

# 基于 Mindlin-Geddes 解的桩基沉降计算改进方法

王小波<sup>1</sup> 李建光<sup>1</sup> 王笃礼<sup>2</sup>

(1. 中航勘察设计研究院有限公司, 北京 100098; 2. 上海勘测设计研究院有限公司, 上海 200434)

**【摘要】** 目前桩基沉降计算多采用 Mindlin-Geddes 应力解法, 为达到精度要求, 需对地层进行细致划分, 导致该方法计算过程繁琐、效率低下。为提升桩基沉降计算效率, 通过解析桩端及桩侧阻力引起的附加应力场, 结合 Mindlin-Geddes 应力解与分层总和法, 推导了平均竖向应力影响系数的积分表达式, 并改进了桩基沉降计算公式。同时, 编制出不同阻力分布模式下的平均竖向应力影响系数的计算表格。无量纲应力面积算例和工程案例分析计算表明, 平均竖向应力影响系数方法与规范方法计算结果吻合, 精度满足要求, 且不需要对每层土再进行细分计算, 有效提升了桩基沉降计算效率与精度, 为桩基工程设计提供了新的计算方法与技术手段。

**【关键词】** Mindlin-Geddes 应力解; 平均竖向应力影响系数; 积分表达式; 阻力分布模式

**【中图分类号】** TU473.1

**【文献标识码】** A

doi: 10.20265/j.cnki.issn.1007-2993.2025-0281

## An improved method of pile foundation settlement calculation based on Mindlin-Geddes solution

WANG Xiaobo<sup>1</sup> LI Jianguang<sup>1</sup> WANG Duli<sup>2</sup>

(1. AVIC Institute of Geotechnical Engineering Co., Ltd., Beijing 100098, China;

2. Shanghai Investigation Design and Research Institute Co., Ltd., Shanghai 200434, China)

**【Abstract】** Currently, the calculation of pile foundation settlement mostly relies on the Mindlin-Geddes stress solution. To meet accuracy requirements, this method demands a detailed subdivision of soil strata, resulting in a cumbersome and inefficient computational process. To improve computational efficiency, by combining the Mindlin-Geddes stress solution with the layered summation method, the integral expressions of the average vertical stress influence coefficient were derived, and the pile foundation settlement calculation formulas were improved. Meanwhile, calculation tables of the average vertical stress influence coefficients under different resistance distribution patterns were compiled. Through the calculation and analysis of a dimensionless stress area example and an engineering case, the results show that the average vertical stress influence coefficient method agrees well with the calculation results of the standard method, the accuracy meets the requirements. Moreover, it does not need to further subdivide each soil layer for calculation, effectively improves the efficiency and accuracy of pile foundation settlement calculation, and provides new calculation methods and technical means for the design of pile foundation projects.

**【Key words】** Mindlin-Geddes stress solution; average vertical stress influence coefficient; integral expression; resistance distribution pattern

### 0 引言

桩基沉降计算作为岩土工程领域的关键技术问题, 其计算精度直接关乎上部结构的安全性与稳定性。传统的桩基沉降计算方法多基于 Boussinesq 解计算附加应力, 但该方法未能充分考虑桩-土相互作用等深基础特性, 导致计算结果与实际情况存在偏差。

Mindlin<sup>[1]</sup> 提出的弹性半空间应力解为桩基沉降分析奠定了理论基础, 后续 Geddes<sup>[2]</sup> 将其积分应用于桩端及桩侧阻力引起的应力场分解, 极大地推动了桩基沉降计算理论的发展。Poulos 和 Davis<sup>[3]</sup> 提出了刚性单桩的弹性理论解法, 结合 Mindlin 应力解实现了桩基沉降计算; Randolph 和 Wroth<sup>[4]</sup> 建立了荷载传递模型, 给出了桩侧荷载传递函数表达式。徐志英<sup>[5]</sup>

基于 Mindlin 应力解, 推导了矩形面积和条形面积分别在均布荷载和三角形荷载作用下的附加应力公式; 周 罡和林 荫<sup>[6]</sup>提出了基于 Mindlin 应力解的单桩沉降计算方法; 邱明兵等<sup>[7]</sup>给出了单桩竖向附加应力影响系数的计算方法并编制出计算表格; 姚梅红<sup>[8]</sup>基于 Mindlin 解提出竖向应力影响系数的 Excel 算法, 并给出了 Excel 计算表格。这些研究成果在桩基沉降计算领域得到了广泛应用, 显著推动了桩基沉降计算理论与实践的发展。

现行桩基沉降多采用 Mindlin-Geddes 应力解计算<sup>[9-17]</sup>, 然而该方法为满足计算精度要求, 往往需要对土层进行细致划分, 导致计算工作量大幅增加。与之相对, 采用实体深基础计算桩基沉降时, 则可利用 Boussinesq 解计算的平均附加应力系数进行计算。基于此, 本文旨在借鉴 Boussinesq 解计算平均附加应力系数的思路, 结合 Mindlin-Geddes 解, 提出一种高效、精确的应力影响系数计算模型, 以改进和完善现有桩基沉降计算方法。

## 1 计算模型的理论基础与推导

### 1.1 Mindlin 应力解

Mindlin 在 1936 年给出了半无限弹性体内作用一集中荷载后, 在体内任一点所产生的应力解。如图 1 所示, 假定地基土为均质半无限弹性体, 桩体为线弹性体。

竖向集中力  $Q$  作用于半无限体内部距离地面深度  $z$  处, Mindlin 给出半无限体内任意一点  $M$  的竖向应力解为:

$$\sigma_z = \frac{Q}{8\pi(1-\mu)} \left( \frac{(1-2\mu)(z-l)}{R_1^3} - \frac{(1-2\mu)(z-l)}{R_2^3} + \frac{3(z-l)^3}{R_1^5} + \frac{3(3-4\mu)z(z+l)^2 - 3l(z+l)(5z-l)}{R_2^5} + \frac{30lz(z+l)^3}{R_2^7} \right) \quad (1)$$

式中:  $\mu$  为土的泊松比;  $z$  为计算点至地面的竖向距离;  $l$  为桩长;  $R_1 = \sqrt{\rho^2 - 2\rho \cdot s \cdot \cos\theta + s^2 + (z-l)^2}$ ,  $R_2 = \sqrt{\rho^2 - 2\rho \cdot s \cdot \cos\theta + s^2 + (z+l)^2}$ ,  $\rho$  为桩端截面中心点  $B$  至桩端截面点  $A$  的距离;  $s$  为计算点至桩端截面中心点  $B$  距离的水平投影;  $\theta$  为  $A$  点在以  $B$  为原点,  $BM'$  为极轴的极坐标角度。

### 1.2 附加应力场解析

Geddes 于 1966 年在 Mindlin 解的基础上, 将桩端分布压力简化为作用于桩轴线的集中力; 将桩侧剪应力简化为作用于桩轴线的集中力, 沿深度呈均匀分

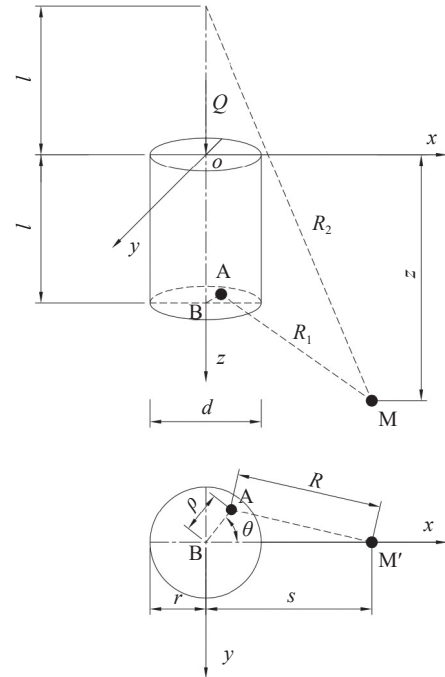


图 1 Mindlin 解计算示意图

Fig. 1 Schematic diagram of Mindlin solution calculation

布和线性增长分布两种分布模式。国内很多学者对桩侧阻分布进行概化<sup>[18-20]</sup>, 根据概化模型求解桩端阻力和桩侧阻力在地基土层中任一点所产生的竖向应力。

按《建筑桩基技术规范》(JGJ 94—2008)<sup>[10]</sup>(下文简称《桩基规范》), 桩端阻力为一集中力  $Q_p = \alpha Q$  ( $\alpha$  为桩端荷载占总荷载的比例); 桩侧阻力为正梯形分布的集中力, 即沿桩轴线均匀分布(矩形分布)和沿深度线性增长(三角形分布)的叠加, 如图 2 所示。矩形分布的桩侧剪应力荷载为  $\beta Q$ , 三角形分布的桩侧剪应力荷载为  $(1-\alpha-\beta)Q$  ( $\beta$  为桩侧阻力呈矩形分布的桩侧荷载占总荷载的比例)。

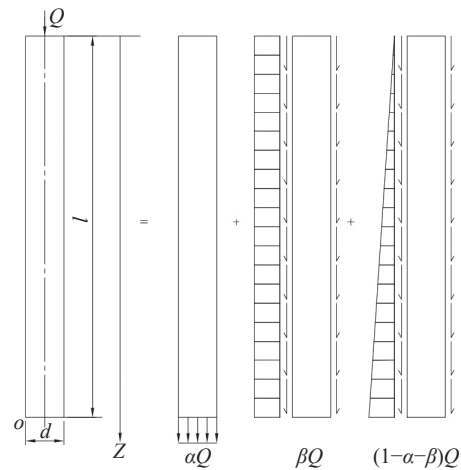


图 2 桩端阻力和桩侧阻力分布示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the distribution of pile tip resistance and pile shaft resistance

根据上述简化方法,《桩基规范》给出了均布桩端阻力竖向应力影响系数  $I_p$ 、沿桩身均布侧阻力竖向应力影响系数  $I_{sr}$  和沿桩身线性增长侧阻力竖向应力影响系数  $I_{st}$  的计算表格。本文在此基础上,考虑深度方向的积分,给出均布桩端阻力平均竖向应力影响系数  $\bar{I}_p$ 、沿桩身均布侧阻力平均竖向应力影响系数  $\bar{I}_{sr}$  和沿桩身线性增长侧阻力平均竖向应力影响系数  $\bar{I}_{st}$  的计算公式,并根据公式编制相应的计算表格。

### 1.3 平均竖向应力影响系数积分表达式

根据桩端集中荷载作用于地基内部的 Mindlin 应力计算公式,利用积分方法可得均布桩端阻力平均竖向应力影响系数:

$$\bar{I}_p = \frac{1}{z} \int_0^{2\pi} \int_0^r \int_0^z \frac{l^2 M \rho}{8\pi^2 r^2 (1-\mu)} dz d\rho d\theta \quad (2)$$

其中,  $M$  为 Mindlin 系数,由式(1)推导得:

$$M = \frac{(1-2\mu)(z-l)}{R_1^3} - \frac{(1-2\mu)(z-l)}{R_2^3} + \frac{3(z-l)^3}{R_1^5} + \frac{3(3-4\mu)z(z+l)^2 - 3l(z+l)(5z-l)}{R_2^5} + \frac{30lz(z+l)^3}{R_2^7} \quad (3)$$

沿桩身均布侧阻力平均竖向应力影响系数:

$$\bar{I}_{sr} = \frac{1}{z} \int_0^{2\pi} \int_0^l \int_0^z \frac{l M}{16\pi^2 (1-\mu)} dz dl d\theta \quad (4)$$

沿桩身线性增长侧阻力平均竖向应力影响系数:

$$\bar{I}_{st} = \frac{1}{z} \int_0^{2\pi} \int_0^l \int_0^z \frac{l M}{8\pi^2 (1-\mu)} dz dl d\theta \quad (5)$$

## 2 桩基沉降计算公式改进

基于所推导的平均竖向应力影响系数积分表达式,对传统桩基沉降计算公式进行改进,构建新的桩基沉降计算模型,使其更符合实际工程情况,且计算过程更为简便。按《桩基规范》,桩基沉降可根据 Mindlin 解和 Boussinesq 解按分层总和法进行计算,如图 3 所示。

桩基的最终沉降量可由下列公式计算:

$$s = \psi \sum_{i=1}^n \frac{\bar{\sigma}_{zi} z_i - \bar{\sigma}_{z(i-1)} z_{i-1} + \bar{\sigma}_{zci} z_i - \bar{\sigma}_{zc(i-1)} z_{i-1}}{E_{si}} + s_e \quad (6)$$

$$\bar{\sigma}_{zi} = \sum_{j=1}^m \frac{Q_j}{p_j} (\alpha_j \bar{I}_{p,ij} + \beta_j \bar{I}_{sr,ij} + (1-\alpha_j - \beta_j) \bar{I}_{st,ij}) \quad (7)$$

$$\bar{\sigma}_{zci} = \sum_{k=1}^u \bar{\alpha}_{ki} \cdot p_{c,k} \quad (8)$$

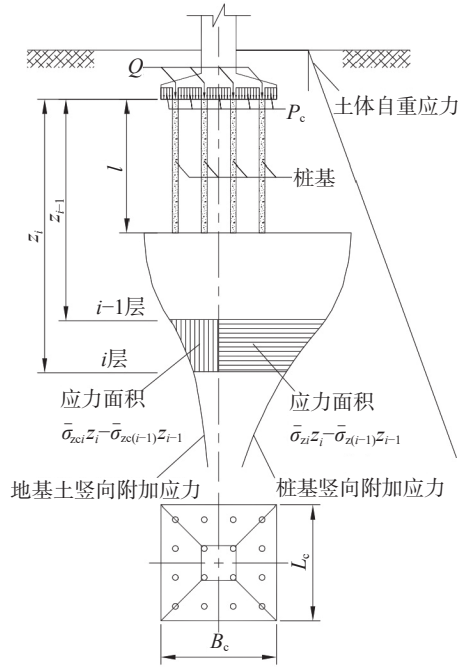


图 3 桩基沉降计算示意图

Fig. 3 Schematic diagram of pile foundation settlement calculation

$$s_e = \frac{1}{A_p E_p} \int_0^l \left( Q - \pi d \int_0^z q_s(z) dz \right) dz \quad (9)$$

式中:  $\psi$  为桩基沉降计算经验系数;  $\bar{\sigma}_{zi}$  为桩基在深度  $z_i$  范围内产生的平均竖向附加应力,按 Mindlin 解的平均竖向应力影响系数  $\bar{I}_p$ ,  $\bar{I}_{sr}$  和  $\bar{I}_{st}$  计算;  $\bar{\sigma}_{zci}$  为承台底地基土承担的压力在深度  $z_i$  范围内产生的平均竖向附加应力,按 Boussinesq 解的平均附加应力系数  $\bar{\alpha}_k$  计算;  $p_{c,k}$  为第  $k$  块承台底均布压力;  $s_e$  为桩身压缩量,按桩侧阻力分布  $q_s(z)$  积分求解;  $d$ ,  $A_p$  和  $E_p$  分别为桩径、桩身截面面积和混凝土弹性模量。

土层按矩形分块,其 Boussinesq 解的附加应力系数可按矩形基础受均布荷载  $p_{c,k}$  时计算。分块矩形角点处的平均附加应力系数计算如下:

$$\bar{\alpha}_k = \frac{1}{2\pi} \left( \tan^{-1} \left( \frac{a \cdot b}{z \sqrt{a^2 + b^2 + z^2}} \right) + \frac{b}{z} \ln \left( \frac{(\sqrt{a^2 + b^2} + a)(\sqrt{a^2 + b^2 + z^2} - a)}{(\sqrt{a^2 + b^2} - a)(\sqrt{a^2 + b^2 + z^2} + a)} \right) + \frac{a}{z} \ln \left( \frac{(\sqrt{a^2 + b^2} + b)(\sqrt{a^2 + b^2 + z^2} - b)}{(\sqrt{a^2 + b^2} - b)(\sqrt{a^2 + b^2 + z^2} + b)} \right) \right) \quad (10)$$

式中:  $a$  和  $b$  分别为土块  $k$  的长和宽;  $z$  为角点下的计算深度。

## 3 计算表格编制与验证

### 3.1 计算表格编制

利用平均竖向应力影响系数积分公式,针对桩

端和桩侧三种不同分布阻力情况,系统计算并编制平均竖向应力影响系数的计算表格。

根据式(2)、式(4)和式(5)进行编程计算,得到均布桩端阻力平均竖向应力影响系数 $\bar{I}_p$ 、沿桩身均布侧阻力平均竖向应力影响系数 $\bar{I}_{sr}$ 和沿桩身线性增长侧阻力平均竖向应力影响系数 $\bar{I}_{sti}$ 的计算表格,限于篇幅,本文仅给出了 $l/d=10$ 的结果,分别见附录中的表一、表二、表三。

3.2 方法对比与验证

根据《桩基规范》给出的均布桩端阻力竖向应力影响系数 $I_p$ 、沿桩身均布侧阻力竖向应力影响系数 $I_{sr}$ 和沿桩身线性增长侧阻力竖向应力影响系数 $I_{sti}$ 的计算表格,以及本文给出的均布桩端阻力平均竖向应力影响系数 $\bar{I}_p$ 、沿桩身均布侧阻力平均竖向应力影响系数 $\bar{I}_{sr}$ 和沿桩身线性增长侧阻力平均竖向应力影响系数 $\bar{I}_{sti}$ 的计算表格,分别计算桩端和桩侧三种不同分布阻力产生的竖向应力,作为对比,此处仅计算第*i*-1至*i*计算点范围内的无量纲应力面积,对比结果见附录中的表四。其中, $l/d=10$ ;  $n=0$ ,无量纲应力面积 $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ 、 $A_4$ 、 $A_5$ 和 $A_6$ 的计算式分别如下:

$$\left\{\begin{aligned} A_1 &= \bar{I}_{pi}z_i/l - \bar{I}_{p(i-1)}z_{i-1}/l \\ A_2 &= \bar{I}_{sri}z_i/l - \bar{I}_{sr(i-1)}z_{i-1}/l \\ A_3 &= \bar{I}_{sti}z_i/l - \bar{I}_{st(i-1)}z_{i-1}/l \\ A_4 &= (I_{pi} + I_{p(i-1)})(z_i - z_{i-1})/2/l \\ A_5 &= (I_{sri} + I_{sr(i-1)})(z_i - z_{i-1})/2/l \\ A_6 &= (I_{sti} + I_{st(i-1)})(z_i - z_{i-1})/2/l \end{aligned}\right. \quad (11)$$

对比 $A_1$ 与 $A_4$ 、 $A_2$ 与 $A_5$ 、 $A_3$ 与 $A_6$ 的计算结果,其最大相对误差为6.5%,比较小,说明采用平均竖向应力影响系数与竖向应力影响系数计算的无量纲应力面积吻合,精度满足要求。对比结果表明,平均竖向应力影响系数计算表格可直接应用于工程设计中,工程技术人员通过查阅表格,能够快速获取相应工况下的应力影响系数,进而高效完成桩基沉降计算,为工程设计提供了便捷、实用的计算手段。

4 工程应用

4.1 工程概况

某工程地块商业区承台下布置钻孔灌注桩,承台规格和布桩方式有两种:方式一为4 m×4 m承台,承台下布4根桩,桩径800 mm,桩长23 m,桩间距2.4 m×2.4 m矩形布置;方式二为5 m×5 m承台,承台下布4根桩,桩径1000 mm,桩长30 m,桩间距3.0 m×3.0 m矩形布置。其中,柱网间距为9 m×9 m。桩基平面布置如图4所示。

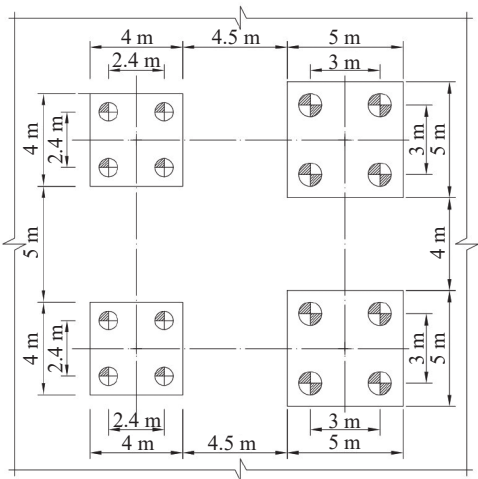


图4 桩基平面布置图  
Fig. 4 Plan layout of pile foundation

4.2 计算模型及参数

场地内地层主要为人工填土层和一般第四系冲洪积层,桩端下岩土体计算参数见表1。基底附加荷载为180 kPa,桩端阻力比 $\alpha=0.27$ ,均匀分布侧阻力比 $\beta=0.73$ ,承台效应系数 $\eta_c=0.07$ ,桩体弹性模量 $E=33.5$  GPa。

表1 岩土体计算参数  
Tab. 1 Calculation parameters of rock and soil mass

| 岩土编号           | 岩土名称       | 重度/(kN·m <sup>-3</sup> ) | 压缩模量/MPa |
|----------------|------------|--------------------------|----------|
| ⑨              | 圆砾、卵石      | 20.20                    | 40.00    |
| ⑨ <sub>1</sub> | 细中砂        | 20.20                    | 32.00    |
| ⑩              | 黏土         | 18.86                    | 14.25    |
| ⑩ <sub>1</sub> | 粉质黏土、重粉质黏土 | 19.75                    | 15.63    |
| ⑩ <sub>3</sub> | 黏质粉土、砂质粉土  | 20.40                    | 23.80    |
| ⑪              | 细中砂        | 20.50                    | 35.00    |
| ⑫              | 粉质黏土、重粉质黏土 | 20.13                    | 16.12    |
| ⑫ <sub>3</sub> | 黏土         | 19.16                    | 15.79    |
| ⑬              | 粉细砂        | 20.80                    | 40.00    |

4.3 计算结果对比分析

本文方法(平均竖向应力影响系数法)与规范方法(《桩基规范》竖向应力影响系数法)的桩基沉降计算结果对比见表2。

表2 本文方法与规范方法计算结果对比  
Tab. 2 Comparison of calculation results between the method in this paper and the specification method

| 布桩方式 | 本文方法<br>(平均竖向应力影响系数法) |             | 规范方法<br>(竖向应力影响系数法) |             |
|------|-----------------------|-------------|---------------------|-------------|
|      | 桩沉降 $s_p$ /mm         | 总沉降 $s$ /mm | 桩沉降 $s_p$ /mm       | 总沉降 $s$ /mm |
| 方式一  | 48.9                  | 52.1        | 49.4                | 52.6        |
| 方式二  | 37.0                  | 39.7        | 37.3                | 39.9        |

方式一布桩, 本文方法计算由基桩引起的沉降  $s_p=48.9$  mm, 规范方法计算由基桩引起的沉降  $s_p=49.4$  mm, 相对误差为 1%; 方式二布桩, 本文方法计算由基桩引起的沉降  $s_p=37.0$  mm, 规范方法计算由基桩引起的沉降  $s_p=37.3$  mm, 相对误差为 0.8%。本文方法与规范方法计算的相对误差很小, 表明本文提出的计算方法是正确的, 可以用于实际工程的计算和分析。同时, 本文方法可直接针对每层土进行计算, 不用对每层土再进行细分计算, 计算工作量大大减少。以本项目为例, 为满足计算精度要求, 采用规范法需要将桩端下 3 层土再细分成 18 层进行计算, 而采用本文方法只需对桩端下 3 层土直接进行计算。由此可见, 本文提出的计算方法相较于规范方法, 能极大地提高计算效率, 且满足精度要求。

## 5 结论

(1) 基于 Mindlin-Geddes 应力解提出了以平均竖向应力影响系数计算桩基沉降的新方法。利用 Mindlin-Geddes 应力解和桩基沉降计算原理, 推导了桩基平均竖向应力影响系数的积分表达式。同时, 通过解析桩端及桩侧阻力引起的附加应力场, 结合分层总和法改进了桩基沉降计算公式。

(2) 利用桩基平均竖向应力影响系数的积分公式, 编制了均布桩端阻力平均竖向应力影响系数、沿桩身均布侧阻力平均竖向应力影响系数和沿桩身线性增长侧阻力平均竖向应力影响系数的计算表格, 通过无量纲应力面积的计算和对比分析表明, 采用平均竖向应力影响系数与竖向应力影响系数计算的无量纲应力面积吻合, 精度满足要求, 可以用于实际工程的计算和分析。

(3) 结合某工程项目, 对两种不同布桩方案的桩基沉降进行计算和分析, 平均竖向应力影响系数方法与规范方法计算的相对误差很小, 表明平均竖向应力影响系数方法是正确的, 计算精度满足要求, 并且平均竖向应力影响系数方法不用对每层土再进行细分计算, 极大地提高了计算效率。

(4) 平均竖向应力影响系数计算表格可直接应用于工程设计, 工程技术人员通过查阅表格, 能够快速获取相应工况下的应力影响系数, 进而高效完成桩基沉降计算, 为工程设计提供了便捷、实用的计算手段。

## 参 考 文 献

[1] MINDLIN R D. Force at a point in the interior of a semi-infinite solid[J]. *Physics*, 1936, 7(5): 195-202.

- [2] GEDDES J D. Stresses in foundation soils due to vertical subsurface loading[J]. *Géotechnique*, 1966, 16(3): 231-255.
- [3] POULOS H G, DAVIS E H. Elastic solutions for soil and rock mechanics[M]. New York: Wiley, 1974.
- [4] RANDOLPH M F, WROTH C P. Analysis of deformation of vertically loaded piles[J]. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, 1978, 104(12): 1465-1488.
- [5] 徐志英. 以明特林 (Mindlin) 公式为根据的地基中垂直应力的计算公式 [J]. 土木工程学报, 1957, 4(4): 485-497. (XU Z Y. Calculation of vertical pressures in soil beneath loaded areas based on Mindlin's formula[J]. *Chinese Journal of Civil Engineering*, 1957, 4(4): 485-497. (in Chinese))
- [6] 周 罡, 林 荫. 用 Mindlin 应力解求单桩沉降的方法 [J]. 地下空间, 2001, 21(3): 173-177. (ZHOU G, LIN Y. Method for calculation of single pile settlement by Mindlin stress solution[J]. *Underground Space*, 2001, 21(3): 173-177. (in Chinese))
- [7] 邱明兵, 刘金砺, 秋仁东, 等. 基于 Mindlin 解的单桩竖向附加应力系数 [J]. 土木工程学报, 2014, 47(3): 130-137. (QIU M B, LIU J L, QIU R D, et al. Study on vertical additional stress coefficient for the single piles based on Mindlin's stress solution theory[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2014, 47(3): 130-137. (in Chinese))
- [8] 姚梅红. Mindlin 桩基沉降竖向应力影响系数的 Excel 算法 [J]. 福建建筑, 2012(12): 103-105. (YAO M H. Mindlin influence coefficient of vertical stress in pile foundation settlement algorithm of Excel[J]. *Fujian Architecture & Construction*, 2012(12): 103-105. (in Chinese))
- [9] 袁聚云, 赵锡宏. 竖向均布荷载作用在地基内部时的土中应力公式 [J]. 上海力学, 1995, 16(3): 213-222. (YUAN J Y, ZHAO X H. Formulas for the calculation of stresses in soil subjected to distributed loading beneath the surface of the ground[J]. *Shanghai Journal of Mechanics*, 1995, 16(3): 213-222. (in Chinese))
- [10] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 建筑桩基技术规范: JGJ 94—2008[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008. (Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. Technical code for building pile foundations: JGJ 94—2008[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2008. (in Chinese))
- [11] 林智勇, 戴自航, 苏美选. 基于 Mindlin 位移解考虑桩径影响的桩基沉降计算 [J]. 福州大学学报 (自然科学版), 2009, 37(4): 588-592. (LIN Z Y, DAI Z H, SU M

- X. Settlement calculation of pile foundations based on Mindlin's displacement formula considering influence of pile diameters[J]. Journal of Fuzhou University (Natural Science Edition), 2009, 37(4): 588-592. (in Chinese))
- [12] 王 涛. 基于 Mindlin 公式考虑桩径影响的应力计算方法 [J]. 建筑结构, 2006, 36(10): 46-49. (WANG T. New stress calculation method for Mindlin formula considering impact of piles diameters[J]. Building Structure, 2006, 36(10): 46-49. (in Chinese))
- [13] 王 涛, 高文生, 刘金砺. 桩基变刚度调平设计的实施方法研究 [J]. 岩土工程学报, 2010, 32(4): 531-537. (WANG T, GAO W S, LIU J L. Study on implementation method for optimization design of pile foundation stiffness to reduce differential settlement[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(4): 531-537. (in Chinese))
- [14] 吕亚茹, 刘汉龙, 王新泉, 等. 地基附加应力和桩基沉降计算的修正 Geddes 应力解 [J]. 四川大学学报 (工程科学版), 2013, 45(2): 68-74. (LYU Y R, LIU H L, WANG X Q, et al. A modified Geddes solution for estimating induced stress coefficient of subsoil and settlement of pile foundation[J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2013, 45(2): 68-74. (in Chinese))
- [15] 王士杰, 张 梅, 张吉占. Mindlin 应力解的应用理论研究 [J]. 工程力学, 2001, 18(6): 141-148. (WANG S J, ZHANG M, ZHANG J Z. On Mindlin stress formulas[J]. Engineering Mechanics, 2001, 18(6): 141-148. (in Chinese))
- [16] 毕平均. 基于 Geddes 应力解的桩筏基础沉降计算 [J]. 地下空间与工程学报, 2012, 8(5): 1048-1051, 1058. (BI P J. Settlement calculation of the piled raft foundations based on Geddes solution[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2012, 8(5): 1048-1051, 1058. (in Chinese))
- [17] 江小兵, 朱沈阳, 张浩博. 桩侧摩擦力在均质地基中引起的竖向位移计算公式 [J]. 岩土工程技术, 2025, 39(1): 6-13. (JIANG X B, ZHU S Y, ZHANG H B. Calculation formula of vertical displacement caused by side friction of pile in homogeneous foundation soils[J]. Geotechnical Engineering Technique, 2025, 39(1): 6-13. (in Chinese))
- [18] 刘金砺, 秋仁东, 邱明兵, 等. 不同条件下桩侧阻力端阻力性状及侧阻力分布概化与应用 [J]. 岩土工程学报, 2014, 36(11): 1953-1970. (LIU J L, QIU R D, QIU M B, et al. Behaviors of shaft resistance and tip resistance of piles under different conditions and conceptualization and application of distribution of shaft resistance[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(11): 1953-1970. (in Chinese))
- [19] 王 涛, 刘金砺, 王 旭. 基于桩侧阻概化模式的基桩均化附加应力系数研究 [J]. 岩土工程学报, 2018, 40(4): 665-672. (WANG T, LIU J L, WANG X. Homogenized additional stress coefficient of foundation piles based on generalized mode of pile shaft resistance[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(4): 665-672. (in Chinese))
- [20] 王笃礼, 王小波, 李建光. 考虑侧阻分布特征的桩-土-筏板共同作用研究 [J]. 建筑结构, 2021, 51(S2): 1661-1667. (WANG D L, WANG X B, LI J G. Research on pile-soil-raft interaction considering shaft resistance distribution characteristics[J]. Building Structure, 2021, 51(S2): 1661-1667. (in Chinese))

收稿日期: 2025-06-25

附录: 见 <http://ytgcjs.xml-journal.net/cn/article/doi/10.20265/j.cnki.issn.1007-2993.2025-0281> 资源附件。