

# 饱和砂土中孔隙水压力的计算方法<sup>①</sup>

鲁晓兵 杨振声

(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

**【摘要】** 孔压分解为体变孔压、脉动孔压和渗流孔压三部分, 并重点讨论了与砂土液化密切相关的体变孔压的产生机理并给出了计算方法, 该方法可以使实际工程计算得到简化, 结果是令人满意的。

**【关键词】** 饱和砂土; 液化; 体变孔压; 脉动孔压; 渗流孔压

**【Abstract】** The pore water pressure is divided into three parts, i. e., volume-strain pore pressure, pulsation-pore-pressure and seepage pore pressure. The first one is discussed carefully in the paper.

**【Key words】** saturated sandy soil; liquefaction; volume-strain pore pressure; pulsation pore pressure; seepage pore pressure

## 0 引言

研究表明, 如果荷载使砂土工作于弹性范围, 则砂土无结构破坏、残余体变, 也无残余孔压, 因此不会出现液化现象; 当外应力大于砂土弹性极限, 则砂土会逐渐液化。外应力超出弹性极限越多, 发展到液化所需的时间越短。当外荷载达到一定值时, 砂土将瞬时破坏(如爆炸时)。本文研究循环荷载下砂土的孔压的计算。

## 1 守恒方程和本构关系

(1) 假设颗粒和水密度不变, 即  $\rho_s = \text{const}$ ,  $\rho_w = \text{const}$ , 且忽略牵移加速度时, 则可列出砂土沿  $y$  向的动量守恒方程为<sup>[1]</sup>:

$$\rho_s \frac{\partial(1-n)v_{sy}}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_{ey}}{\partial y} + (1-n) \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = Kn^2(v_{wy} - v_{sy}) \quad (1)$$

式中:  $n$  —— 孔隙率;

$v_{sy}, v_{wy}$  —— 分别为颗粒和水在  $y$  方向的速度;

$K = \mu/\kappa$ ,  $k$  —— 渗透系数;

$\kappa$  —— 渗透率;

$\mu$  —— 水的粘性系数。

(2) 本构关系<sup>[2][3]</sup>

应力应变关系取如下形式:

$$\begin{cases} \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_y + \nu\epsilon_x) \\ \tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)}\gamma_{xy} \end{cases} \quad (2)$$

体变为:

$$\Delta\epsilon_{vd} = C(\gamma_m - C_2\epsilon_{vd}) + \epsilon_{vd}^2 C_3 / (\gamma_m + C_4\epsilon_{vd}) \quad (3)$$

式中:  $C$  —— 由实验确定的系数;

$C_1, C_2, C_3, C_4$  —— 实验常数;

$\epsilon_v$  —— 体应变;

$\sigma_y$  —— 有效应力;

$E$  —— 模量且随有效应力和剪应变的变化而改变;

$\nu$  —— 泊松比。

$$\Delta p = \Delta\epsilon_{vd} \cdot E_r \quad (4)$$

式中:  $E_r$  —— 土骨架在初始有效应力  $\sigma_y$  为 0 时的切线回弹模量;

$\Delta\epsilon_v$  —— 不考虑水作用时体应变改变。

① 本文得到国家自然科学基金的资助(基金号:19672067)。

作者简介: 鲁晓兵, 男, 中国科学院力学研究所 95 级博士生, 专业是软基处理。

### 2 孔压分解

根据基本方程(1), 首先将孔压分为几部分: 渗流形成的孔压  $p_1$  及与固相平衡的孔

压  $p_{21}, p_{22}$ 。  $p_1$  满足达西定律, 这样,  $y$  方向动量方程可以改变为三部分:

$$(1 - n) \frac{\partial p_{21}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{ey1}}{\partial y} = 0 \text{ 或 } (1 - n)p_{21} + \sigma_{ey1} = 0 \tag{5}$$

$$\rho_s \frac{\partial(1 - n)v_{sy}}{\partial t} + (1 - n) \frac{\partial p_{22}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{ey2}}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = -(1 - n)\rho_s g \tag{6}$$

$$(1 - n) \frac{\partial p_1}{\partial y} = Kn^2(v_{sx} - v_{sy}) \tag{7}$$

$p_{21}$ 是砂土体变引起的残余孔压,  $\sigma_{ey1}$ 是  $p_{21}$ 引起的降低的有效应力;  $p_{22}$ 是脉动孔压,  $g$  为重力加速度。。

以忽略不计, 即  $E_1, G$  认为常数时, 则  $N$  次循环后的孔压为:

$$p_{21} = p_0 + N \cdot \Delta p = p_0 + N \cdot E_1 \cdot C \cdot \gamma \tag{9}$$

#### 2.1 体变孔压

对于不排水情况, 由方程(3)(4)可以得到由于水使骨架回弹而产生的孔压增量为:

$$\Delta p_{21} = C \cdot \gamma \cdot E_1 \tag{8}$$

计算表明, 这种线性结果较实验值增长慢, 尤其在孔压增长后期, 见图 1。

如果考虑到孔压和应变对模量的影响, 孔压增长将为非线性关系, 见图 2。

如果认为  $E_1, G$  与孔压无关或影响可

$$\left. \begin{aligned} \Delta p_{21}^i &= \tau_{xy} \cdot C \cdot \frac{E_1^i}{G_1^i} \\ \Delta p_{21}^{i+1} &= \tau_{xy} \cdot C \cdot \frac{E_1^{i+1}}{G_1^{i+1}} \end{aligned} \right\} \tag{10}$$

$$\left. \begin{aligned} E_1^{i+1} &= E_1^i + \left[ \frac{\partial E}{\partial p} \right]_i \Delta p_{21}^i + \left[ \frac{\partial E}{\partial \gamma_m} \right]_i \Delta \gamma_m^i \\ G_1^{i+1} &= G_1^i + \left[ \frac{\partial G}{\partial p} \right]_i \Delta p_{21}^i + \left[ \frac{\partial G}{\partial \gamma_m} \right]_i \Delta \gamma_m^i \end{aligned} \right\} \text{力; } \tag{11}$$

忽略剪应变变化的影响时(实验表明, 应变在液化前变化非常小), 则有:

$$\Delta p_{21}^{i+1} = C_1 \cdot \tau_{xy} \cdot \frac{E_1^i + \left[ \frac{\partial E}{\partial p} \right]_{i1} \Delta p_{21}^i}{G_1^i + \left[ \frac{\partial G}{\partial p} \right]_{i1} \Delta p_{21}^i} = C_1 \cdot \tau_{xy} \cdot f(p) \tag{12}$$

由此进行递推, 可以得到  $N$  次循环后的孔压, 其中  $E_1^i, G_1^i$  为第  $i$  次循环时的回弹模量和剪切模量,  $\Delta p_{21}^{i+1}$  为  $i+1$  时的孔压增量,  $\tau_{xy}$  为外加的剪应力。

如果砂土无渗流, 则孔压由体变及脉动产生。本文给出了  $C_1$  取不同值时的结果。  
 $\tau_{xy} = 33\ 000\text{Pa}, E_0 = 2 \times 10^5\text{Pa}, G_0 = 3 \times 10^5\text{Pa}, \sigma_{e0} = 5 \times 10^5\text{Pa}。$

$$\sigma_{e0} = 5 \times 10^5\text{Pa}, \tau_{xy} = 33\ 000\text{Pa}, E_0 = 2 \times 10^5\text{Pa}, G_0 = 3 \times 10^5\text{Pa}, C = 0.3。$$

#### 2.2 脉动孔压

由式(6)、(7)并将本构关系代入得到:

$$(1 - n) \frac{\partial^2 p_{22}}{\partial x^2} = \rho_s(1 - n) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ \frac{\tau_{xy}}{G} \right] + \frac{E_1}{1 - v_1^2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left( \frac{\tau_{xy}}{G} \right) - \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial y \partial x} \text{引起} \tag{13}$$

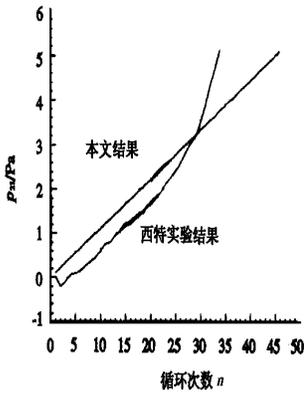


图1 线性孔压增长

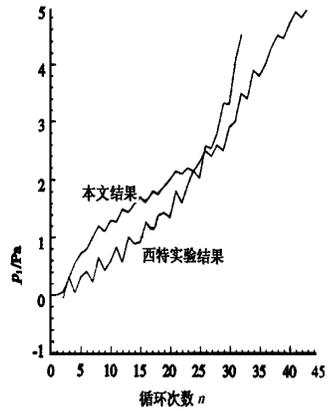


图2 非线性孔压增长

### 2.3 渗透孔压

由于渗透孔压满足方程式(7),将该式积分可以得到

$$p_1 = Kn^2 \int (v_{wy} - v_{sy}) / (1 - n) dy \quad (14)$$

### 3 结论

本文重点讨论了剪缩引起的孔压即残余孔压的计算,当这部分孔压增长到等于砂土上覆压力时,砂土就液化了,如果实际工程中只考虑砂土液化,则只需计算这部分体变孔压,只有要考察孔压的全部细节时,才需要将

三部分孔压均进行计算。

### 参 考 文 献

- 1 Douglas S Drumheller(1980), Anthony Bedford, A Thermomechanical Theory for Reacting Immiscible Mixtures, Archive for Rational Mechanics and Analysis, 257~284
- 2 李文洪,刘惠珊. 孔隙水压力对饱和砂的剪切模量和阻尼比的影响. 岩土工程学报, 1983, 5(4): 56~67
- 3 谢定义. 土动力学, 西安: 西安交通大学出版社, 1988

收稿日期: 1998-11-26