

文章编号: 1007-2993(2023)05-0581-09

# 基于博弈论组合赋权的基坑安全物元评价

苏政凯<sup>1</sup> 张坤勇<sup>1,2</sup> 李福东<sup>3</sup> 简永洲<sup>3</sup>

(1. 河海大学岩土工程科学研究所, 江苏南京 210024; 2. 河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏南京 210024; 3. 中交二公局第四工程有限公司, 河南洛阳 471013)

**【摘要】** 基坑工程的规模逐渐增大, 其安全状态的影响因素也随之增多。为了实现由基坑工程中较为普遍的监测数据进行基坑安全状态的准确评价, 将用于评价事物水平的物元可拓模型引入到基坑安全评价中, 以解决不同指标间的不相容问题。同时, 为了提高权重取值的真实性, 通过博弈论组合赋权, 在兼顾主客观因素的同时, 可以克服单一赋权方法的局限性; 采用了非对称贴进度理论替代最大隶属度准则, 提高了评价精度。以长江漫滩地某基坑工程为例, 基于一般性的监控指标, 进行了安全状态的评价, 评价结果较为接近实际。通过评价指标的敏感性分析, 获得了对评价结果有重大影响的指标因素, 该评价方法可在相关基坑中推广。

**【关键词】** 博弈论; 组合赋权; 物元可拓; 基坑安全; 敏感性分析

**【中图分类号】** TU 714

**【文献标识码】** A

doi: 10.3969/j.issn.1007-2993.2023.05.011

## Matter Element Evaluation of Foundation Pit Safety Based on Game Theory Combination Weighting

Su Zhengkai<sup>1</sup> Zhang Kunyong<sup>1,2</sup> Li Fudong<sup>3</sup> Jian Yongzhou<sup>3</sup>

(1. Geotechnical Research Institute of Hohai University, Nanjing 210024, Jiangsu, China; 2. Key Laboratory of Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Ministry of Education, Nanjing 210024, Jiangsu, China; 3. CCC-CHB Fourth Engineering Co., Ltd., Luoyang 471013, Henan, China)

**【Abstract】** The scale of excavation projects is progressively increasing, accompanied by a growing number of factors influencing their safety status. To accurately assess the safety status of excavation projects using commonly available monitoring data, the matter-element extension model, typically used for evaluating the level of things, is introduced into excavation safety assessment to address the issue of incompatibility among different indicators. For enhancing the authenticity of weight values, a game theory-based combination weighting approach was employed, which overcomes the limitations of single-weighting methods and considers both subjective and objective factors. The asymmetric fuzzy preference theory was used as a substitute for the maximum membership degree criterion, resulting in improved evaluation accuracy. Taking a foundation pit project in the Yangtze River floodplain as a case study, this research assessed safety conditions using common monitoring indicators, yielding highly accurate results closely aligned with actual observations. Sensitivity analysis of these assessment indicators identified pivotal factors significantly impacting the evaluation outcomes. This method shows promise for widespread application in similar foundation pit projects.

**【Key words】** game theory; combination weighting; matter-element extension; foundation pit safety; sensitivity analysis

### 0 引言

作为城市地下空间开发过程中的重要临时工程, 基坑的安全对保障工程的顺利完成和降低施工对周边环境的影响具有重要意义<sup>[1]</sup>。基坑一旦发生失稳, 将对工程本身及周边社会环境产生严重不良影响<sup>[2]</sup>。

随着我国城市地下空间开发规模的扩大, 基坑逐渐向“深、广、大”方向发展。复杂地质条件、周边环境和施工管理等导致基坑安全难以仅利用数学及力学知识的准确计算进行评判<sup>[3,4]</sup>。基坑安全是当前地下工程研究的热点, 对其进行多准则多指标的综合安全评

**基金项目:** 国家自然科学基金(41530637)

**作者简介:** 苏政凯, 硕士研究生, 主要研究方向为土与结构相互作用。E-mail: zhengksu@163.com

**通讯作者:** 张坤勇, 博士, 教授, 主要研究方向为岩土工程领域土的本构关系、土与结构相互作用、边坡工程等。E-mail: ky\_zhang@hhu.edu.cn

价是其中一个重要研究方向。在现有基坑安全评价体系,各指标权重的确定方法大多较为单一,如层次分析法<sup>[5,6]</sup>和熵值法<sup>[7]</sup>。基坑纵深发展带来的不确定因素逐渐增多,单一权重计算方法的适用性下降,评价得出的结论无法反映基坑真实安全状态。利用博弈论对主客观权重进行组合计算,可以获得与实际情况更为契合的赋权结果<sup>[8]</sup>,再根据物元可拓理论对基坑安全进行综合评价,为工程建设提供有价值的参考<sup>[9]</sup>。

物元可拓理论基于经典数学方法,用形式化模型在事物不相容的领域间建立起联系,适用于各类矛盾问题的解决<sup>[10]</sup>。目前,在工程领域物元可拓理论已逐渐被广泛应用于各种复杂实体工程的综合评价。随着物元可拓理论研究的逐渐加深及应用领域的不断拓展,形成了许多以传统物元可拓理论为主体,利用其他算法改进的综合评价体系:吴丹红等<sup>[5]</sup>采用基于层次分析法的评价指标体系,根据评价指标和对象之间的关联函数和关联度得到地铁站深基坑安全状态;吴贤国等<sup>[6]</sup>采用变权思想确定评价指标权重,由贴适度确定基坑风险等级特征值,并利用变权理论对指标进行了敏感性分析;王伟等<sup>[7]</sup>对砂卵石地层深基坑开挖评价指标的赋权采用了熵值法;苏广全等<sup>[8]</sup>结合主客观权重的博弈论组合赋权,对武威市整体洪水风险等级进行评价,并与单一赋权方法的结果进行比较,发现博弈论组合赋权可以降低评价过程中的主观性;邓志秋<sup>[9]</sup>针对基坑工程等级评价的特点,提出采用正交试验设计方法和有限元分析来确定判断矩阵,然后由层次分析法得出指标权重的方法,针对基坑安全等级评价的特点,采用以指标变动幅度为计算依据的熵值法来确定权重;李泓泽等<sup>[11]</sup>对经典域物元和待评物元进行规格化处理,基于变权理论确定了各评级指标的权重,采用非对称贴适度替代最大隶属度准则,提高了物元可拓模型在电能质量综合评价中的适用性。

基坑安全评价需要综合考虑多方面的因素,将物元可拓模型应用于基坑安全评价通常需要进行改进,主要集中在权重值的优化计算及最大隶属度原则的替换,各种改进方法都有其优缺点和适用性。监测指标可以反映基坑的安全状态<sup>[9]</sup>,基于层次分析法建立了以基坑常规的监测项目为相应准则层,以其累计值或变化速率二者的极大值为基本评价指标因素的安全评价体系。对指标累计值和变化速率的兼顾考虑,可以使整个评价更加符合工程实际中的预警要求;然后利用博弈论组合赋权法对物元可拓模型进行改进,提高基坑安全评价权重赋值的真实性;最后对评

价指标进行敏感性分析,找出对评价结果有重大影响的敏感性指标。

## 1 基本理论概述

### 1.1 博弈论组合赋权

由于各指标对评价目标最终结果的作用、重要性及影响力是不同的,需要引入定量化的形式来描述各指标对评价目标的重要程度,即权重。在多准则多指标综合评价问题中,确定各指标权重是综合评价的基础,对评价结果的准确性十分重要。指标权重的确定方法大致可以分为两类:主观赋权法和客观赋权法。主观赋权法是评价者基于经验对指标相互间的重要程度进行比较判断,然后通过赋值和计算得到各指标权重的方法。客观赋权法是根据各指标客观数据的差异性,经过处理和综合分析获得各指标的权重<sup>[12]</sup>。

两类赋权方法各有其优势和局限:主观赋权法基于经验,主观性较强,但在一定程度上具有可继承性且能反映真实情况<sup>[9]</sup>;客观赋权法由客观数据特征赋权,避免了人为主观的影响,但无法体现各指标之间的相关性,甚至会出现所得权重与指标本身重要程度完全不符的情况<sup>[13]</sup>。为使对各指标的赋权达到主客观的统一,兼顾既有经验的指标偏好,同时又力争减小主观随意性,可以使用组合赋权的方法进行权重的计算<sup>[14]</sup>。组合赋权实质上是对多种赋权方法的结果通过计算,得到最终更为客观合理的权重值。

博弈论组合赋权法对主、客观赋权法优点的兼顾具有一定优势,已经在自然灾害风险评价等领域被广泛应用。在博弈论组合赋权中,假定各赋权方法的取值都是最理想的,其目的是寻求组合赋权计算的最优解。最终结果不是由单一权重计算方法决定的,而是由所有计算方法共同实现的。博弈论组合赋权法的基本思想是寻求不同权重计算方法之间的一致或妥协,即最终权重计算结果与各个基本权重计算方法的偏差达到最小<sup>[8]</sup>。

拟采用博弈论组合赋权的方法进行基坑综合安全评价的权重计算:先进行基于层次分析法的主观权重计算<sup>[15]</sup>和基于灰色关联分析客观权重计算<sup>[16]</sup>,再对计算结果进行一致性检验,最后对主客观权重结果进行组合赋权计算<sup>[8]</sup>。

### 1.2 物元可拓模型

基于物元理论与可拓集合对物元及其变换进行研究的理论,可用于创造性思维、决策领域、识别与评价、社会科学与物元、人工智能与分析<sup>[10]</sup>。综合评价涉及多准则、多指标,需要定性与定量的结合,由单项指标得出的结果具有不相容性。不相容问题的

解决,是建立科学合理综合安全评估模型的关键。物元分析法用来求解不相容问题,将物元可拓模型引入到基坑综合安全评价中,可有效解决其中的不相容性,使评价结果更合理<sup>[17]</sup>。

物元可拓评价模型一般主要包含:(1)根据评价体系和判别标准确定经典域;(2)由经典域可确定相应的节域;(3)由实际客观数据结合经典域形式确定待评价物元;(4)确定指标权重;(5)计算待评物元的关联度和等级特征值。

拟采用非对称贴进度理论进行关联度的计算,避免传统最大隶属度原则易产生最终结果偏差的不足<sup>[18]</sup>。

## 2 基坑安全评价模型的构建

### 2.1 评价体系

以基坑工程中某一施工段作为研究对象,基于

常规监测指标构建评价体系,对基坑整体施工段进行评价。根据工程监测技术规范和《基坑工程手册》<sup>[19]</sup>,将基坑工程评价体系中评语层定为三个安全等级:一级安全,不必采取措施;二级注意,应引起重视,必要时采取相应措施;三级危险,必须采取相应措施。根据各监测项目对基坑安全的影响程度和层次分析法结构选取原则进行准则层和指标层的选取<sup>[1,6]</sup>,基坑安全综合评价体系如图1所示。

基坑各指标相应的监测点数量一般都比较,理论上可以将每个监测点的每项监测数据作为一个评价指标,但会导致需要很大的计算量,且引起由于监测点数量布置不合理造成的权重计算不准确。当基坑的某一点发生坍塌或其他事故时,一般认为该基坑处于危险状态,所以基坑安全监控的重点针对各指标的极值。

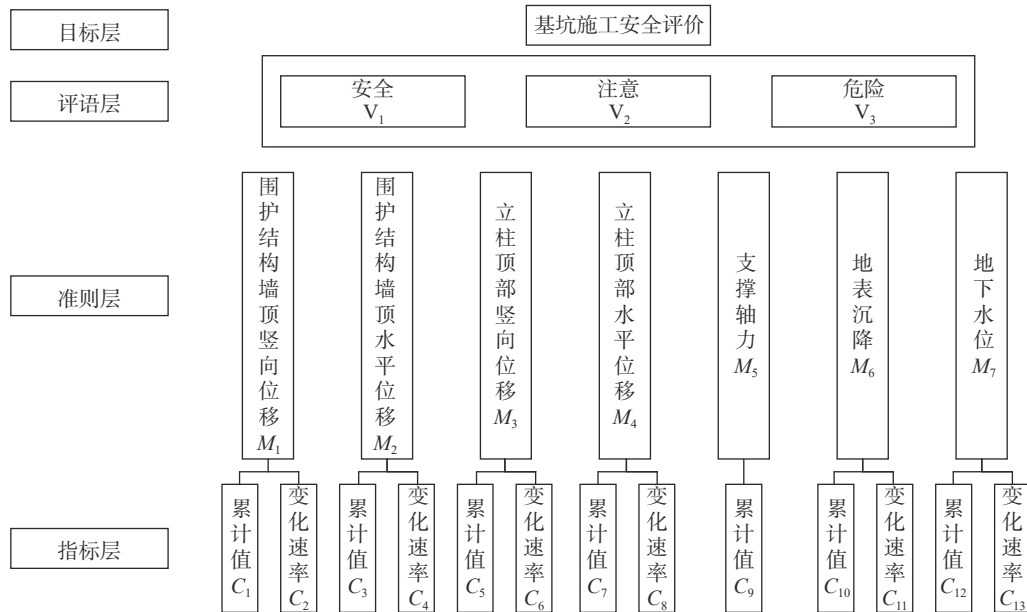


图1 基坑安全综合评价体系

综合评价体系中的各项指标均为各组监测数据的极值,选取相应规范及文献[6]中的基坑安全判别标准作为评价基础(见表1),表1中的计算方式已对各指标值进行了无量纲化处理。

### 2.2 权重计算

#### (1) 主观权重

采用层次分析法进行计算<sup>[15]</sup>,运算步骤如下:

##### 1) 构建比较矩阵

相比于1—9标度法,3标度法的应用不但能够降低权重计算的工作量,同时能减少评价过程中的主观因素、模糊性<sup>[20]</sup>。对基坑安全综合评价的层次化指标体系中指标层采用3标度评估尺度构建比较

矩阵:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \cdots & A_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (1)$$

式中:  $A_{ij}$ 表示为指标元素  $A_i$ 和  $A_j$ 两者之间比较得到的评估值,  $n$ 为评价指标总数。运算规则如下:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, & A_i \text{比} A_j \text{重要} \\ 0, & A_i \text{和} A_j \text{同等重要} \\ -1, & A_j \text{比} A_i \text{重要} \end{cases} \quad (2)$$

$i, j = 1, 2, \dots, n$

表1 各指标等级判别标准

监测项目	判别指标	安全性判别			
		判别标准	安全	注意	危险
围护结构墙顶竖向位移( $M_1$ )	累计值 $C_1$	$C_1(\%) = \text{实测值}/\text{开挖深度}$	$C_1 < 0.15$	$0.15 \leq C_1 \leq 0.7$	$C_1 > 0.7$
	变化速率 $C_2$	$C_2 = \text{实测值}/\text{警戒值}(2 \text{ mm})$	$C_2 < 0.3$	$0.3 \leq C_2 \leq 0.9$	$C_2 > 0.9$
围护结构墙顶水平位移( $M_2$ )	累计值 $C_3$	$C_3(\%) = \text{实测值}/\text{开挖深度}$	$C_3 < 0.15$	$0.15 \leq C_3 \leq 0.7$	$C_3 > 0.7$
	变化速率 $C_4$	$C_4 = \text{实测值}/\text{警戒值}(2 \text{ mm})$	$C_4 < 0.3$	$0.3 \leq C_4 \leq 0.9$	$C_4 > 0.9$
立柱顶部水平位移( $M_3$ )	累计值 $C_5$	$C_5(\%) = \text{实测值}/\text{开挖深度}$	$C_5 < 0.15$	$0.15 \leq C_5 \leq 0.7$	$C_5 > 0.7$
	变化速率 $C_6$	$C_6 = \text{实测值}/\text{警戒值}(2 \text{ mm})$	$C_6 < 0.3$	$0.3 \leq C_6 \leq 0.9$	$C_6 > 0.9$
立柱顶部竖向位移( $M_4$ )	累计值 $C_7$	$C_7(\%) = \text{实测值}/\text{开挖深度}$	$C_7 < 0.15$	$0.15 \leq C_7 \leq 0.7$	$C_7 > 0.7$
	变化速率 $C_8$	$C_8 = \text{实测值}/\text{警戒值}(2 \text{ mm})$	$C_8 < 0.3$	$0.3 \leq C_8 \leq 0.9$	$C_8 > 0.9$
支撑轴力( $M_5$ )	累计值 $C_9$	$C_9 = \text{实测值}/\text{容许值}$	$C_9 < 0.7$	$0.7 \leq C_9 \leq 1$	$C_9 > 1$
地表沉降( $M_6$ )	累计值 $C_{10}$	$C_{10}(\%) = \text{实测值}/\text{开挖深度}$	$C_{10} < 0.15$	$0.15 \leq C_{10} \leq 0.7$	$C_{10} > 0.7$
	变化速率 $C_{11}$	$C_{11} = \text{实测值}/\text{警戒值}(3 \text{ mm})$	$C_{11} < 0.3$	$0.3 \leq C_{11} \leq 0.9$	$C_{11} > 0.9$
地下水位( $M_7$ )	累计值 $C_{12}$	$C_{12}(\%) = \text{实测值}/\text{警戒值}(1000 \text{ mm})$	$C_{12} < 0.15$	$0.15 \leq C_{12} \leq 0.7$	$C_{12} > 0.7$
	变化速率 $C_{13}$	$C_{13} = \text{实测值}/\text{警戒值}(500 \text{ mm})$	$C_{13} < 0.3$	$0.3 \leq C_{13} \leq 0.9$	$C_{13} > 0.9$

2) 构建判断矩阵<sup>[21]</sup>

对比较矩阵  $A$ , 由式(3)计算各项指标重要程度指数  $S_i$ 。

$$S_i = \sum_{i=1}^n A_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$B_{ij} = \begin{cases} s_i - s_j & s_i > s_j \\ 1 & s_i = s_j \\ (s_j - s_i)^{-1} & s_i < s_j \end{cases} \quad (4)$$

$i, j = 1, 2, \dots, n$

由式(4)运算得判断矩阵  $B$

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ B_{n1} & B_{n2} & \dots & B_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (5)$$

3) 判断矩阵的一致性检验

$$C_1 = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (6)$$

式中:  $C_1$ 为一致性指标;  $\lambda_{\max}$ 为判断矩阵  $B$  的最大特征值;  $n$ 为判断矩阵  $B$  的阶数即评价体系中的指标数量。

$$C_R = \frac{C_1}{R_1} \quad (7)$$

式中:  $C_R$ 为一致性比例;  $R_1$ 为同阶平均随机一致性指标<sup>[22]</sup>, 对于 13 阶的判断矩阵,  $R_1=1.56$ 。

当  $C_R < 0.1$  时, 则该判断矩阵通过一致性检验<sup>[20]</sup>。

4) 计算权重

采用方根法计算判断矩阵  $B$  的权重, 计算权重的公式为:

$$r_{1i} = \frac{\left( \prod_{ij} B_{ij} \right)^{\frac{1}{n}}}{\sum_{j=1}^n \left( \left( \prod_{ij} B_{ij} \right)^{\frac{1}{n}} \right)}, \quad (i, j = 1, 2, \dots, n) \quad (8)$$

(2) 客观权重

客观权重基于灰关联分析进行确定<sup>[16]</sup>, 具体步骤如下。

1) 确定参考序列, 根据专家经验选取各个指标的最优集, 记为:

$$X_0 = [X_{01} \ X_{02} \ X_{03} \ \dots \ X_{0n}] \quad (9)$$

其对应的  $m$  组实际数据为:

$$X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ X_{m1} & X_{m2} & \dots & X_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n} \quad (10)$$

式中:  $X_{zy}$ 为第  $z$  组实际数据对应第  $y$  个评价指标的实际取值;  $z=1, 2, 3, \dots, m$ ;  $y=1, 2, 3, \dots, n$ 。

2) 求  $X_1, X_2, \dots, X_m$ 与  $X_0$ 对应分量之差的绝对值序列, 由  $\Delta_{ji} = |X_{ji} - X_{0i}|$ , 得:

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} & \dots & \Delta_{1n} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} & \dots & \Delta_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \Delta_{m1} & \Delta_{m2} & \dots & \Delta_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n} \quad (11)$$



3) 求  $\Delta_{zi} = |X_{zi} - X_{0i}|$  的最大值  $\Delta_{\max}$  和最小值  $\Delta_{\min}$ :

$$\Delta_{\max} = \max_z \max_i \Delta_z(i) \quad (12)$$

$$\Delta_{\min} = \min_z \min_i \Delta_z(i) \quad (13)$$

$$\Delta_{zi} = |X_{zi} - X_{0i}| \quad (14)$$

4) 求关联系数, 分辨系数  $\xi$  一般取 0.5:

$$q_{zi} = \frac{\Delta_{\min} + \xi \Delta_{\max}}{\Delta_{zi} + \xi \Delta_{\max}} \quad (15)$$

关联系数矩阵:

$$q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{m1} & q_{m2} & \cdots & q_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n} \quad (16)$$

5) 计算比较序列相对于参考序列的关联度:

$$F_i = \frac{1}{m} \sum_{z=1}^m q_{zi} \quad (17)$$

6) 计算权重:

$$r_{2i} = \frac{F_i}{\sum_{y=1}^n F_y} \quad (18)$$

(3) 组合赋权

1) 权重的一致性检验

在组合赋权前, 需要进行各权重的一致性检验。采用了 2 种赋权方法计算, 可以用距离函数描述赋权方法的结果一致性程度<sup>[8]</sup>, 即

$$d(r_{1i} r_{2i}) = \left[ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (r_{1i} - r_{2i})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

式(19)中  $r_{1i}$  表示主观赋权,  $r_{2i}$  表示客观赋权。 $d(r_{1i} r_{2i}) \leq 0.4$  时, 可以认为满足一致性要求。

2) 由  $L$  种赋权方法构成基础权重向量集  $r_k = [r_{k1}, r_{k2}, \dots, r_{kn}] (k = 1, 2, \dots, L)$ , 则组合权重向量为:

$$r = \sum_{k=1}^L \gamma_k r_k^T, \left( \gamma_k > 0, \sum_{k=1}^L \gamma_k = 1 \right) \quad (20)$$

式中:  $\gamma_k$  为线性组合系数。

3) 线性组合系数  $\gamma_k$  的计算

博弈论中需要对线性组合系数进行优化, 使得结果向量  $r$  与各方法赋权结果向量  $r_k$  离差最小, 即依据式(21)可以求解最优权重系数:

$$\min \left\| \sum_{k=1}^L \gamma_k r_k^T - r \right\|, k = 1, 2, \dots, L \quad (21)$$

由矩阵微分性质, 可将式(21)展开可得线性方程式(22), 求解方程组便可获得最优权重系数:

$$\begin{bmatrix} r_1 \cdot r_1^T & r_1 \cdot r_2^T & \cdots & r_1 \cdot r_L^T \\ r_2 \cdot r_1^T & & & r_2 \cdot r_L^T \\ \vdots & & & \vdots \\ r_L \cdot r_1^T & r_L \cdot r_2^T & \cdots & r_L \cdot r_L^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \cdot r_1^T \\ r_2 \cdot r_1^T \\ \vdots \\ r_L \cdot r_1^T \end{bmatrix} \quad (22)$$

求得的最优权重系数向量为  $\gamma^* = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_L]$ , 利用式(23)进行归一化处理。

$$\gamma_k^* = \frac{\gamma_k}{\sum_{l=1}^L \gamma_l} \quad (23)$$

将归一化处理得到的最优权重系数代入式(24), 即可得到博弈论组合赋权的最终结果。

$$\omega = \sum_{k=1}^L \gamma_k^* r_k^T, k = 1, 2, \dots, L \quad (24)$$

### 2.3 经典域、节域和待评物元确定

(1) 经典域

$$R_v = (N_v, C_i, V_{vi}) = \begin{bmatrix} N_v & C_1 & V_{v1} \\ & C_2 & V_{v2} \\ & \vdots & \vdots \\ & C_n & V_{vn} \\ N_v & C_1 & \langle a_{v1}, b_{v1} \rangle \\ & C_2 & \langle a_{v2}, b_{v2} \rangle \\ & \vdots & \vdots \\ & C_n & \langle a_{vn}, b_{vn} \rangle \end{bmatrix} = \quad (25)$$

式中:  $R_v$  为一个物元, 由基坑安全级别、安全评价指标和指标取值范围构成;  $N_v$  为第  $v$  个评价类别, 即基坑安全性级别为  $v$ ;  $C_j$  为第  $j$  个基坑安全评价指标;  $V_{vi}$  为  $C_j$  所确定的取值范围, 即经典域,  $V_{vi} = \langle a_{vi}, b_{vi} \rangle$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ )。

(2) 节域

$$R_p = (N_p, C_i, V_{pi}) = \begin{bmatrix} N_p & C_1 & V_{p1} \\ & C_2 & V_{p2} \\ & \vdots & \vdots \\ & C_n & V_{pn} \\ N_p & C_1 & \langle a_{p1}, b_{p1} \rangle \\ & C_2 & \langle a_{p2}, b_{p2} \rangle \\ & \vdots & \vdots \\ & C_n & \langle a_{pn}, b_{pn} \rangle \end{bmatrix} = \quad (26)$$

式中:  $P$  为基坑安全评价指标的全体;  $V_{pi}$  为  $P$  关于  $C_i$

确定的取值范围,即  $P$  的节域。

(3)待评物元

对待评的基坑区域  $t$ ,将实测待评数据通过物元形式表示出来,即可得到待评基坑区域物元  $R_t$ 为:

$$R_t = (N_t, C_i, V_{ti}) = \begin{bmatrix} N_t & C_1 & V_{t1} \\ & C_2 & V_{t2} \\ & \vdots & \vdots \\ & C_n & V_{tn} \end{bmatrix} \quad (27)$$

### 2.4 非对称贴近度计算

非对称贴近度可表示为:

$$\rho_v = 1 - \frac{1}{n(n+1)} \sum_{i=1}^n D_v(v_i) W(i) \quad (28)$$

式中:  $\rho_v$  为非对称贴近度;  $D_v(v_i) = |v_i - (a_{vi} + b_{vi})/2| - \frac{1}{2}(b_{vi} - a_{vi})$ ,  $D_v$ 反映了待评基坑区域物元  $R_t$ 与基坑安全评价标准(经典域)  $V_{vi}$ 之间的距离;  $n$  为评价指标的个数;  $W(i)$ 为各指标的组合权重。

### 2.5 确定基坑风险等级

为避免最大非对称贴近度差值较小导致实际应用时的不方便,对贴近度  $\rho_v$ 进行标准化处理<sup>[23]</sup>,得到标准化贴近度  $\rho_v^*$ :

$$\rho_v^* = \frac{\rho_v - \min(\rho_v)}{\max(\rho_v) - \min(\rho_v)} \quad (29)$$

即  $\rho_v^*=1$  对应基坑的安全等级。

### 2.6 等级变量特征值计算

待评基坑区域物元  $R_t$ 的等级变量特征值  $t^*$ 为:

$$t^* = \frac{\sum_{v=1}^p v \rho_v^*}{\sum_{v=1}^p \rho_v^*} \quad (30)$$

通过  $t^*$ 可以判断待评基坑区域物元  $R_t$ 偏向相邻安全等级的程度,等级变量特征值  $t^*$ 越大,表明在隶属当前安全等级的同时,其偏向相邻安全等级的程度越高。

## 3 工程实例

基于上述理论,按照图2所示流程,对处于长江漫滩某地铁车站基坑进行安全评价。基坑宽度为21.7 m,顶板覆土约为3.059 m,为地下两层结构,基坑深度为17.8 m,施工工法为明挖顺做法。基坑主要位于淤泥质粉质黏土层,围护结构为地下连续墙(厚800 mm)+内支撑的形式,其中第一道支撑为混凝土支撑,其余为钢支撑。基坑周边存在较多既有重要建筑,地下管线密集,因此对基坑的安全要求较高,基坑施工现状如图3所示。

理论上,选取的实测数据样本数量越多,评价结果的准确度越高。为简化计算,选取了连续10天的实测数据进行客观权重的计算,以最后1天的实测数据为例进行了贴近度和等级变量特征值的计算,进而对基坑安全状态进行判断。

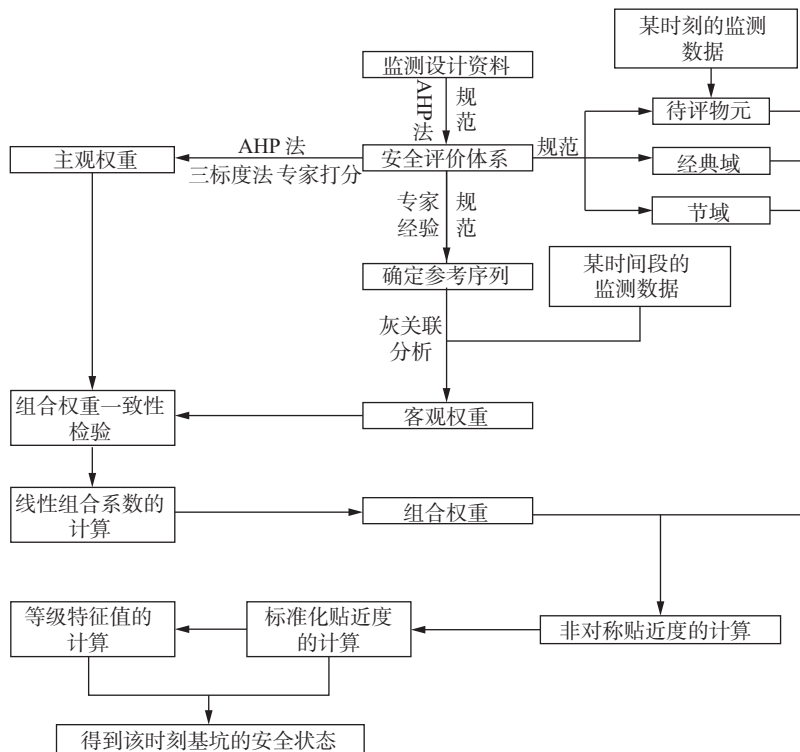


图2 基坑安全评价流程图

3.1 物元模型建立

表 1 评判标准确定评价指标的经典域见式(31)。

$$R_v = \begin{matrix} \left[ \begin{array}{ccc} N_1 & C_1 & \langle 0,0.15 \rangle \\ \text{安全} & C_2 & \langle 0,0.3 \rangle \\ & C_3 & \langle 0,0.15 \rangle \\ & C_4 & \langle 0,0.3 \rangle \\ & C_5 & \langle 0,0.15 \rangle \\ & C_6 & \langle 0,0.3 \rangle \\ & C_7 & \langle 0,0.15 \rangle \\ & C_8 & \langle 0,0.3 \rangle \\ & C_9 & \langle 0,0.7 \rangle \\ & C_{10} & \langle 0,0.2 \rangle \\ & C_{11} & \langle 0,0.3 \rangle \\ & C_{12} & \langle 0,0.3 \rangle \\ & C_{13} & \langle 0,0.3 \rangle \end{array} \right. & \left[ \begin{array}{ccc} N_2 & C_1 & \langle 0.15,0.7 \rangle \\ \text{注意} & C_2 & \langle 0.3,0.9 \rangle \\ & C_3 & \langle 0.15,0.7 \rangle \\ & C_4 & \langle 0.3,0.9 \rangle \\ & C_5 & \langle 0.15,0.7 \rangle \\ & C_6 & \langle 0.3,0.9 \rangle \\ & C_7 & \langle 0.15,0.7 \rangle \\ & C_8 & \langle 0.3,0.9 \rangle \\ & C_9 & \langle 0.7,1 \rangle \\ & C_{10} & \langle 0.2,0.7 \rangle \\ & C_{11} & \langle 0.3,0.9 \rangle \\ & C_{12} & \langle 0.3,0.9 \rangle \\ & C_{13} & \langle 0.3,0.9 \rangle \end{array} \right. & \left. \begin{array}{ccc} N_3 & C_1 & \langle 0.7,2 \rangle \\ \text{危险} & C_2 & \langle 0.9,1 \rangle \\ & C_3 & \langle 0.7,2 \rangle \\ & C_4 & \langle 0.9,1 \rangle \\ & C_5 & \langle 0.7,2 \rangle \\ & C_6 & \langle 0.9,1 \rangle \\ & C_7 & \langle 0.7,2 \rangle \\ & C_8 & \langle 0.9,1 \rangle \\ & C_9 & \langle 1,1.25 \rangle \\ & C_{10} & \langle 0.7,2 \rangle \\ & C_{11} & \langle 0.9,1 \rangle \\ & C_{12} & \langle 0.9,1 \rangle \\ & C_{13} & \langle 0.9,1 \rangle \end{array} \right] \end{matrix} \quad (31)$$

节域和待评物元, 见式(32)。

$$R_p = \begin{matrix} \left[ \begin{array}{ccc} N_p & C_1 & \langle 0,2 \rangle \\ & C_2 & \langle 0,1 \rangle \\ & C_3 & \langle 0,2 \rangle \\ & C_4 & \langle 0,1 \rangle \\ & C_5 & \langle 0,2 \rangle \\ & C_6 & \langle 0,1 \rangle \\ & C_7 & \langle 0,2 \rangle \\ & C_8 & \langle 0,1 \rangle \\ & C_9 & \langle 0,5 \rangle \\ & C_{10} & \langle 0,2 \rangle \\ & C_{11} & \langle 0,1 \rangle \\ & C_{12} & \langle 0,1 \rangle \\ & C_{13} & \langle 0,1 \rangle \end{array} \right. & R_t = \left[ \begin{array}{ccc} N_t & C_1 & 0.382 \\ & C_2 & 0.15 \\ & C_3 & 0.1517 \\ & C_4 & 0.4 \\ & C_5 & 0.0506 \\ & C_6 & 0.25 \\ & C_7 & 0.2584 \\ & C_8 & 0.15 \\ & C_9 & 0.2583 \\ & C_{10} & 1.9831 \\ & C_{11} & 0.1667 \\ & C_{12} & 0.5495 \\ & C_{13} & 0.1 \end{array} \right] \end{matrix} \quad (32)$$



图 3 基坑开挖现状

3.2 权数计算

专家依据经验针对该基坑的评价指标进行重要程度的对比, 然后基于层次分析法计算获得各评价指标的主观权重; 由灰关联分析法计算得到客观权重; 并利用式(21)一式(24)进行博弈论组合赋权计算得到组合权重, 结果见表 2。

3.3 等级评价结果

根据非对称贴近度理论, 由式(28)、式(29)求得

表 2 各指标权重计算结果

指标	主观权重	客观权重	组合权重
C <sub>1</sub>	0.1429	0.0711	0.0866
C <sub>2</sub>	0.0152	0.0952	0.0779
C <sub>3</sub>	0.1884	0.0886	0.1102
C <sub>4</sub>	0.0233	0.0719	0.0614
C <sub>5</sub>	0.0552	0.0928	0.0847
C <sub>6</sub>	0.0065	0.0827	0.0662
C <sub>7</sub>	0.0361	0.0793	0.0700
C <sub>8</sub>	0.0042	0.0933	0.0740
C <sub>9</sub>	0.0233	0.0435	0.0391
C <sub>10</sub>	0.3114	0.0323	0.0927
C <sub>11</sub>	0.1643	0.0931	0.1085
C <sub>12</sub>	0.0233	0.0658	0.0566
C <sub>13</sub>	0.0059	0.0904	0.0721

待评基坑区域的非对称贴近度及基坑安全评价结果见表 3。

表 3 基坑安全评价结果

区域	标准化贴近度			t*	评价结果
	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>		
t	1	0.82691	0	1.45263	V <sub>1</sub>

由上述结果可知: 基坑安全等级为 V<sub>1</sub>(安全), 等级变量特征值为 1.45263, 待评基坑安全等级属于偏向 V<sub>2</sub> 的 V<sub>1</sub> 类, 基坑评价结果与当天现场相关情况相符。

3.4 指标敏感性分析

选取了 13 个评价指标作为安全评价模型基本因素。为了获取对综合评价结果影响较大的敏感因

素,对各评价指标对评价结果的影响进行敏感性分析。通过研究评价指标取值变化对综合权重值与综合评价价值即等级变量特征值产生的波动影响,可确定各评价指标对综合权重值与综合评价价值的敏感性,采用标准差对各评价指标的敏感性进行量化处理<sup>[6]</sup>。

当 13 个评价指标取值分别以 ±10%、±20%、±30%、±40% 的趋势变化时,上述 2 个目标变量的变化规律分别如图 4 和图 5 所示,然后计算对应的标准差,并根据标准差进行排序,如表 4 所示。

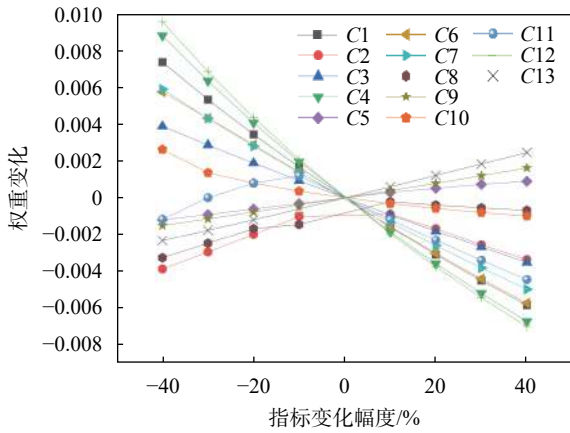


图 4 权重随指标值变化情况

表 4 等级变量特征值的变化幅度标准差

评价指标	权重标准差	等级变量特征值标准差
C <sub>1</sub>	0.004520	0.008128
C <sub>2</sub>	0.001013	0.002212
C <sub>3</sub>	0.002536	0.005801
C <sub>4</sub>	0.005314	0.008518
C <sub>5</sub>	0.000739	0
C <sub>6</sub>	0.003968	0.005742
C <sub>7</sub>	0.003726	0.006270
C <sub>8</sub>	0.001022	0
C <sub>9</sub>	0.001068	0.000191
C <sub>10</sub>	0.001165	0.000004
C <sub>11</sub>	0.001861	0.004447
C <sub>12</sub>	0.005658	0.007324
C <sub>13</sub>	0.001642	0
排序	C <sub>12</sub> >C <sub>4</sub> >C <sub>1</sub> >C <sub>6</sub> >C <sub>7</sub> >C <sub>3</sub> >C <sub>11</sub> > C <sub>13</sub> >C <sub>10</sub> >C <sub>9</sub> >C <sub>8</sub> >C <sub>2</sub> >C <sub>5</sub>	C <sub>4</sub> >C <sub>1</sub> >C <sub>12</sub> >C <sub>7</sub> >C <sub>3</sub> >C <sub>6</sub> >C <sub>11</sub> > C <sub>2</sub> >C <sub>9</sub> >C <sub>10</sub> >C <sub>5</sub> >C <sub>8</sub> >C <sub>13</sub>

由图 4 可知,对于部分评价指标,与其对应的权重呈现随着其评价指标取值的增大而减小的趋势,如 C<sub>1</sub>、C<sub>3</sub>、C<sub>4</sub> 等;部分评价指标呈现权重随评价指标取值的增大而增大的趋势,如 C<sub>5</sub>、C<sub>9</sub> 等;还有其他评价指标随评价指标取值的增大,权重呈现先增大再减

小的趋势,如 C<sub>2</sub>、C<sub>11</sub>。各项评价指标相同变化幅度对应权值的变化幅度各不相同,且不同评价指标的权重变化规律存在明显的差异,体现了评价过程中各评价指标的主动参与<sup>[24]</sup>。

由图 5 可知,各评价指标的等级变量特征值整体上随着其取值的增大而增大,各指标变化引起的等级变量特征值变化幅度差异较明显,各评价指标对综合评价价值的敏感性各不相同。评价指标取值的变化对等级变量特征值有一定影响,当其取值位于不同范围时,其变化对于特征值的影响规律趋于一致,但影响程度大小略有不同。一些指标的取值在一定范围内变化,对特征值结果影响很小,可以忽略。

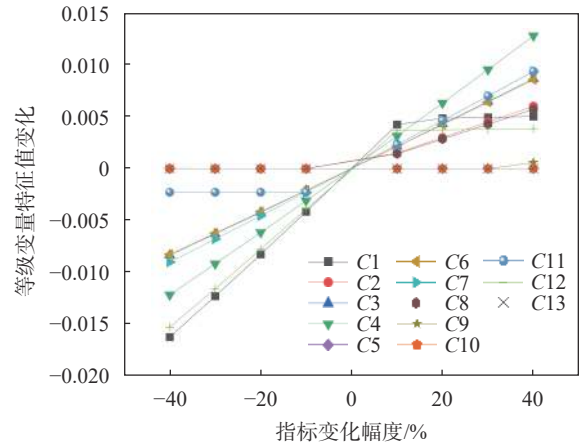


图 5 等级变量特征值随指标值变化情况

从表 4 中的标准差,即可得知各指标参数的敏感性强度的相对程度,其中 C<sub>12</sub>、C<sub>4</sub>、C<sub>1</sub> 是权重的敏感性指标,同时也是特征值的敏感性指标。由上述分析,可以得到权重与等级变量特征值受评价指标取值不同影响的变化规律,并得出上述指标是对该基坑安全状态有重大影响的敏感性指标。

#### 4 结论

(1)将博弈论组合赋权理论与改进物元可拓理论相结合,构建了基坑综合安全评价模型,该模型兼顾了主客观因素,体现了评价指标权重的真实性,增加了评价指标的主动参与。采用非对称贴近度准则可以有效避免评判过程中因信息损失引起结果存在偏差。

(2)运用该模型对位于长江漫滩某地铁车站基坑安全状态进行评价,得出该基坑安全等级为 V<sub>1</sub> 级(安全)且偏向于 V<sub>2</sub> 级(注意),评价结果与施工情况相符。由敏感性分析的结果,得出“围护结构墙顶水平位移的变化速率”、“围护结构墙顶竖向位移的累计值”、“地下水位变化累计值”是影响该基坑安全的敏感性



指标,需要对其加强监控。

(3)基于博弈论组合赋权的物元可拓基坑安全评价模型,能够深入分析各个指标对目标层的影响,进而判断出基坑的安全状态,并找出影响基坑安全的主要因素,为基坑施工的监测与管理提供参考,为基坑安全评价问题提供新思路。

#### 参 考 文 献

- [1] 郑刚,朱合华,刘新荣,等. 基坑工程与地下工程安全及环境影响控制[J]. 土木工程学报, 2016, 49(6): 1-24.
- [2] 王卫东,郑筱彦,白明洲,等. 城市深大基坑施工安全风险多因素耦合作用机理分析[J]. 公路, 2022, 67(3): 361-366.
- [3] 钱七虎. 迎接我国城市地下空间开发高潮[J]. 岩土工程学报, 1998, (1): 112-113.
- [4] ZHANG Y, YI L, ZHANG L, et al. Causation identification and control measures of deformation by integrated dewatering-excavation process simulation of a t-shaped deep foundation pit[J]. Water, 2022, 14(4): 535.
- [5] 吴丹红,张美霞,张汉斌,等. 基于可拓学的地铁车站深基坑施工安全评价[J]. 安全与环境学报, 2019, 19(3): 761-766.
- [6] 吴贤国,沈梅芳,覃亚伟,等. 基于变权和物元原理的地铁基坑施工安全风险评价[J]. 武汉大学学报(工学版), 2016, 49(6): 879-885.
- [7] 王伟,刘丹娜,彭第. 基于熵值法的砂卵石地层深基坑开挖安全可拓评价[J]. 西南交通大学学报, 2021, 56(4): 785-791, 838.
- [8] 苏广全,吕海深,朱永华,等. 基于博弈论组合赋权的洪水风险评价——以武威地区为例[J]. 干旱区研究, 2022, 39(3): 801-809.
- [9] 邓志秋. 基于可拓评价方法的基坑安全相关评价问题研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2008.
- [10] 蔡文. 物元模型及应用[M]. 北京: 科学技术文献出版社, 1994.
- [11] 李泓泽,郭森,唐辉,等. 基于改进变权物元可拓模型的电能质量综合评价[J]. 电网技术, 2013, 37(3): 653-659.
- [12] 程启月. 评测指标权重确定的结构熵权法[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(7): 1225-1228.
- [13] 吕程. 电能质量综合评估方法研究[D]. 济南: 山东大学, 2019.
- [14] 陈伟,夏建华. 综合主、客观权重信息的最优组合赋权方法[J]. 数学的实践与认识, 2007, (1): 17-22.
- [15] 姜媛媛,张振振,薛生,等. 改进组合赋权法的配电网隐患评估[J]. 科学技术与工程, 2020, 20(22): 9030-9035.
- [16] 鲍学英,李海连,王起才. 基于灰色关联分析和主成分分析组合权重的确定方法研究[J]. 数学的实践与认识, 2016, 46(9): 129-134.
- [17] 方国华,陆洋洋,叶晓晶,等. 基于改进物元分析法的岸线开发利用风险评估[J]. 水利水电科技进展, 2022, 42(4): 1-6,20.
- [18] 郝杰. 高地应力区隧洞施工期围岩质量评价及稳定性研究[D]. 乌鲁木齐: 新疆农业大学, 2015.
- [19] 刘国彬,王卫东. 基坑工程手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2009.
- [20] 侯克鹏,邵琳,李岳峰,等. 基于改进层次分析-物元可拓的岩爆预测模型[J]. 贵州大学学报(自然科学版), 2022, 39(3): 67-73.
- [21] 杨柳,胡东阳,梁笑语,等. 基于三标度层次分析法和灰色聚类法的农业水利工程定额生产力水平指数研究[J]. 水电能源科学, 2019, 37(6): 142-145,148.
- [22] 杜栋,庞庆华,吴炎. 现代综合评价方法与案例精选(第2版)[M]. 北京: 清华大学出版社, 2008.
- [23] 王欣. 超长隧洞TBM智能掘进及围岩安全评价研究[D]. 乌鲁木齐: 新疆农业大学, 2021.
- [24] 方立发,柯愈贤,王成,等. 基于变权物元可拓模型的非煤矿山安全标准化等级评价[J]. 有色金属科学与工程, 2021, 12(5): 96-102.

收稿日期: 2022-08-31