

圆弧滑动边坡改进条分法的数值分析

刘子振

(台州学院建筑工程学院, 浙江台州 318000)

【摘要】 结合传统极限平衡方法和现代极限平衡方法,对圆弧滑动边坡进行垂直条分,将条块间的作用力一般化,提出了基于圆弧滑动的改进条分法。建立了圆弧滑动边坡的力学计算式,确定了一般化的条间力影响系数和边坡安全系数的关系式。运用数值计算和迭代程序,得出滑体分别在力平衡和力矩平衡下的安全系数随条间力影响系数变化情况,从而定量地描述了边坡稳定状态。结果表明,圆弧滑动垂直条分改进方法反映了滑动面和垂直面相互影响情况,数值计算简便,而且精度较高。

【关键词】 圆弧滑动;边坡稳定;垂直条分;改进;数值分析

【中图分类号】 TU 457

【文献标识码】 A

doi:10.3969/j.issn.1007-2993.2010.02.004

Numerical Analysis of Improved Vertical Slices Method for Circle Slip Slope

Liu Zizhen

(School of Civil Engineering and Architecture, Taizhou University, Taizhou 318000, Zhejiang, China)

【Abstract】 Combination traditional limit equilibrium methods and modern limit equilibrium methods, the vertical slices method is used for the slope stability analysis with circle slip surface. By the generalized internal forces between the vertical slices, an improved slices method based on circle slip surface is proposed. Through establishing the mechanics calculation formula for the circle slip slope surface, the relationship between influence coefficient of generalized internal forces and safety factor is can be brought forward. using the numerical calculation and iterative process, the slope safety factor with the changed influence factor of the internal forces can be obtained under the balanced force and balanced torque respectively. It can describe the slope stability quantitatively. The result shows that the improved vertical slices method for circle slip slope reflects the interaction between circle slip surface and vertical surface. The numerical calculation is easy with a higher accuracy.

【Key words】 circle slip; slope stability; vertical slice; improvement; numerical analysis

0 引言

引起坡体滑动的主要原因是岩土体中剪应力的增加或岩土体的抗剪强度的降低,从而导致岩土体的强度破坏。自从 Fellenius 提出圆弧滑动法以来,传统的极限平衡方法已经衍生了很多种边坡稳定分析方法,如 Bishop 法^[1]、不平衡推力法^[2]、Sarma 法^[3]、Spencer 法^[4]等。传统的方法所需的条件在实际中是很难满足的,随着现代计算机手段和数值方法在岩土边坡上的应用,便有了现代极限平衡条分方法,比如 Morgenstern-Price 法^[5-6](1965),运用现代的数值分析技术,能够更精确地反映坡体破坏的临界状况。

Morgenstern 和 Price (1965)^[5-6]条分法认为:

条块间合力方向与水平方向夹角存在函数关系,

$$\theta = \lambda f(x) \quad (1)$$

式中: λ 为常数; $f(x)$ 为假定的分布函数方程; θ 为条块间合力倾角。函数方程 $f(x)$ 的选择形式对边坡稳定性计算结果起关键性作用。

现代极限平衡条分法有了很大的改进,主要体现在两方面:一是通过对实际的分析,研究最危险滑动面的规律,以图表的形式方便查找;二是通过假定条件,提出更合理的计算方法。本文通过一般化的条间力,模拟边坡内部受力机理,建立了边坡在力和力矩共同作用下稳定模式,运用数值计算,定量地描述了边坡稳定状态。

1 极限平衡垂直条分法的改进

1.1 改进条分法的基本原理

边坡稳定分析改进条分法^[7-11]符合传统的极限平衡理论,并在此基础上对条块间的相互作用力作了更合理、更一般性的假定,使得滑动体超静定问题变为静定可解。按照极限平衡理论,改进条分法需满足以下基本原则:

1) 边坡安全系数和垂直条块的安全系数都为 F_s , 且 F_s 定义为将岩土抗剪强度指标降低为 $\frac{c}{F_s}$ 、 $\frac{\tan \varphi}{F_s}$, 按 Mohr-Coulomb 强度准则, 可得岩土的抗剪强度 τ_i , 即

$$\tau_i = \frac{c}{F_s} + \sigma_n \frac{\tan \varphi}{F_s} \quad (2)$$

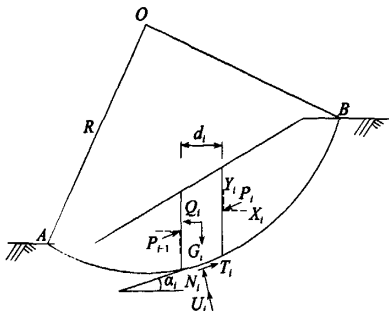
式中: c 为粘聚力; φ 为内摩擦角; σ_n 为受力面上的正应力。

2) 滑动体各垂直条块的底面处于极限破坏状态, 满足 Mohr-Coulomb 准则。

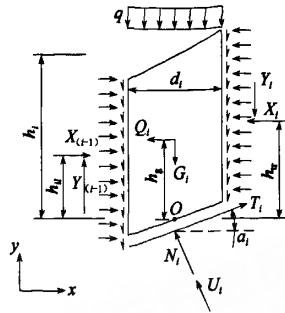
3) 边坡条块竖直面岩土还没有达到极限平衡状态, 该面上切向应力和法向应力的函数关系与岩土的特性有关。

1.2 条块划分及力学模型

把圆弧滑动体垂直条分成 n 条, 取其中第 i 条块进行受力分析, 边坡计算模型见图 1。图 1 中各物理量含义: G_i 为条块重量; Q_i 为水平作用力, 设其作用点与条块底线中点距离为 h_g ; U_i 为条块底部孔隙水压力; T_i 为条块滑面的切向力; N_i 为条块滑面的法向力; 与第 i 条块相邻的条间水平力为 X_{i-1} 、 X_i , 竖向力为 Y_{i-1} 、 Y_i , P_{i-1} 、 P_i 为条间合力, 条块左、右侧法向条间力到底部中点 O 距离为 h_u 、 h_v 。设滑动体平面半径为 R , 垂直条块底部坡角为 α_i 、条块等分宽度为 d_i 、底长 l_i , 条块岩土粘聚力为 c_i 、内摩擦角为 φ_i 。



(a) 边坡滑动几何模型



(b) 垂直条块的力学模型

图 1 边坡计算模型图

1.3 建立滑坡体临界平衡方程

1) 垂直条块切向应力与法向应力之间的函数关系, 即

$$\tau_i = \kappa \cdot \sigma_i \text{ 或 } Y_i = k \cdot X_i \quad (3)$$

式中: κ 和 k 为切向与法向间的应力和力之间的相互作用系数。

2) 第 i 条块滑动面极限破坏方程

$$T_i = \frac{c_i}{F_s} \cdot l_i + \frac{N_i}{F_s} \cdot \tan \varphi_i \quad (4)$$

3) 第 i 条块静力平衡方程

① 条块滑面切向力 T_i 方向上平衡方程

$$T_i - (X_i - X_{i-1}) \cdot \cos \alpha_i - Q_i \cdot \cos \alpha_i - (Y_i - Y_{i-1}) \cdot \sin \alpha_i - (G_i + q \cdot d_i) \cdot \sin \alpha_i = 0 \quad (5)$$

② 条块滑面法向力 N_i 方向平衡方程:

$$N_i + U_i + (X_i - X_{i-1}) \cdot \sin \alpha_i + Q_i \cdot \sin \alpha_i - (Y_i - Y_{i-1}) \cdot \cos \alpha_i - (G_i + q \cdot d_i) \cdot \cos \alpha_i = 0 \quad (6)$$

4) 取条块滑面中点 O 为矩心的力矩平衡方程

$$X_i \cdot h_v - X_{i-1} \cdot h_u - (Y_i + Y_{i-1}) \times \frac{d_i}{2} + Q_i \cdot h_g = 0 \quad (7)$$

5) 条块间合力作用点到相邻条块滑面中点 O 的距离关系式(见图 1(b)):

$$h_{(i-1)r} - \frac{d_{i-1}}{2} \cdot \tan \alpha_{i-1} = h_u + \frac{d_i}{2} \cdot \tan \alpha_i \quad (8)$$

将式(3)式(4)代入式(5)得

$$(X_i - X_{i-1})(\cos \alpha_i + k \cdot \sin \alpha_i) - \frac{c_i}{F_s} \cdot l_i - \frac{N_i}{F_s} \cdot \tan \varphi_i + Q_i \cdot \cos \alpha_i + (G_i + q \cdot d_i) \cdot \sin \alpha_i = 0 \quad (9)$$

结合式(3)式(6)式(9)可得

$$(X_i - X_{i-1})A_i - B_i + Q_i \cdot \cos \alpha_i = 0 \quad (10)$$

式中: A_i 和 B_i 用下式表示:

$$A_i = \cos \alpha_i + k \cdot \sin \alpha_i + \frac{\tan \varphi_i}{F_s} \cdot$$

$$\sin \alpha_i - \frac{\tan \varphi_i}{F_s} \cdot k \cdot \cos \alpha_i \quad (11)$$

$$B_i = \frac{\tan \varphi_i}{F_s} [(G_i + q \cdot d_i) \cdot \cos \alpha_i - Q_i \cdot \sin \alpha_i -$$

$$U_i + \frac{c_i}{\tan \varphi_i} \cdot l_i] - (G_i + q \cdot d_i) \cdot \sin \alpha_i \quad (12)$$

结合式(3)式(7)式(8)可得

$$(h_{ir} - \frac{d_i}{2} \cdot k) X_i - X_{i-1} (h_{(i-1)r} + \frac{d_i}{2} \cdot k - \frac{d_i}{2} \cdot \tan \alpha_i - \frac{d_{i-1}}{2} \cdot \tan \alpha_{i-1}) + Q_i \cdot h_g = 0 \quad (13)$$

2 改进条分法的数值分析

2.1 滑体数值计算分析

由于滑动面形状已确定,所以条块划分后,条块滑面坡角 α_i 、底长 l_i 、条块宽 d_i 、条块中心平均高度 h_i 、岩土强度指标 c_i 及 φ_i 都可以确定。因此,对整个滑体来说,将式(3)、式(8)代入式(13),变换可得

$$M_i - M_{i-1} = \frac{d_i}{2} k (X_i + X_{i-1}) - \frac{d_i}{2} X_{i-1} (\tan \alpha_i + \tan \alpha_{i-1}) \quad (14)$$

式中: $M_i = X_i h_{ir}$, $M_{i-1} = X_{i-1} h_{(i-1)r}$, 其中 M_i 、 M_{i-1} 为条块间法向力矩。

按照改进条分法原理,第1条块左侧和最后条块的右侧力矩均为零,因此可得下式

$$\left\{ \begin{aligned} &M_0 = 0 \\ &M_1 - M_0 = \frac{d_1}{2} k (X_1 + X_0) - \frac{d_1}{2} X_0 (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_0) \\ &M_2 - M_1 = \frac{d_2}{2} k (X_2 + X_1) - \frac{d_2}{2} X_1 (\tan \alpha_2 + \tan \alpha_1) \\ &\dots\dots \\ &M_n - M_{n-1} = \frac{d_n}{2} k (X_n + X_{n-1}) - \frac{d_n}{2} X_{n-1} \times \\ &\quad (\tan \alpha_n + \tan \alpha_{n-1}) \\ &M_n = 0 \end{aligned} \right. \quad (15)$$

对滑块进行等宽条分,将上式中、左边和右边分别相加得

$$k = \frac{\sum_{i=1}^n (\tan \alpha_i + \tan \alpha_{i-1}) X_{i-1}}{\sum_{i=1}^n (X_i + X_{i-1})} \quad (16)$$

考察式(9)、式(11)、式(12)、式(13)、式(16),发现 F_s 和 k 有对应的关系。应用现代数值技术能够很方便地进行求解,选定 F_s 的初始值,然后运用 excel 等不断进行迭代,得到一系列的力和力矩平衡下的 F_s 和 k 变化关系图。数值计算程序见图 2。

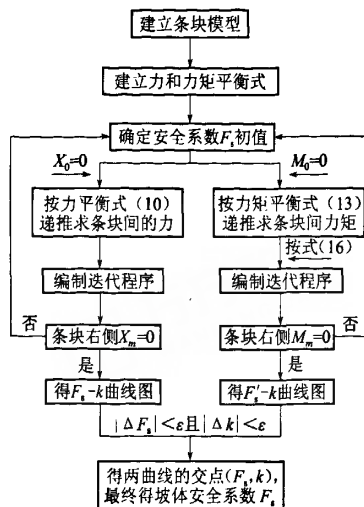


图 2 改进条分法计算程序图

2.2 边坡安全系数定量计算

对于边坡安全系数 F_s 的初始迭代值,可采用 Fellenius 法。由每个条块对滑弧圆心的力矩和应等于零(图 1(a),不考虑 Q_i),可得

$$\sum_{i=1}^n G_i R \sin \alpha_i - \sum_{i=1}^n T_i R = 0 \quad (17)$$

结合式(4)和式(17)可得

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n [c_i d_i \sec \alpha_i + (G_i \cos \alpha_i - U_i) \tan \varphi_i]}{\sum_{i=1}^n G_i \sin \alpha_i} \quad (18)$$

因此,Fellenius 法很方便计算出程序迭代的初始值。

对于 F_s 的最终值,可以设定一个差值^[12] $\Delta \epsilon = |F_s - F'_s| \leq 10^{-3}$,得到既满足力平衡又满足力矩平衡的 F_s 值。

3 算例

本文直接引用文献[12]中的例题,进行对比分析。边坡岩土的物理力学参数: $c = 29 \text{ kPa}$ 、 $\varphi = 20^\circ$ 、 $\gamma = 18.8 \text{ kN/m}^3$,其中: γ 为岩土重度,圆弧滑动面几何参数见图 3。

文献[12]构造了条间力之间的倾角函数 $f(x)$,根据不同的 $f(x)$ 得到不同的安全系数值,计算结果见表 1。求解过程中均未考虑 U_i 、 Q_i 及 q 值,各条块侧面和滑面的粘聚力及内摩擦角均相同。滑体条块划分见图 3,条块宽度为 $d_i = 1.36 \text{ m}$ 。计算过程如下:

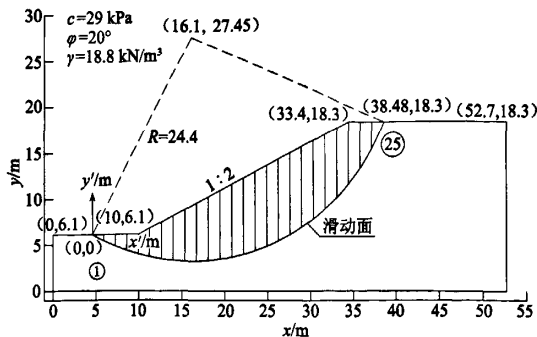


图3 圆弧滑动面几何模型

1) 确定 F_s 的初始值。按 Fellenius 法求得安全系数初始值为 $F_s = 1.937$

2) 画边坡力平衡下的 F_s-k 关系图。按照力的平衡从左至右求得每个条块的受力。由于最后条块的右侧边应满足 $X_n = 0$, 求得安全系数 F_s 。否则调整 F_s 直至满足为止, 最后得到 F_s-k 关系图。

3) 画边坡力矩平衡下的 F'_s-k 关系图。按照力矩平衡从左至右进行求解, 由于最后条块的右侧边应满足 $M_n = 0$, 求得安全系数为 F'_s 。通过调整 F'_s 直至满足为止, 得到另一个 F'_s-k 关系图。

4) 确定最终的 F_s 。设定一个差值 $\Delta\epsilon = |F_s - F'_s| \leq 10^{-3}$, 当 $F_s = 2.061$ 时, 力的平衡下 F_s-k 曲线和力矩平衡下 F'_s-k 曲线有一交点(见图4), 交点值为边坡的安全系数。计算结果见表1。

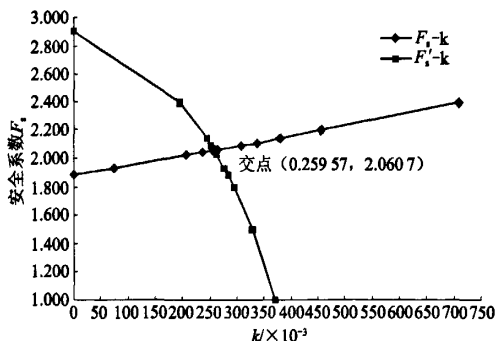


图4 圆弧滑动面安全系数变化图

表1 安全系数计算结果

滑动面	现代极限平衡法					传统极限平衡法
	改进条分数值分析法	GLE法 $f(x) = \text{half-sine}$	GLE法 $f(x) = 1$	M-P法	Spencer	Fellenius
圆弧	2.061	2.085	2.077	2.079	2.096	1.937

注: $f(x) = \text{half-sine}$ 表示条间力倾角函数为半正弦函数, M-P法指 Morgenstern-Price 法

从上表可得改进条分法与严格的条分法相当接

近, 最大误差仅为 -1.68%。与传统的和现代的极限平衡法一样, 该方法简单可行, 能较好地反应边坡的实际情况。同时, 该方法有一定的优势, 数值计算简单合理, 通过常用的办公软件 excel 等便可完成定量计算, 而且具有较高的精度。各种极限平衡法的相关特性比较见表2。

表2 各种极限平衡法的比较

极限平衡方法	平衡条件			计算精度	计算过程
	水平力	垂直力	力矩		
Fellenius	×	×	√	偏低	较简单
Bishop	×	√	√	偏低	简单、可机算
Janbu	√	√	√	高	简单、可机算
Morgenstern-Price	√	√	√	较高	复杂、可机算
不平衡推力法	√	√	×	高	简单、可机算
分块极限平衡	√	√	×	高	简单、可机算
Spencer	√	√	√	高	复杂、可机算
Sarma	√	√	√	高	复杂、可机算
改进条分数值法	√	√	√	较高	简单、可机算

注: 表中√表示满足或是, ×表示不满足或不是。

4 结论

通过结合分析传统的极限平衡方法和现代极限平衡方法, 基于极限平衡理论提出了一种圆弧滑动面垂直条分改进的数值分析方法。该方法计算简单可行, 主要有以下结论:

- 1) 该方法基于数学和力学平衡基础上, 直接建立了条块的静力学方程;
- 2) 将条块间的力一般化, 通过同时满足力和力矩平衡, 定量地计算了边坡稳定性;
- 3) 建立了条块在力和力矩同时平衡下的安全系数影响系数, 为数值计算提供了可行性;
- 4) 数值计算非常方便, 而且精度较高。

参考文献

[1] Bishop A. W., The use of the slip circle in the stability analysis of slopes[J]. Geotechnique, 1955, 5(1): 7-17.
 [2] 时卫民, 郑颖人, 唐伯明, 等. 边坡稳定不平衡推力法的精度分析及其使用条件[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(3): 314-317.
 [3] Sarma. S. K. Stability analysis of embankments and slopes. Geotechnique[J]. 1973: 23(3): 423-433.

(下转第74页)

仅 f_{sk} 有变化。例如某工程采用 CFG 桩复合地基, 设计桩长 8 m, 桩端持力层为淤泥质土, 桩径 400 mm, 面积置换率为 0.028, 桩间土承载力折减系数为 1.0, 第一种计算方法结果见表 3。

如按第二种计算方法, 土层②位于基础底面下, 有效桩长剩余 6.2 m, 土层③位于基础底面下, 有效桩长剩余 3.9 m, 置换率仍旧为 0.028, 则计算结果见表 4。

表 3 第一种计算方法计算结果

土层号及名称	土层厚度/m	天然地基承载力/kPa	天然土层压缩模量/MPa	复合地基承载力特征值/kPa	承载力提高系数	复合模量/MPa	桩侧摩阻力特征值/kPa	单桩承载力特征值/kN
①淤泥	1.8	75	1.8	92.44	1.23	2.21	8	146.3
②淤泥质土	2.3	82	2.2	99.32	1.21	2.66	12	146.3
③淤泥质土	8	160	4.0	176.07	1.10	4.40	15	146.3

表 4 第二种计算方法计算结果

土层号及名称	土层厚度/m	天然地基承载力/kPa	天然土层压缩模量/MPa	复合地基承载力特征值/kPa	承载力提高系数	复合模量/MPa	桩侧摩阻力特征值/kPa	单桩承载力特征值/kN
②淤泥质土	2.3	82	2.2	108.3	1.32	2.90	12	128.23
③淤泥质土	8	160	4.0	176.38	1.10	4.41	15	93.57

比较表 3、表 4, 可见复合模量有差别, 虽然差别不大。第二种方法计算更符合基本设计概念。

4 结论

岩土工程是一门尚未完善的学科, 尽管在理论研究方面的探索一直在进行, 但其适用性需要在实践中不断提高与改进。熟悉基本原理, 把握主要矛盾, 具体问题具体分析无疑是岩土工程师有效解决工程实际问题的重要前提。规范是成功经验的总结, 但规范并不能解决所有的实践问题, 即便是规范规定的条文, 也有其适用的条件和形成的背景, 机械照搬规范的条文是不可取的。

参考文献

[1] 《工程地质手册》编委会. 工程地质手册[M]. 北京:

中国建筑工业出版社, 2007.

[2] GB 50007—2002 建筑地基基础设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.

[3] 滕延京, 等. 建筑地基基础设计规范理解与应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2006.

[4] H. F. 温特科恩, 方晓阳. 基础工程手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1983.

[5] 张海东, 等. 某工程地基软弱夹层的补强设计与检测[J]. 岩土工程技术, 2009, 23(2): 93-99.

[6] JGJ 79—2002 建筑地基处理技术规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.

收稿日期: 2010-01-11

(上接第 70 页)

[4] Spencer E. A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces [J]. Geotechnique, 1967, 17(1): 11-26.

[5] Morgenstern, N. R. and Price, V. The analysis of the stability of general slip surface [J]. Geotechnique, 1965, 15(1): 79-93.

[6] Morgenstern, N. R. and Price, V. A numerical method of solving the equations of stability of general slip surfaces [J]. Computer Journal, 1967(4): 388-393.

[7] 陈祖煜. 土坡稳定分析通用条分法及其改进[J]. 岩土工程学报, 1983, 5(4): 11-27.

[8] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析—原理·方法·程序

[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003.

[9] Chen, Zuyu and Morgenstern, N. R. Extensions to the generalized method of slices for stability analysis. Canadian Geotechnical Journal, 1983, 20(1): 104-119.

[10] 刘子振, 言志信. 边坡稳定计算斜条分法机理分析[J]. 岩土工程技术, 2006, 20(5): 217-220.

[11] 张雄. 边坡稳定性分析的改进条分法[J]. 岩土工程学报, 1994, 16(3): 84-92.

[12] 张鲁渝. 一个用于边坡稳定分析的通用条分法[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(3): 496-501.

收稿日期: 2009-12-07