

# 模糊数学在岩质边坡稳定性分析中的应用

孟 衡

(三峡大学三峡库区地质灾害教育部重点实验室, 湖北宜昌 443002)

**【摘 要】** 模糊评判法作为一种评价边坡稳定性方法,其关键在于能否准确地建立评价模型,是否能准确建立模型的重点在于隶属度与各评价因子权重的确定。在实际工程中,几乎所有研究者都是采用专家打分法来定权重。虽然这一方法应用广泛,但是主观性太强,不够客观合理。采用判断矩阵分析法来确定评价因子的权重,用二级模糊评判对某工程实例进行计算分析,结果表明用该法确定权重简便,亦能较好反映边坡所处状态。

**【关键词】** 模糊数学; 岩质边坡; 二级模糊评判; 稳定性分析

**【中图分类号】** TU 457

## Application of Fuzzy Mathematics on Rock-slop Stability Analysis

Meng Heng

(Key Laboratory of Geological Hazards on Three Gorges Reservoir Area,  
China Three Gorges University, Ministry of Education, Yichang Hubei 443002 China)

**【Abstract】** The key of the evaluation method, as a method of slope stability evaluation, lies in the accuracy of the established judgment model, and the determination of the membership and the weights of the evaluation factors are important to the judgment model. In practice, the expert scoring method is widely used in weights determination, though the method is subjective. Judgment Matrix Analytical Method is used to determine the weights of the evaluation factors and Secondary Fuzzy Evaluation is used in the calculation and analysis of a real project. This method shows to be convenient and closing to the reality.

**【Key Words】** fuzzy mathematics; secondary Fuzzy Evaluation; stability analysis

### 0 引言

边坡稳定性评价是一项较为复杂的综合性工作,对岩质边坡来说,其影响因素较多。大量工程实践表明,边坡性质及稳定性的界限并不是很清楚,具有相当的模糊性。而模糊综合评价是应用模糊变换原理和最大隶属度原则,综合考虑被评事物或其属性的相关因素,进而进行等级或类别评价<sup>[1]</sup>。它为多变量、多因素影响的边坡稳定性分析提供了一种有效的手段。

### 1 建立模糊评判系统

#### 1.1 因素集与评判集的确

在考虑建模的系统全面性及在前人的研究成果基础之上,根据边坡稳定程度,将边坡的是否稳定划分为四个等级:稳定、基本稳定、较不稳定、不稳定。

因素集如下<sup>[2-3]</sup>:

$$U = \{U_I, U_{II}, U_{III}, U_{IV}\} \quad (1)$$

评判集表示如下:

$$V = \{V_1, V_2, V_3, V_4\} \quad (2)$$

#### 1.2 建立单因素评判矩阵

由实测值选用适合的隶属函数,求出各因素对各个评价等级相应的隶属度,对单个因子作模糊评判,得到反映  $U$  和  $V$  的模糊关系单因素评判矩阵

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & \cdots & r_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ r_{m1} & \cdots & r_{mm} \end{bmatrix}$$

$m$  为各大类所含因素的个数。

#### 1.3 隶属度的确定

模糊评判的优越性在于该法考虑到评判边界的模糊性这一特性,因此,在确定某因素对应于评判集中某等级的隶属度即构造单因素模糊矩阵时,须首

先通过某种方法构造出该因素的隶属函数, 通过函数确定该值。在得出该单因素模糊矩阵过程中, 各个因素等级应按影响评判对象的趋势一致性排列。在实际中, 隶属函数的种类很多, 包括矩形分布、半矩形分布、半梯形分布、梯形分布、抛物线分布、正态分布、哥西分布等, 每种分布又分为偏大型、偏小型和中间型 3 种<sup>4-6</sup>。考虑实际情况, 并结合已有成果, 本文对连续型变量的隶属度采用“降半梯形”公式计算得出公式<sup>7</sup>。对离散型变量的隶属度, 采用专家打分法来确定。

$$U_I(x) = \begin{cases} 1 & x \leq a \\ \frac{b-x}{b-a} & a < x \leq b \\ 0 & x > b \end{cases} \quad (3)$$

$$U_{II}(x) = \begin{cases} 0 & x < a \text{ 或 } x > c \\ -\frac{a-x}{b-a} & a < x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & b < x \leq c \end{cases} \quad (4)$$

$$U_{III}(x) = \begin{cases} 0 & x < b \text{ 或 } x > d \\ -\frac{b-x}{c-b} & b < x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c} & c < x \leq d \end{cases} \quad (5)$$

$$U_{IV}(x) = \begin{cases} 0 & x < c \\ -\frac{c-x}{d-c} & c \leq x \leq d \\ 1 & x \geq d \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $a, b, c, d$  为边坡稳定性分级的 4 级标准值,  $x$  为实测值。

#### 1.4 权重的确定

权重的确定主要有 3 种方法: 德尔斐法, 专家调查法, 判断矩阵分析法。前面两种方法都是由专家来进行操作的, 以专家的意见为主给出各因素的权重值, 此法虽然较为简单, 应用也较为广泛, 但主观性太强。本文采用判断矩阵分析法来确定各权重值。判断矩阵分析法, 是把  $m$  个评价因素排成一个  $m$  阶判断矩阵, 阵中对因素两两比较, 根据各因素的重要程度来确定矩阵中元素值的大小。然后, 计算判断短阵的最大特征根及其对应的特征向量。这个特征向量就是所要求的因素重要程度系数值。该方法有以下三步<sup>8</sup>。

##### 1) 确定两两因素相比的判断值 $f_{u_j}(u_i)$

$f_{u_j}(u_i)$  表示因素  $u_i$  对  $u_j$  而言的“重要程度”判断值。该值的确定参见表 1。例如  $u_i$  比  $u_j$  稍微重要, 则有  $f_{u_j}(u_i) = 3, f_{u_i}(u_j) = 1$ 。

表 1 因素重要程度值判断表

$u_i$ 比 $u_j$ 的重要程度等级	同等重要	稍微重要	明显重要	强烈重要	绝对重要	介于相邻两个等级之间
$f_{u_j}(u_i)$	1	3	5	7	9	2, 4, 6, 8 之一
$f_{u_i}(u_j)$	1	1	1	1	1	1

##### 2) 构造判断矩阵

令  $e_{ij} = \frac{f_{u_j}(u_i)}{f_{u_i}(u_j)}, (i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, m)$

由此可构造出一个  $m \times m$  的判断矩阵:

$$E = \begin{pmatrix} e_{11} & \dots & e_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ e_{m1} & \dots & e_{mm} \end{pmatrix}$$

显然有:  $e_{ii} = 1, e_{ij} = 1/e_{ji}$ 。

##### 3) 计算权重值

应根据判断矩阵, 求得其最大特征值, 进而求得与之相对应的特征向量并进行归一化作为权重集。实际操作中, 由于求最大特征值与特征向量是一项比较复杂的工作, 所以为方便计算, 可采取如下方法进行简化:

$$\alpha_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^m e_{ij}}, \quad (i = 1, 2, \dots, m;)$$

$a_i$  为因素集  $u_i$  的重要程度系数, 将所求各值归一化即为权重集  $A$ ,

$$A = \left\{ \frac{\frac{a_1}{m}}{\sum_{i=1}^m a_i}, \frac{\frac{a_2}{m}}{\sum_{i=1}^m a_i}, \dots, \frac{\frac{a_m}{m}}{\sum_{i=1}^m a_i} \right\}$$

#### 1.5 模糊综合评判体系

一级综合评判是通过一级模糊关系矩阵  $R$  与一级权重矩阵  $A$  复合运算得到, 即:

$$B = R \times A = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$$

$B$  作为二级评判的模糊关系矩阵与二级权重矩阵  $C$  运算即得到最大隶属度  $D$ , 即

$$D = B \times C = \{d_1, d_2, d_3, d_4\}$$

式中:  $d_i$  为评判集  $V$  中因子  $V_i$  的隶属度, 由最大隶属度原则,  $d_i = \max(d_1, d_2, d_3, d_4)$ , 则  $d_i$  所对应的等级就是边坡所处的稳定级别。

#### 2 工程应用

该例为湖北境内某水电站工程中的一个边坡稳

定性分析问题,通过地质调查研究,总结了四类18项主要影响因素,作为模糊评判的评价因子。即本文评判对象的因素集分四类18项。由上述方法建立模糊评判体系(见表2)。

### 1) 建立一级模糊评判

根据该岩质边坡实际情况,对表2中连续型变

量按式(3)~式(6)计算得到,对离散型变量(见表3)相应取值,比如:表3中<1>对应的即是表2中的<1>因素,0.75,0.25,0,0表示的是与边坡稳定级别相对应的隶属度,其它类推。则可得工程地质特征,地形地貌,气象水文地质特征,及其它因素特征的模糊关系矩阵 $R_1, R_2, R_3$ , 和 $R_4$ 。

表2 评价因子及分级标准

因素	级 别			
	稳定	基本稳定	较不稳定	不稳定
(1) 岩土类型	坚硬岩石	胶结好半坚硬	胶结差半坚硬	软弱松散岩
(2) 坡体结构	均质结构	块状结构	层状结构	松散结构
(3) 结构面发育程度	不发育(< 10)	较不发育(10-30)	较发育(30-50)	不发育(> 50)
(4) 软弱面临空面关系	逆向坡	横交坡	斜交坡	顺向坡
(5) 软化系数	弱(> 0.9)	较弱(0.7-0.9)	较强(0.5-0.7)	强(< 0.5)
(6) 坡面形态	凸形坡	直形坡	凹形坡	S形坡
(7) 边坡高度/m	低(< 50)	较低(50-100)	中等(100-150)	高(> 150)
(8) 边坡坡度/(°)	平缓(< 15)	缓倾(15-30)	中等倾(30-45)	陡倾(> 45)
(9) 多年平均降雨量/mm	小(< 500)	较小(500-1000)	较大(1000-1500)	大(> 1500)
(10) 降雨的冲刷作用/m	弱(< 0.1)	较弱(0.1-0.3)	较强(0.3-0.5)	强(> 0.5)
(11) 饱水率/%	差(< 0.25)	较差(0.25-0.3)	较好(0.5-0.75)	好(> 0.75)
(12) 含水层积水条件	差	较差	较好	好
(13) 地下水埋深/m	浅(< 20)	较浅(20-50)	较深(50-80)	深(> 80)
(14) 植被覆盖率/%	很好(> 30)	较好(30-15)	较差(15-5)	差(< 5)
(15) 风化程度/%	未(< 5)	微(5-10)	中等(10-30)	强烈(> 30)
(16) 加固影响程度	大	较大	较小	小
(17) 地震烈度/(°)	< 3	3-5	5-8	> 8
(18) 库水压力影响程度	小	较小	较大	大

表3 离散指标隶属度取值表

级 别	指 标 编 号							
	(1)	(2)	(4)	(7)	(12)	(16)	(18)	
稳定(I)	0.75	0.70	0.65	0.70	0.65	0.65	0.70	
	0.25	0.25	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	
	0	0.05	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	
	0	0	0.05	0	0.05	0.05	0	
基本稳定(II)	0.30	0.20	0.25	0.25	0.25	0.15	0.25	
	0.60	0.50	0.50	0.65	0.50	0.50	0.65	
	0.10	0.20	0.20	0.10	0.15	0.25	0.10	
	0	0.10	0.05	0	0.10	0.10	0	
较不稳定(III)	0	0.10	0.05	0	0.10	0.10	0	
	0.10	0.20	0.20	0.10	0.15	0.25	0.10	
	0.60	0.50	0.50	0.65	0.50	0.50	0.65	
	0.30	0.20	0.25	0.25	0.25	0.15	0.25	
不稳定(IV)	0	0	0.05	0	0.05	0.05	0	
	0	0.05	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	
	0.25	0.25	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	
	0.75	0.70	0.65	0.70	0.65	0.65	0.70	

$$R_1 = \begin{Bmatrix} 0 & 0.1 & 0.5 & 0.05 & 0 \\ 0.1 & 0.2 & 0.5 & 0.2 & 0.5 \\ 0.6 & 0.5 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.3 & 0.2 & 0 & 0.25 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$R_2 = \begin{Bmatrix} 0.7 & 0 & 0.33 \\ 0.2 & 0.2 & 0.67 \\ 0.1 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$R_3 = \begin{Bmatrix} 0 & 0.5 & 0.5 & 0.25 & 0 \\ 0.87 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.67 \\ 0.13 & 0 & 0 & 0.15 & 0.33 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$R_4 = \begin{Bmatrix} 0.2 & 0 & 0.15 & 0 & 0.25 \\ 0.8 & 0 & 0.5 & 0.2 & 0.65 \\ 0 & 0.5 & 0.25 & 0.8 & 0.1 \\ 0 & 0.5 & 0.1 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

又由判断矩阵分析法计算得到相应的一级权重矩阵  $A_1, A_2, A_3$  和  $A_4$ 。具体如下:

$$A_1 = \{0.15 \quad 0.25 \quad 0.15 \quad 0.15 \quad 0.30\}^T$$

$$A_2 = \{0.33 \quad 0.33 \quad 0.33\}^T$$

$$A_3 = \{0.38 \quad 0.22 \quad 0.14 \quad 0.14 \quad 0.12\}^T$$

$$A_4 = \{0.19 \quad 0.30 \quad 0.24 \quad 0.12 \quad 0.15\}^T$$

由一级模糊关系矩阵  $R$  与一级权重矩阵  $A$  进行一级评判得到影响边坡稳定性四大因素的分级模糊向量  $b_1, b_2, b_3, b_4$ 。

$$b_1 = \{0.1075 \quad 0.32 \quad 0.44 \quad 0.1132\}^T$$

$$b_2 = \{0.3433 \quad 0.3567 \quad 0.3 \quad 0\}^T$$

$$b_3 = \{0.215 \quad 0.357 \quad 0.11 \quad 0.014\}^T$$

$$b_4 = \{0.112 \quad 0.393 \quad 0.32 \quad 0.174\}^T$$

## (2) 建立二级模糊评判

由  $b_1, b_2, b_3, b_4$  组成二级模糊评判的模糊关系矩阵  $B$  即:

$$B = \begin{Bmatrix} 0.1075 & 0.32 & 0.44 & 0.1132 \\ 0.3433 & 0.3567 & 0.3 & 0 \\ 0.215 & 0.357 & 0.11 & 0.014 \\ 0.112 & 0.393 & 0.32 & 0.174 \end{Bmatrix}^T$$

同理由判断矩阵分析法计算出二级权重矩阵

$$C = \{0.32 \quad 0.24 \quad 0.24 \quad 0.2\}^T$$

故由  $B$  与  $C$  进行二级评判求出影响该边坡稳定性四类因素的隶属度矩阵  $D$  为:

$$D = B \times C = \{0.1862 \quad 0.3524 \quad 0.3034 \quad 0.158\}^T$$

计算结果表明: 该边坡处于稳定状态的概率为 18.62%, 处于基本稳定状态的概率为 35.24%, 处于较不稳定状态的概率为 30.34%, 处于不稳定状

态的概率为 15.8%。由最大隶属度原则可知: 该边坡处于基本稳定状态, 与用极限平衡法计算所得结果一致。但出于安全考虑, 在某些部分应采取适当的加固措施, 以确保该边坡更加稳定。

## 3 结 论

1) 边坡稳定性影响因素众多, 其本身就具有模糊性, 采用模糊评判法原理简单, 操作容易, 评价结果也合理, 故该法值得推广。

2) 用该法评价边坡稳定性, 隶属度与权重的确定是关键, 隶属度又与各影响因素的参数直接相关, 故对各因素参数一定要测量准确。而权重值的确定同样不可忽视。本文确定权重值所用方法是判断矩阵分析法, 计算分析显示该法简便易学, 所得结果准确, 较之德尔斐法与专家调查法个人主观性对结果影响要小。

3) 可根据模糊评判方法步骤, 编制相关分析软件, 使用者只需输入相关参数即可得到评判结果。这样操作更加简单方便, 节约了计算时间, 推广应用价值更高。

4) 分析边坡稳定性方法很多, 目前用得较多的还是极限平衡法与有限单元法。随着该法的日益成熟, 可应用该法来验证上述方法分析所得结果的正确性。

## 参 考 文 献

- [1] 李建林, 王乐华, 刘 杰, 等. 岩石边坡工程[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2006.
- [2] 李彰明. 模糊分析在边坡稳定性评价中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 1997, 16(5): 490-495.
- [3] 许 江, 李克钢. 模糊理论在公路边坡稳定性分析中的应用[J]. 中国地质灾害与防治学报, 2006, 17(2): 61-64.
- [4] 温世亿, 李建林, 杨学堂, 等. 卸荷高边坡稳定性分析的多级模糊综合评判[J]. 岩土力学, 2006, 27(11): 2041-2044.
- [5] 霍张丽, 梁收运. 模糊数学方法在滑坡稳定性评价中的应用[J]. 西北地震学报, 2007, 29(1): 35-39.
- [6] 刘普寅, 吴孟达. 模糊理论及其应用[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1998.
- [7] 刘 杰, 李建林, 胡海浪, 等. 基于有限元分析的岩质边坡稳定性模糊评判方法研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(s1): 3438-3445.
- [8] 张 跃, 皱寿平, 宿 芬. 模糊数学方法及其应用[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1992.