

# 地基承载力计算的一种新方法

张钦喜<sup>1,2</sup> 李继红<sup>1,2</sup>

(1. 北京工业大学城市与工程安全减灾教育部重点实验室,北京 100124;  
2. 北京工业大学工程抗震与结构诊治北京市重点实验室,北京 100124)

**【摘要】** 通过假定地基整体失稳时的滑动面为一通过基础边缘的圆弧,运用极限平衡方法,建立了新的条形基础下地基极限承载力的计算公式,并与现有的几种地基承载力计算方法进行了比较分析,提出的方法比经典的理论公式结果合理,并与现行常用方法结果甚为接近,表明提出的新方法是合理和具有工程实用价值的。

**【关键词】** 条形基础;假定滑动面;地基极限承载力

**【中图分类号】** TU 471

**【文献标识码】** A

doi:10.3969/j.issn.1007-2993.2010.04.002

## A New Method of Calculating the Bearing Capacity of Strip Foundation

Zhang Qinxi<sup>1,2</sup> Li Jihong<sup>1,2</sup>

(1. The Key Laboratory of Urban Security and Disaster Engineering, Ministry of Education, Beijing 100124, China;  
2. Beijing Key Lab of Earthquake Engineering and Structural Retrofit, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

**【Abstract】** Based on strip foundation and assuming the sliding surface is circle, which is closer to reality, the author deduced a new theory formula for calculating the bearing capacity of strip foundation. And it was taken to compare with several existing calculation methods of foundation bearing capacity to evaluate its legitimacy and applicability of engineering practice.

**【Key words】** strip foundation; assumed sliding surface; ultimate bearing capacity of foundation

### 0 引言

地基承载力是指地基土单位面积上承受荷载的能力。目前确定地基承载力的方法主要有载荷试验法(或其他原位测试法)、理论公式计算法、规范查表法。地基承载力理论是根据土的强度理论,依据塑性变形区的发展,即极限平衡区发展的不同阶段,提出了临塑荷载、临界荷载(界限荷载)和极限荷载的概念,并建立相应的计算公式。地基的极限承载力是地基整体达到极限平衡时的荷载,即极限荷载。目前求解极限荷载的方法有两种<sup>[1]</sup>:一种是根据极限平衡条件建立微分方程,根据边界条件求出地基整体达到极限平衡时极限承载力的精确解,这种方法只对一些极其简单的条件才能得到精确解,其他情况求解困难,故不常用。另一种求解极限承载力的方法为假定滑动面法,通过基础的模型试验,研究地基的滑动面形状,并做适当简化,然后以滑动面所包围的土体作为隔离体,根据静力平衡条件求解。这种方法概念明确,计算简单,得到广泛的应用。

实际工程中主要采用的几种地基承载力确定方法中,查表方法简单、易行,广为工程师们喜爱。但查表法也有不足,因任何统计关系都有一定的适用范围,只能有一定的相关程度,也就存在相当大的误差,特别是不同地区的土质,即便在物理参数上相近,但承载力可能差别很大,可能造成对承载力评价的失真。按照传统公式所假设的滑动面,地基破坏时滑动区范围相当大,往往达到难以置信的范围<sup>[2]</sup>。因此进一步研究合理的地基失稳形式和承载力计算方法仍然具有重要的现实意义。

本文在一种新的滑动面假定的基础上,建立了新的承载力计算公式,并与传统的极限承载力公式和现行其他方法得出的承载力进行了对比分析,初步证明本文方法是合理、可行和便于工程应用的。

### 1 现有地基承载力计算方法

#### 1.1 传统极限承载力公式

在刚塑体假定、土不可压缩、土体遵循莫尔-库伦强度理论、平面问题等基本假定的基础上得到的

传统地基极限承载力公式为<sup>[3]</sup>:

$$f_u = \frac{1}{2} \gamma b N_\gamma + \gamma_0 d N_q + c N_c \quad (1)$$

式中:  $\gamma$  为基底以下土的重度, 地下水位以下取有效重度,  $\text{kN/m}^3$ ;  $\gamma_0$  为基底以上土的重度;  $c$  为土的黏聚力,  $\text{kPa}$ ;  $b$  为基础底面的宽度,  $\text{m}$ ;  $d$  为基础埋置深度,  $\text{m}$ ;  $N_c$ 、 $N_q$ 、 $N_\gamma$  为地基承载力系数;

$$N_c = (N_q - 1) \cot \varphi; \quad N_q = e^{\pi \tan \varphi} \tan^2 \left[ \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right]$$

$N_\gamma$  没有统一解, 有若干学者提出过一些带有经验性质的公式, 有代表性的如:

$$\text{Taylor: } N_\gamma = (N_q - 1) \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$\text{Meyerhof: } N_\gamma = (N_q - 1) \tan(1.4 \varphi)$$

$$\text{Brinch Hansen: } N_\gamma = 1.8(N_q - 1) \tan \varphi$$

$$\text{Vesic: } N_\gamma = 2(N_q + 1) \tan \varphi$$

北京市地方标准《北京地区建筑地基勘察设计规范》采用了 Vesic 公式。

从表面上看这是一个严格、完善的公式, 其实这是从 20 世纪 20 年代开始, 人们在对承载力公式的不断探索, 由不同阶段人们在不断完善中逐项“凑”在一起的<sup>[2]</sup>。此外, 按公式(1)的假定, 设土体内摩擦角  $\varphi = 30^\circ$  地基破坏时滑裂面宽度大概是基础宽度的 4.5 倍。若假定基础宽度为 30 m 的话, 则要滑出一百多米, 这样推出的破坏状态几乎是难以想象的<sup>[2]</sup>。

## 1.2 国标《建筑地基基础设计规范》计算公式

国家标准《建筑地基基础设计规范》(GB 50007)的承载力公式采用的是建立在弹塑体模型基础上的 Flament 解, 定义基底下塑性区开展深度等于基础宽度 1/4 时的荷载为地基承载力的设计值。规范中给出的公式如下<sup>[4]</sup>:

$$f_a = M_b \gamma b + M_d \gamma_0 d + M_c c_k \quad (2)$$

式中:  $b$  为基础底面宽度,  $\text{m}$ , 大于 6 m 时按 6 m 取值, 对于砂土小于 3 m 时按 3 m 取值;  $c_k$  为基底下 1 倍短边宽深度内土的黏聚力标准值,  $\text{kPa}$ ;  $M_b$ 、 $M_d$ 、 $M_c$  为承载力系数。

$$M_b = \frac{\pi}{4 \cot \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}}; \quad M_d = 1 + \frac{\pi}{\cot \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}};$$

$$M_c = \frac{\pi}{\tan \varphi \left[ \cot \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2} \right]}$$

国标<sup>[4]</sup>用  $p_{1/4}$  公式得到的是地基承载力的特征值。所谓地基承载力特征值, 是指由地基承载

力标准值经过深宽修正后的承载力, 或者直接用地基强度指标按照承载力理论公式计算所得到的值。已有资料证明  $p_{1/4}$  公式所表示的塑性范围仅仅是考虑了埋深为零、松散土情况下的塑性深度<sup>[5-6]</sup>, 并没有真实的反映地基的塑性区的开展, 因而过于保守而限制了地基承载力的充分发挥, 造成了承载力的浪费。

## 1.3 《北京规范》的等效计算公式

建立在刚塑体假定基础上的《北京规范》的等效计算公式为<sup>[7]</sup>:

$$f_u = 5.14 \tau_c + \gamma_0 d \quad (3)$$

$$\text{式中: } \tau_c = c \cdot \tan \left[ \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right] + \bar{\sigma}_3 \frac{\tan^2 \left[ \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right] - 1}{2}$$

$$\bar{\sigma}_3 = \frac{\gamma(d + z_c)}{2(1 - \nu)}$$

$\nu$  为泊松比, 本次算例中取值为 0.33;

$\bar{\sigma}_3$  为基础底面以下的“平均初始有效侧限压力”,  $\text{kPa}$ , 其值规范中定为基底下深度为  $z_c$  处的有效侧限压力。

$$z_c = \begin{cases} 0.5b & (\text{条基, } b \text{ 为基础宽度}) \\ r \sqrt{\frac{2+(1+\nu)}{7-2\nu}} & (\text{圆形基础, } r \text{ 为基础直径, } \nu \text{ 为泊松比}) \end{cases}$$

$z_c$  的取值来源于 Terzaghi 的下限解<sup>[8]</sup>, 式(3)的算法是经过载荷试验结果验证的, 但  $2500 \text{ cm}^2$  压板的直径  $b$  仅为 56.42 cm, 对于面积较大, 埋深较深的实际基础, 以基础下土体中局部的应力条件为依据, 按“平均初始有效侧限压力  $\bar{\sigma}_3$ ”的大小, 将本应按  $c$ 、 $\varphi$  及各点应力确定的强度, 转换成由一个统一的由  $\bar{\sigma}_3$  确定的  $\tau_c$ , 可能带来误差, 且  $\frac{d\tau_c}{d\bar{\sigma}_3}$  有随  $\varphi$  值加快增长的趋势(见图 1), 这样, 当基础宽度、埋深较大, 而土的  $\varphi$  值亦较大时, 对  $\bar{\sigma}_3$  估计的失准, 可能带来很大的误差<sup>[9]</sup>, 且此承载力计算方法仅限于黏性土及粉土地基<sup>[7]</sup>。

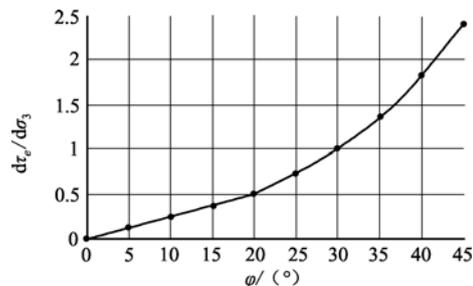


图 1  $\frac{d\tau_c}{d\sigma_3}$  随  $\varphi$  值的变化

1.4 《北京规范》<sup>[7]</sup>查表法

根据土的物理力学性质指标,直接从规范所给出的地基容许承载力表中查出  $f_{ka}$ ,并经过规范规定的深宽修正公式得到地基承载力标准值  $f_a$ (相当于国标中深宽修正后的特征值),计算公式如下<sup>[7]</sup>:

$$f_a = f_{ka} + \eta_b \gamma (b-3) + \eta_d \gamma_0 (d-1.5) \quad (4)$$

式中:  $f_a$  为修正后的地基承载力值, kPa;

$f_{ka}$  为地基承载力标准值, kPa, 按《北京地基规范》第 7.3.6 条确定;

$\eta_b$ 、 $\eta_d$  为基础宽度和埋深的地基承载力修正系数, 其值可查《北京地基规范》表 7.3.7;

$b$  为基础底面宽度, m; 当基宽小于 3 m 时按 3 m 取值, 大于 6 m 时按 6 m 取值;

$d$  为基础埋深, m, 小于 1.5 m 时按 1.5 m 考虑。

根据工程实测资料显示, 此计算方法有一定的保守性<sup>[7]</sup>。

2 本文提出的理论计算公式

类似于传统理论公式及 Terzaghi 的推导方法, 依据极限平衡理论, 假定滑动面, 通过建立处于极限平衡状态时滑动土体的力矩平衡方程求解极限荷载。假设最危险滑动面为圆弧形(见图 2), 沿用求边坡最危险滑动面的方法, 求得  $x=0$  时为最危险滑动面(见图 3)。

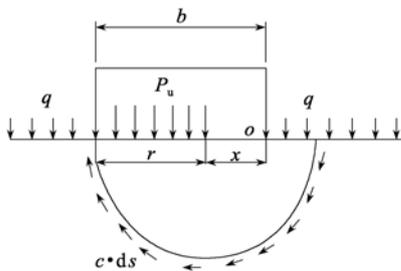


图 2 假定滑动面

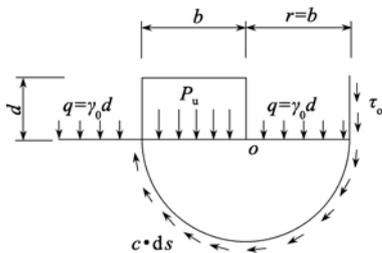


图 3 最危险滑动面

把基底以上土层用均布荷载  $q = \gamma_0 d$  代替, 圆弧形滑动面圆心在基础底边缘处, 由于对称性, 滑动土体重力对中心点的力矩为零, 滑动面垂直向地表延伸, 考虑基底以上滑动面处抗剪强度  $\tau_0$  对承载力的贡献, 其中抗剪强度简化为:

$$\tau_0 = \sigma \tan \varphi + c_0 = \gamma_0 \cdot \frac{d}{2} \cdot K_0 \tan \varphi + c_0$$

滑动体内其他各力对滑动面圆心点的力矩分别为:

地基外荷载  $p_u$  对滑动面圆心点求距:  $M_{p_u} = \frac{p_u b^2}{2}$

基底以上土重  $q$  对滑动面圆心求距:  $M_q = \frac{qb^2}{2}$

滑动面上的粘聚力  $c$  对滑动面圆心点求距:

$$M_c = \int_0^\pi c \cdot b d \theta \cdot b = \pi b^2 c$$

基底以上滑动面处抗剪强度对滑动面圆心点求距:

$$M_{\tau_0} = \left[ \gamma_0 \frac{d}{2} K_0 \tan \varphi_0 + c_0 \right] \cdot db = \frac{1}{2} \gamma_0 b d^2 K_0 \times \tan \varphi_0 + c_0 b d$$

根据静力平衡条件:

$$\sum M = M_{p_u} - M_q - M_c - M_{\tau_0} = 0$$

代入以上所求各力矩:

$$\frac{p_u b^2}{2} - \frac{qb^2}{2} - \pi b^2 c - \left[ \frac{1}{2} \gamma_0 b d^2 K_0 \tan \varphi + c_0 b d \right] = 0$$

得出:  $p_u = q + 2\pi c + 2c_0 \frac{d}{b} + \frac{\gamma_0 d^2 k_0 \tan \varphi}{b}$

考虑土重 ( $\gamma \neq 0$ ), 方法同泰勒 (D. W. Taylor, 1948) 对普朗特公式的补充, 把土重对地基承载力的贡献换算成黏聚力  $c' = \gamma \cdot b \tan \varphi$ , 得地基极限承载力公式

$$p_u = \gamma_0 d + 2\pi c + 2\pi \gamma b \tan \varphi + 2c_0 \frac{d}{b} + \frac{\gamma_0 d^2 k_0 \tan \varphi_0}{b} \quad (5)$$

式中:  $c$ 、 $c_0$  为基底以下和基底以上土的黏聚力, kPa;  $\varphi$ 、 $\varphi_0$  为基底以下和基底以上土的内摩擦角, ( $^\circ$ );  $\tau_0$  为基底以上土的抗剪强度, kPa;  $b$ 、 $d$  为基础宽度和基础埋深, m。

3 以上几种承载力计算方法的对比分析

下面通过工程算例对传统承载力公式、国标地基承载力算法、北京规范中的两种地基承载力算法与作者所提出的承载力公式进行对比分析。比较中选取了不同的基础宽度及埋深及和不同的地基土的黏聚力和内摩擦角进行计算。基础埋深和宽度的选择考虑了实际工程中可能遇到的情况; 土工参数的选择则取自于北京规范制订时典型场地试验得到的不同土类的实际指标。土的重度  $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ , 不考虑地下水的影响。为了比较方便, 忽略承载力公式中的形状系数, 即按条形基础考虑, 安全系数取 2, 按不同的土工参数共分 3 组, 比较见表 1、表 2、表 3, 相应的对比分析见图 4、图 5、图 6。

在下列各表中,各符号的意义为:

$f_{uc}/2$  为按传统公式计算地基承载力的极限值除以安全系数 2 之后得到的地基承载力特征值, kPa;

$f_{ue}/2$  为等效公式计算地基承载力的极限值除以安全系数 2 之后得到的地基承载力特征值, kPa;

$f_v$  为按国标《建筑地基基础设计规范》计算所得地基承载力特征值, kPa;

$f_a$  为按《北京规范》的查表方法得  $f_{ka}$  经深、宽修正后的地基承载力特征值, kPa;

$p_u/2$  为按笔者所推得的公式计算地基承载力的极限值除以安全系数 2 之后得到的地基承载力特征值, kPa。

表 1 相同埋深、不同宽度基础地基承载力计算结果比较  
( $d=10\text{ m}$ ,  $c=43\text{ kPa}$ ,  $\varphi=24^\circ$ ,  $\gamma=20\text{ kN/m}^3$ )

$b$	$\eta_b$	$\eta_d$	$f_u/2$	$f_{ue}/2$	$f_v$	$f_a$	$p_u/2$
2	0.5	1.6	1469	743	1083	472	638
4	0.5	1.6	1563	769	1115	482	520
6	0.5	1.6	1657	795	1147	502	518
8	0.5	1.6	1751	822	1147	502	545
10	0.5	1.6	1845	848	1147	502	584
15	0.5	1.6	2080	914	1147	502	700
20	0.5	1.6	2315	980	1147	502	828
25	0.5	1.6	2550	1045	1147	502	961

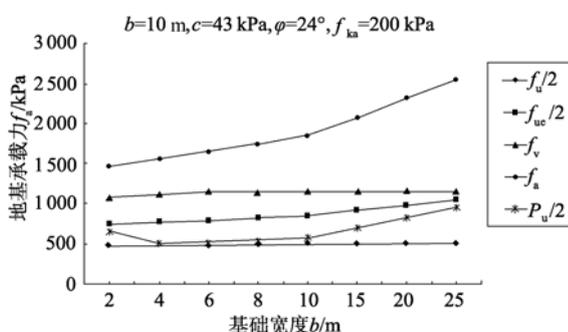


图 4 相同埋深、不同宽度基础地基承载力对比图

表 2 不同埋深、相同基础宽度地基承载力计算结果比较  
( $b=15\text{ m}$ ,  $c=43\text{ kPa}$ ,  $\varphi=24^\circ$ ,  $\gamma=20\text{ kN/m}^3$ )

$d$	$\eta_b$	$\eta_d$	$f_u/2$	$f_{ue}/2$	$f_v$	$f_a$	$p_u/2$
2	0.5	1.6	1312	476	528	246	582
4	0.5	1.6	1504	586	682	310	616
6	0.5	1.6	1696	695	837	374	655
8	0.5	1.6	1888	804	992	438	699
10	0.5	1.6	2080	914	1147	502	749
15	0.5	1.6	2560	1187	1534	662	895
20	0.5	1.6	3040	1461	1921	822	1075
25	0.5	1.6	3520	1734	2308	982	1288

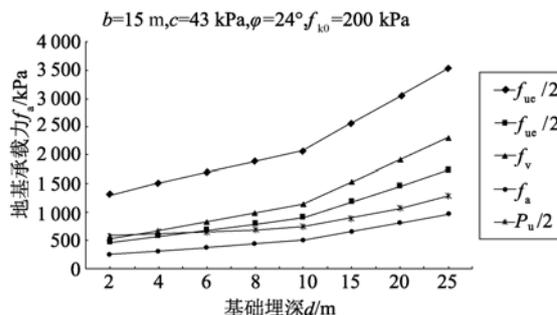


图 5 不同埋深、相同基础宽度地基承载力对比图

表 3 不同摩擦角、黏聚力情况下地基承载力计算结果对比  
( $b=15\text{ m}$ ,  $d=10\text{ m}$ ,  $\gamma=20\text{ kN/m}^3$ )

$\varphi$	$c$	$\eta_b$	$\eta_d$	$f_{ka}$	$f_u/2$	$f_{ue}/2$	$f_v$	$f_a$	$p_u/2$
15	30	0.8	2.2	160	752	617	642	582	479
15	50	0.3	1.5	180	8611	684	739	453	555
16.9	41	0.3	1.5	170	9784	699	768	443	556
17.2	27	0.5	1.6	140	9216	658	708	442	508
23.8	30	0.8	2.2	160	19025	854	1041	582	647
24.1	43	0.5	1.6	200	20925	915	1142	502	702
25	10	1	2.5	220	1972	813	981	705	595
30	15	1	2.5	240	37199	1019	1372	725	720

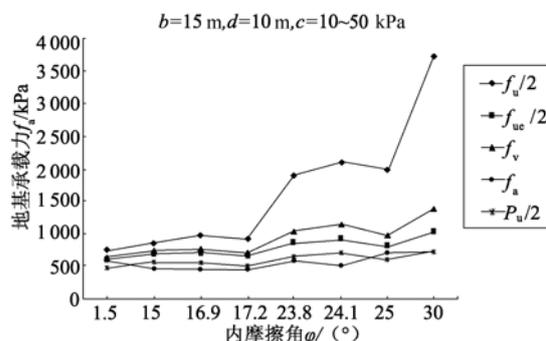


图 6 不同摩擦角和黏聚力情况下地基承载力计算结果对比

严格地说,上面各图画成散点图更为恰当一些,因为图中每根曲线并不具有严格意义上的可比性。比如图 3 中,横坐标是内摩擦角  $\varphi$ ,而在每条曲线中的点包含了黏聚力在 10~50 kPa 的不同情况。好在各条曲线处于同一横坐标的点,其内摩擦角  $\varphi$  是相同的,这就赋予曲线具有一定的比较意义,且方便分析。

从表 1、表 2、表 3 的计算结果,和图 4、图 5、图 6 对比中可以看出:

1) 按照传统极限承载力公式计算所得的地基承载力特征值  $\left\{ \frac{f_u}{2} \right\}$ , 在相同条件下均远远大于国标《地基规范》计算值 ( $f_v$ ) 和另外两种《北京规范》承载力计算值  $\left\{ \frac{f_{uc}}{2} \text{ 和 } f_a \right\}$ , 同时也远远大于按照笔者

提出的极限承载力公式计算所得值  $\left[\frac{p_u}{2}\right]$ , 并随基础宽度、埋深和地基土的内摩擦角的增大, 差别加大;

2) 从案例计算结果对比中可以看出, 利用国标《地基规范》计算的地基承载力值 ( $f_v$ ) 与《北京规范》中的等效计算方法  $\left[\frac{f_{us}}{2}\right]$  比较接近, 均大于按查表方法计算的承载力值 ( $f_a$ ), 也大于利用笔者提出的计算公式所得值  $\left[\frac{p_u}{2}\right]$ 。

3) 一般工程中为安全及方便起见, 常用查表方法加深宽修正后的地基承载力值。按照笔者所提出的承载力公式所得计算值与这种查表方法所得值较为接近, 且有稍微的提高, 说明了其具有一定的合理性。同时根据工程实践表明, 一般用查表方法得的结果偏于保守, 使地基承载力不能得到充分的发挥, 同时造成经济上的浪费。本次推导得的承载力计算公式考虑了基底以上土的抗剪强度和黏聚力对地基承载力的贡献, 与实际更为接近。若按此方法所得计算值运用于实际工程中, 更能充分发挥地基土的承载力, 带来一定经济效益。

4) 从图 3 可以看出, 笔者推导所假定的滑动面, 破坏时的影响范围大致在 1 倍的基础宽度范围, 这与传统理论推导所依据的滑动面影响范围达数倍基础宽度相比, 更接近于工程实际;

5) 从前述笔者推导所假定的滑动面形式可知, 地基承载力决定于基础下 1 倍基础宽度范围土层的性质, 而 1 倍基础宽度范围以下土的性质对承载力的影响可以忽略。根据《建筑地基基础设计规范》(GBJ 50007—2002) 中地基变形计算深度的规定<sup>[4]</sup>, 规范中条文说明第 5.3.7 条图 5.3.7 表明了越宽的基础, 其影响深度越接近于 1 倍基础宽度, 这点与本文公式 1 倍基宽内的土对承载力有影响的结

果不谋而合。而与传统理论滑裂面深度可达数倍基宽相比, 显然笔者的结果更为合理。

#### 4 结论

本文采用假定滑动面法重新推导出新的地基承载力公式, 推导中不但考虑到了基底土重对地基承载力的贡献, 同时也考虑了基底以上土的抗剪强度对地基承载力的贡献, 使计算结果值更具合理性, 所依据的滑动破坏面影响范围及影响深度与工程实际也更为接近。与传统的极限承载力公式和现行其他方法得出的承载力的对比分析表明, 本文方法是合理、可行且便于工程应用的。

#### 参 考 文 献

- [1] 陈国兴, 樊良本, 等. 土质学与土力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2006: 203-209.
- [2] 张在明. 北京地区高层和大型公用建筑的地基基础问题[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(1): 11-23.
- [3] 赵成刚, 白冰, 等. 土力学原理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009: 312-319.
- [4] GB 50007—2002 建筑地基基础设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2009.
- [5] 陆培炎, 徐振华. 地基及基础[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1981.
- [6] 周桂阳, 张树俊, 宰金珉. 地基承载力规范公式的弹塑性理论分析[J]. 南通大学学报(自然科学版), 2007, 6(3): 37-40.
- [7] DBJ 11-501-2009 北京地区建筑地基基础勘察设计规范[S]. 北京: 北京计划出版社, 2009.
- [8] 谢定义, 姚仰平, 党发宁. 高等土力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008: 380-381.
- [9] 张在明. 关于地基承载力问题的分析[J]. 工程勘察, 1995(2): 1-7.

收稿日期: 2010-05-07