and its application in drainage consolidation problem[D]. Wuhan: Wuhan University, 2021. (in Chinese))
- [10] 邱昌虎, 蒋明杰, 杨伟涛, 等. 连续排水边界双层地基一维固结黏弹性解 [J]. *合肥工业大学学报(自然科学版)*, 2025, 48(2): 260-266. (QIU C H, JIANG M J, YANG W T, et al. Viscoelastic solutions of one-dimensional consolidation for double-layered foundation with continuous drainage boundary[J]. *Journal of Hefei University of Technology (Natural Science)*, 2025, 48(2): 260-266. (in Chinese))
- [11] TESTER J W, BECKERS K F, HAWKINS A J, et al. The evolving role of geothermal energy for decarbonizing the United States[J]. *Energy & Environmental Science*, 2021, 14(12): 6211-6241.
- [12] 周祥运, 孙德安, 罗 汀. 核废料处置库近场温度半解析研究 [J]. *岩土力学*, 2020, 41(S1): 246-254. (ZHOU X Y, SUN D A, LUO T. Semi-analytical solution of near-field temperature in nuclear waste disposal repository[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2020, 41(S1): 246-254. (in Chinese))
- [13] ZHU B, YE Z G, WANG L J, et al. Hydro-mechanical behavior of unsaturated soil surrounding a heated pipeline considering moisture evaporation and condensation[J]. *Computers and Geotechnics*, 2020, 119: 103377.
- [14] ZHANG L L, ZHANG Y P, TIAN Y, et al. One-dimensional consolidation modeling of soil surrounding buried geothermal pipelines: incorporating heat diffusion processes[J]. *Transport in Porous Media*, 2024, 151(10/11): 2119-2144.
- [15] PAASWELL R E. Temperature effects on clay soil consolidation[J]. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 1967, 93(3): 9-22.
- [16] BIOT M A. General theory of three-dimensional consolidation[J]. *Journal of Applied Physics*, 1941, 12(2): 155-164.
- [17] TANG K J, WEN M J, TU Y, et al. Interfacial thermal contact model for consolidation of multilayered saturated soils subjected to time-dependent heating and loading[J]. *Journal of Central South University*, 2025, 32(6): 2239-2255.
- [18] SONG Z, HAO Y D, LIU H. Analytical study of the thermo-osmosis effect in porothermoelastic responses of saturated porous media under axisymmetric thermal loadings[J]. *Computers and Geotechnics*, 2020, 123: 103576.
- [19] 韩 涛, 李 阔, 卢萌盟. 温度效应下考虑非达西渗流的大应变软土地基非线性固结分析 [J/OL]. *岩土工程学报*, 1-12. (2025-07-10)[2025-08-12]. <https://link.cnki.net/urlid/32.1124.TU.20250709.2121.011>. (HAN T, LI K, LU M M. Nonlinear consolidation analysis of soft soil foundations considering large strain and non-Darcian flow under temperature effects[J/OL]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1-12. (2025-07-10)[2025-08-12]. <https://link.cnki.net/urlid/32.1124.TU.20250709.2121.011>. (in Chinese)))
- [20] LU M M, SUN J X, LI K. One-dimensional thermal consolidation analysis of saturated clay with variable compressibility and permeability considering partial drainage boundaries[J]. *Computers and Geotechnics*, 2023, 164: 105806.

- [21] HUA L, TIAN Y, GUI Y, et al. 2D thermal consolidation model for saturated clay considering thermal contraction[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2025, 300: 110449.
- [22] LIU Q, DENG Y B, WANG T Y. One-dimensional nonlinear consolidation theory for soft ground considering secondary consolidation and the thermal effect[J]. *Computers and Geotechnics*, 2018, 104: 22-28.
- [23] 夏建中, 徐云飞, 尤玉云, 等. 考虑热源下二维渗透各向异性饱和土热固结解析解 [J]. *科技通报*, 2019, 35(1): 101-107. (XIA J Z, XU Y F, YOU Y Y, et al. Two-dimensional thermal consolidation study with anisotropic permeability under considering heat source[J]. *Bulletin of Science and Technology*, 2019, 35(1): 101-107. (in Chinese))
- [24] JIANG W H, LI J S, GE S Q, et al. Investigation on one-dimensional nonlinear thermal consolidation of saturated clay under the impeded drainage boundary[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2024, 24(1): 04023255.
- [25] BAI B, ZHOU R, YANG G C, et al. The constitutive behavior and dissociation effect of hydrate-bearing sediment within a granular thermodynamic framework[J]. *Ocean Engineering*, 2023, 268: 113408.
- [26] BAI B, ZHANG B X, CHEN H J, et al. A novel thermodynamic constitutive model of coarse-grained soils considering the particle breakage[J]. *Transportation Geotechnics*, 2025, 50: 101462.
- [27] MEI G X, THOMAS M H, XIA J, et al. One-dimensional consolidation with asymmetrical exponential drainage boundary[J]. *Geomechanics and Engineering*, 2014, 6(1): 47-63.
- [28] MEI G X, CHEN Q M. Solution of Terzaghi one-dimensional consolidation equation with general boundary conditions[J]. *Journal of Central South University*, 2013, 20(8): 2239-2244.
- [29] 宗梦繁, 吴文兵, 梅国雄, 等. 连续排水边界条件下土体一维非线性固结解析解 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2018, 37(12): 2829-2838. (ZONG M F, WU W B, MEI G X, et al. An analytical solution for one-dimensional nonlinear consolidation of soils with continuous drainage boundary[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2018, 37(12): 2829-2838. (in Chinese))
- [30] SUN M, ZONG M F, MA S J, et al. Analytical solution for one-dimensional consolidation of soil with exponentially time-growing drainage boundary under a Ramp Load[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2018, 2018: 9385615.
- [31] BOOKER J R, SAVVIDOU C. Consolidation around a spherical heat source[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1984, 20(11/12): 1079-1090.
- [32] 白冰. 饱和土体圆柱形热源热固结问题的一个近似解 [J]. *岩石力学与工程学报*, 2005, 24(6): 1004-1009. (BAI B. Approximate solution of thermal consolidation of cylindrical heat source with infinite length for saturated soils[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2005, 24(6): 1004-1009. (in Chinese))
- [33] CRUMP K S. Numerical inversion of Laplace transforms using a Fourier series approximation[J]. *Journal of the ACM*, 1976, 23(1): 89-96.
- [34] 冯健雪, 陈征, 李勇义, 等. 连续排水边界条件下线性加载地基一维固结解析解 [J]. *工程力学*, 2019, 36(6): 219-226. (FENG J X, CEHN Z, LI Y Y, et al. Analytical solution for one-dimensional consolidation of soft clayey soil with a continuous drainage boundary under linear loading[J]. *Engineering Mechanics*, 2019, 36(6): 219-226. (in Chinese))
- [35] 吴瑞潜, 谢康和, 程永锋. 变荷载下饱和土一维热固结解析理论 [J]. *浙江大学学报(工学版)*, 2009, 43(8): 1532-1537. (WU R Q, XIE K H, CHENG Y F. Analytical theory for one-dimensional thermal consolidation of saturated soil under time-dependent loading[J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2009, 43(8): 1532-1537. (in Chinese))
- [36] YIN T F. Theoretical and experimental studies on thermal consolidations characteristics of Ningbo soft clay[J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2014, 501-504: 141-149.

收稿日期: 2025-06-04