

# 中间设站法精密三角高程测量在基坑监测中的应用

孙愿平 姚培军 刘洪臣

(中兵勘察设计研究院, 北京 100053)

**【摘要】** 几何水准法是目前基坑竖向位移监测的常规方法, 该方法受基坑施工场地环境的影响较大, 在一些空间狭窄的基坑工程中很难进行施测。简述了三种三角高程测量方法的特点, 并选用了中间设站法精密三角高程测量作为研究对象。研究了中间设站法精密三角高程测量的误差来源及精度, 结合工程测量试验, 分析了 TCA2003 全站仪中间设站法精密三角高程测量的实测精度及其替代二等几何水准测量的可行性和可靠性, 给出了中间设站法精密三角高程测量应用于基坑竖向位移监测的条件及操作流程。

**【关键词】** 测量机器人; 基坑竖向位移监测; 中间设站法精密三角高程测量; 精度

**【中图分类号】** P 224.2

**【文献标识码】** A

doi: 10. 3969/j. issn. 1007-2993. 2013. 04. 001

## The Application of Precise Trigonometric Leveling in Foundation Pit Monitoring

Sun Yuanping Yao Peijun Liu Hongchen

(China Ordnance Industry Survey, Design & Research Institute, Beijing 100053, China)

**【Abstract】** Geometric geoid method is the conventional method of foundation pit vertical displacement monitoring. This method is strongly influenced by the environment of foundation pit construction site. It is hard to measure in some narrow space foundation pit engineering. In this paper, the characteristics of three trigonometric leveling methods were summarized, and the source of measuring error and accuracy of total station precise trigonometric leveling was studied. Combining with engineering survey test, the measurement accuracy of TCA2003 total station precise trigonometric leveling was discussed. Then the feasibility and reliability of substituting precise trigonometric leveling for second-order leveling was analyzed. Finally, the process and condition of the application of total station precise trigonometric leveling were put forward.

**【Key words】** measuring robot; foundation pit vertical displacement monitoring; total station precise trigonometric leveling; accuracy

### 0 引言

随着城市化进程的不断加快, 城市建设基坑工程得到了充分的发展和推进。为了确保基坑的安全施工, 就必须加大对基坑施工过程中的变形监测工作。

受城市空间限制、基坑施工场地越来越狭窄等因素的影响, 基坑竖向位移监测工作难度变大, 在一些空间狭窄的基坑工程中很难再采用常规的几何水准法进行施测。随着高精度测量机器人的出现, 精密三角高程代替二等水准的研究在控制测量领域技术已经十分成熟, 因此这使精密三角高程在基坑竖向位移监测工作的应用实现成为可能。

### 1 中间设站法精密三角高程精度的研究

三角高程测量分别有三种方法, 分别是: 单站

法、中间设站法、对向观测法, 其中中间设站法和对向观测法测量精度较高<sup>[1]</sup>, 可称之为精密三角高程测量。鉴于基坑监测高精度要求及基坑施工环境的复杂性, 三种三角高程测量方法中只有中间设站法适宜于基坑竖向位移监测。

#### 1.1 基坑中间设站法精密三角高程测量原理

基坑中间设站法精密三角高程的实现形式见图 1。为了测定变形监测点 C、D、E、F 四点的每周期高程值, 可以在基坑周边稳定的区域做一个固定高程基准点 A, 采用常规水准测量的方法将  $BM_1$  和  $BM_2$  两高程基准点的高程值传递到 A 点上, A 点到监测点 C、D、E、F 点的高差则采用中间设站法精密三角高程测量的方法求得。以 C 点为例, 目标高一致时, B 点到 C 点的高差计算公式如下:

$$h_{BC} = (S_2 \sin \alpha_2 - S_1 \sin \alpha_1) + \left( \frac{1-K_2}{2R} D_2^2 - \frac{1-K_1}{2R} D_1^2 \right) \quad (1)$$

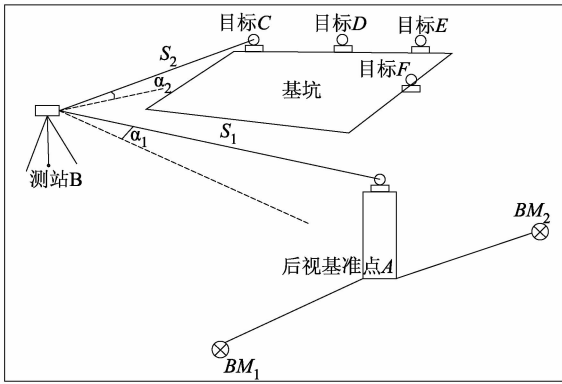


图1 基坑精密三角高程测量示意图

1.2 基坑精密三角高程误差来源及精度分析

在不考虑已知点高程误差的情况下,对式(1)进行全微分<sup>[2]</sup>

$$dh_{BC} = - \left( \sin \alpha_1 + \frac{1-K_1}{R} S_1 \cos^2 \alpha_1 \right) dS_1 + \left( \sin \alpha_2 + \frac{1-K_2}{R} S_2 \cos^2 \alpha_2 \right) dS_2 - \frac{1}{\rho} \left( S_1 \cos \alpha_1 - \frac{1-K_1}{R} S_1^2 \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 \right) d\alpha_1 + \frac{1}{\rho} \left( S_2 \cos \alpha_2 - \frac{1-K_2}{R} S_2^2 \cos \alpha_2 \sin \alpha_2 \right) d\alpha_2 - \frac{1}{2R} S_2^2 \cos^2 \alpha_2 dK_2 + \frac{1}{2R} S_1^2 \cos^2 \alpha_1 dK_1 \quad (2)$$

在式(2)中: $\rho=206\ 265, R=6\ 371\ 000\text{ m}, K$ 值在我国东部地区约为 $0.09\sim 0.14$ 之间<sup>[3]</sup>。当 $S_1 < 1\ 000\text{ m}, S_2 < 1\ 000\text{ m}$ 时,  $\frac{1-K_1}{R} S_1 \cos^2 \alpha_1, \frac{1-K_2}{R} S_2 \cos^2 \alpha_2, \frac{1-K_1}{R} S_1^2 \cos \alpha_1 \sin \alpha_1, \frac{1-K_2}{R} S_2^2 \cos \alpha_2 \sin \alpha_2$ 的值对高差精度影响很小,可忽略不计。设 $D_1, D_2$ 为B点到A点、C点的平距,则 $D_1^2 = S_1^2 \cos^2 \alpha_1, D_2^2 = S_2^2 \cos^2 \alpha_2$ ,那么根据误差传播定律,得到误差公式:

$$m_{h_{BC}}^2 = \sin^2 \alpha_1 m_{s_1}^2 + \sin^2 \alpha_2 m_{s_2}^2 + \frac{1}{\rho^2} D_1^2 m_{\alpha_1}^2 + \frac{1}{\rho^2} D_2^2 m_{\alpha_2}^2 + \frac{1}{4R^2} D_1^4 m_{K_1}^2 + \frac{1}{4R^2} D_2^4 m_{K_2}^2 \quad (3)$$

令

$$m_1 = \pm \sqrt{\sin^2 \alpha_1 m_{s_1}^2 + \sin^2 \alpha_2 m_{s_2}^2} \quad (4)$$

$$m_2 = \pm \sqrt{\frac{1}{\rho^2} D_1^2 m_{\alpha_1}^2 + \frac{1}{\rho^2} D_2^2 m_{\alpha_2}^2} \quad (5)$$

$$m_3 = \pm \sqrt{\frac{1}{4R^2} D_1^4 m_{K_1}^2 + \frac{1}{4R^2} D_2^4 m_{K_2}^2} \quad (6)$$

则

$$m_{h_{BC}}^2 = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 \quad (7)$$

1.2.1 距离观测误差对高差精度的影响

在分析距离观测误差对高差精度的影响时,假定 $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_0, m_{s_1} = m_{s_2} = m_{s_0} = \pm(1 + 10^{-6} \times D) / \sqrt{\text{距离测回数}}$ (TCA2003测距精度为 $1 + 10^{-6} \times D$ ),那么式(4)变为:

$$m_1 = \pm \sqrt{2} \sin \alpha_0 m_{s_0} \quad (8)$$

从公式(8)可以看出,垂直角越大,距离观测误差对高差精度的影响越大。

1.2.2 角度观测误差对高差精度的影响

在分析角度观测误差对高差精度的影响时,假定 $D_1 \approx D_2 = D_0, m_{\alpha_1} = m_{\alpha_2} = m_{\alpha_0} = \pm(0.5) / \sqrt{\text{垂直角测回数} \times 2}$ 那么,式(5)变为:

$$m_2 = \pm \frac{D_0}{\rho} \sqrt{2} m_{\alpha_0} \quad (9)$$

从公式(9)可以看出,观测距离越大,垂直角观测误差对高差精度的影响越大。

1.3.3 折光系数误差对高差精度的影响

在分析折光系数误差对高差精度的影响时,假定 $D_1 \approx D_2 = D_0, m_{K_1} = m_{K_2} = m_{K_0}$ ,曾有研究表明折光系数误差值范围在 $0.03\sim 0.05$ 之间<sup>[3]</sup>,那么式(6)变为:

$$m_3 = \pm \frac{\sqrt{2} D_0^2}{2R} m_{K_0} \quad (10)$$

从公式(10)可以看出,在 $100\text{ m}$ 范围内,折光系数误差对高差精度的影响较小,当距离超过 $300\text{ m}$ 以后,折光系数误差对高差精度的影响迅速增大。

1.2.4 三差对高差精度影响的对比

假定 $D_1 \approx D_2 = D_0, \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_0, m_{s_1} = m_{s_2} = m_{s_0}, m_{K_1} = m_{K_2} = m_{K_0}, m_{\alpha_1} = m_{\alpha_2} = m_{\alpha_0}$ ,令距离观测4测回,垂直角观测2测回,垂直角为 $30^\circ$ ,大气折光误差为 $0.05$ ,则三差对高差精度的影响见图2。

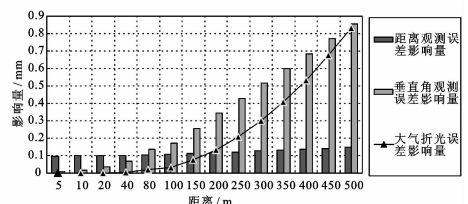


图2 三差对高差精度影响量曲线图

从图 2 不难看出如下规律:

1)在 50 m 的范围内,影响高差精度的最主要因素是测距精度;

2)在 50 m 至 200 m 的范围内,测角精度是影响高差精度的最主要因素,距离次之;

3)在距离超过 300 m 后,折光差的影响迅速加大,在距离达到 500 m 以上时,折光差的影响几乎和测角精度影响相近。

综上所述,在进行中间法三角高程测量时,就必须控制边长的长度、垂直角的大小以减少大气折光误差和测角误差对高差精度的影响。以上述假定条件为前提,将距离边长控制在 200~300 m 以内,垂直角控制在 30°以内,则距离误差和角度误差对高差精度的影响几乎相近,而此时大气折光系数误差几乎可以忽略,此时中间法三角高程测量的高差精度为最佳。

1.2.5 不同视距差对高差精度的影响

以上 1.2.1、1.2.2、1.2.3、1.2.4,都是在视距近似相等( $D_1 \approx D_2 = D_0$ )条件下进行分析的,鉴于基坑监测现场测站到基准点的距离与测站到监测点的距离不等的实际情况,视距差也是影响基坑三角高程精度的重要因素。假定  $m_{K_1} = m_{K_2} = m_{K_0} = 0.05$  (取误差最大值)、 $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_0$ 、 $m_{\alpha_1} = m_{\alpha_2} = m_{\alpha_0}$ , 那么误差公式变为:

$$m_{h_{IC}} = \pm \sqrt{\sin^2 \alpha_0 (m_{s_1}^2 + m_{s_2}^2) + \frac{m_{\alpha_0}^2}{\rho^2} (D_1^2 + D_2^2) + \frac{m_{K_0}^2}{4R^2} (D_1^2 + D_2^2)} \quad (11)$$

当采用 TCA2003 全站仪进行测量时,公式

(11)中:  $m_{s_1} = \pm (1 + 10^{-6} \times D_1) / \sqrt{\text{距离测回}}$

$m_{s_2} = \pm (1 + 10^{-6} \times D_2) / \sqrt{\text{距离测回}}$

$m_{\alpha_0} = \pm (0.5) / \sqrt{2 \times \text{垂直角测回数}}$

1)后视距离为 50 m,距离测回数为 4 测回,垂直角测回数为 2 测回,不同视距差对高差精度的影响见图 3 和图 4。

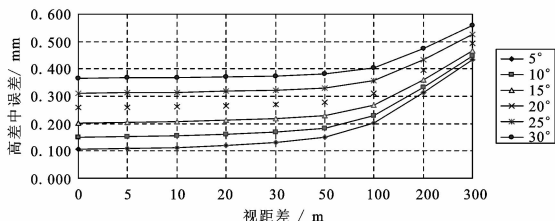


图 3 后视距离小于前视距离时视距差-高差中误差曲线图

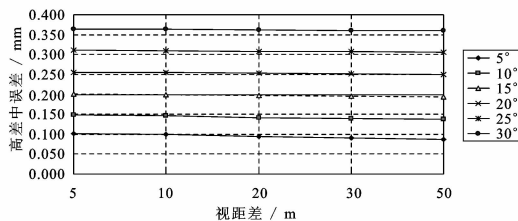


图 4 后视距离大于前视距离时视距差-高差中误差曲线图

从图 3、图 4 可以看出,后视距离  $D_1$  为 50 m,当垂直角控制在 30°以内、 $|D_1 - D_2| < 200$  m 时,观测点高差中误差精度能满足二等水准测量精度要求。

2)后视距离为 100 m,距离测回数为 4 测回,垂直角测回数为 2 测回,不同视距差对高差精度的影响见图 5 和图 6。

从图 5、图 6 可以看出,后视距离  $D_1$  为 100 m 时,在满足垂直角小于 30°、 $|D_1 - D_2| < 200$  m 的条件下,观测点高差中误差精度能够满足二等水准测量精度要求。

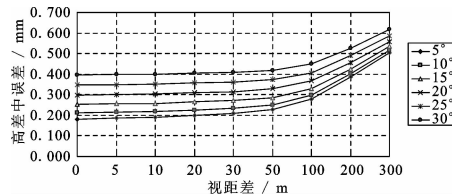


图 5 后视距离小于前视距离时视距差-高差中误差曲线图

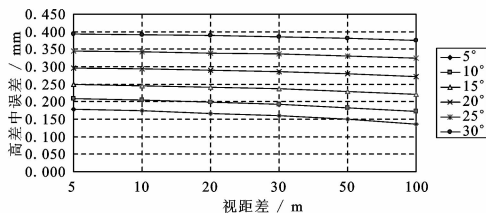


图 6 后视距离大于前视距离时视距差-高差中误差曲线图

3)后视距离为 200 m,距离测回数为 4 测回,垂直角测回数为 2 测回,不同视距差对高差精度的影响见图 7 和图 8。

从图 7、图 8 可以看出,后视距离  $D_1$  为 200 m 时:

①当  $(D_1 - D_2) > 0$ ,垂直角绝对值小于 30°时,观测点高差中误差精度能满足二等水准测量精度要求。

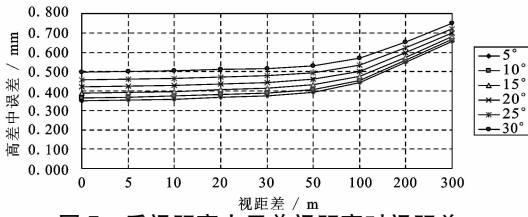


图7 后视距离小于前视距离时视距差-高差中误差曲线图

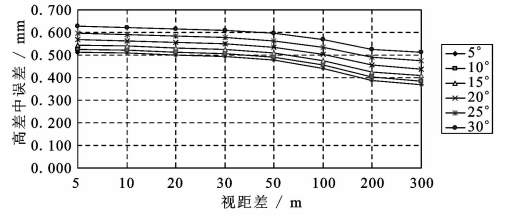


图10 后视距离大于前视距离时视距差-高差中误差曲线图

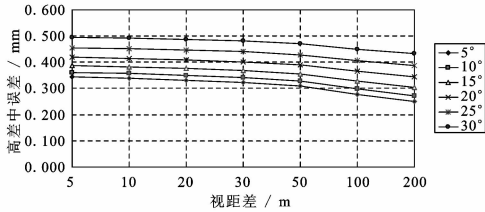


图8 后视距离大于前视距离时视距差-高差中误差曲线图

②当 $(D_1 - D_2) < 0$ 、垂直角绝对值小于 $25^\circ$ 时,且在 $|D_1 - D_2| < 50$  m条件下,观测点高差中误差精度能够满足二等水准测量精度要求。

4)后视距离为300 m,距离测回数为4测回,垂直角测回数为2测回,不同视距差对高差精度的影响见图9和图10。

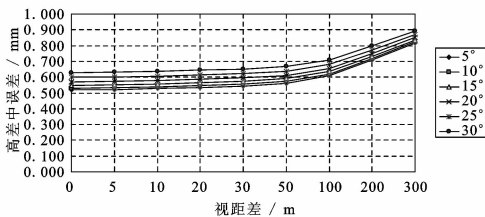


图9 后视距离小于前视距离时视距差-高差中误差曲线图

从图9、图10可以看出,后视距离 $D_1$ 为300 m,当 $(D_1 - D_2) > 0$ ,垂直角绝对值小于 $25^\circ$ 时,且在 $250 \text{ m} < (D_1 - D_2) < 300$  m条件下,观测

点高差中误差精度能满足二等水准测量精度要求。

5)后视距离 $D_1$ 为500 m时,在距离测回数为4测回、垂直角2测回的条件下,观测点高差中误差精度均不能满足二等水准测量精度要求。

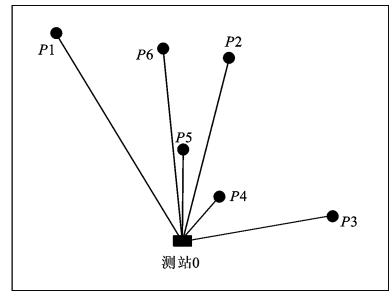


图11 中间设站法测站点及观测点布置图

6)根据以上1)—4)分析得出结论,在距离不超出300 m、垂直角不超出 $25^\circ$ 时,TCA2003全站仪三角高程测量替代二等几何水准测量在理论上是可行的。

## 2 精密三角高程测量试验及数据精度分析

为验证中间设站法精密三角高程的测量精度,在相对稳定的野外模拟基坑监测布设6个观测点,采用TCA2003全站仪中间设站法和电子水准仪DL-101二等水准测量方法分别采集各观测点间的高差值,并就两种测量方法所得高差值进行比较。比较结果见表1。

表1 两种测量方法高差较差比较表

点名	不同后视条件高差		不同后视条件高差较差/mm	二等水准测量高差/m	不同后视条件高差与二等水准测量高差较差	
	后视为P1高差/m	后视为P4高差/m			后视为P1高差较差/mm	后视为P4高差较差/mm
P1—P2	7.765 54	7.765 53	-0.010	7.765 79	0.250	0.260
P2—P3	5.049 83	5.049 83	0.000	5.049 68	-0.150	-0.150
P3—P4	16.634 06	16.634 07	0.010	16.634 46	0.400	0.390
P4—P5	-5.507 82	-5.507 83	-0.010	-5.508 00	-0.180	-0.170
P5—P6	-17.107 00	-17.107 00	0.000	-17.107 55	-0.550	-0.550

## 5 结 论

通过分析探地雷达探测不同材质地下管线的极性和机理,建立金属和非金属管线的正演数值模型,研究探地雷达电磁波在地下管线中的传播特征,系统总结金属和非金属管线的雷达图谱特征。选取不同的测试参数对不同直径、不同埋深的金属、非金属和组合管线进行探测,对实际探测的管线雷达特征图谱进行分析,建立金属和非金属管线的识别方法,取得了以下几个方面的结论。

1)金属和非金属管线的波形特征均表现为倒悬双曲线,管线的埋深越小,双曲线形态越明显,埋深加大,双曲线变缓。相同属性的金属和非金属管线,金属管线管顶电磁反射波强度明显大于非金属管线,且双叶影响宽度较大。

2)金属管线管顶产生基本全反射,无管底反射,无法计算管线直径大小;非金属管线管顶产生部分反射和透射,管线直径达到一定规模,根据管底和管顶走时时差,可以计算管线直径大小。

3)金属管线的相对介电常数不确定,探地雷达探测时一般均处于高频场作用下,其相对介电常数

较小,一般取 1,管顶电磁反射波方向与入射波同向;非金属管线周围土体介质的相对介电常数大小决定管顶电磁反射波与入射波方向的关系。

## 参 考 文 献

- [1] 曾昭发,刘四新,鹿 琪,等. 探地雷达原理与应用[M]. 北京:电子工业出版社,2010:250-255.
- [2] 袁明德. 探地雷达探测金属管线的能力[J]. 物探与化探,2002,26(2):152-156.
- [3] 杨 峰,彭苏萍. 地质雷达探测原理与方法研究[M]. 北京:科学出版社,2010:175-180.
- [4] 战玉宝,张利民,尤春安. 探地雷达探测地下管线的研究[J]. 岩土力学,2004,25(增刊):133-136.
- [5] 邝向军. 关于金属介电常数的讨论[J]. 四川理工学院学报(自然科学版),2006,19(2):75-78.
- [6] 丁海超,王万顺,吕 莉. 探地雷达探测地下管线技术与应用实例[J]. 中国煤田地质,2006,18(1):60-63.
- [7] 张汉春,曹震峰. RIS-K2 探地雷达在地下管线竣工测量中的应用[J]. 工程地球物理学报,2007,4(5):395-399.

收稿日期:2013-01-24

(上接第 166 页)

从表 1 可看出,中间设站法与二等水准测量方法所得观测点间高差较差最大值为 0.55 mm,而二等水准测量的高差中误差为 0.5 mm,由此表明,上述试验中中间设站法精密三角高程测量精度基本达到了二等水准测量精度的要求。

## 3 中间设站法精密三角高程测量在工程中的运用

前门东街牌楼变形监测工程是针对一牌楼进行的竖向位移变形监测,工程位于前门东路与大江胡同交界处,牌楼为大理石结构,牌楼高度约 5 m,牌楼由四根立柱支撑,牌楼已竣工半年。本工程竖向位移观测采用中间设站精密三角高程测量方式施测。本工程共计进行竖向位移监测 5 次,内业采取与水准相同的线路构网平差,平差后每测站高差中误差最大±0.41 mm,最弱点高程中误差为±0.50 mm,均达到规范二等水准测量精度要求。

## 4 结 论

中间设站法精密三角高程测量,结合高精度全

站仪 TCA2003,在基坑竖向位移监测中能够满足三等及以上水准测量精度要求。

中间设站法精密三角高程测量应用于基坑竖向位移监测,操作流程简单,能减轻作业劳动强度,提高作业效率,可在深基坑监测中推广应用。

## 参 考 文 献

- [1] 周水渠. 精密三角高程测量代替二等水准测量的尝试[J]. 测绘信息与工程,1999(3):15-17.
- [2] 余代俊. 全站仪中间法代替二等水准测量的精度分析与实验[J]. 测绘与空间地理信息,2006,29(5):117-120.
- [3] 周小华. 大高差单向光电三角高程测量中最佳测站位置的确定[J]. 华东地质学院报,2002,25(1):44-46.

收稿日期:2013-05-06