工程测量精度评价集对分析方法

龚 士 良
（上海市城市地质研究院，上海 200072）

【摘要】 集对分析是处理不确定性问题的新理论方法，并将其应用于工程测量中的精度评价与误差分析。

【关键词】 集对分析 联系数 精度

【Abstract】 Jidui analysis is a new theoretical method to treat unfixed problems, and applied to precision appraisal and error analysis in engineering survey.

【Key words】 Jidui analysis coefficient of link precision

0 前 言

实际工程问题与测量过程均蕴涵着诸多不确定因素。仪器量测精度一定程度上限制了测量的准确度，而动态对象的测量，因缺乏再现性，使之不能通过重复测量提高精度，而且，为及时掌握动态变化，也往往需要牺牲一定精度以争取测量时效。由于存在上述矛盾及其相互间的不确定性，使测量值与真值难免产生偏差。对于测量误差的分析，大多基于随机变量的概率统计。本文旨在推介一种新的处理不确定性问题的理论——集对分析方法，其对于测量结果评估与处理同样具有独到之处。

1 集对分析理论与方法

集对分析系由我国学者赵克勤先生创立，并于 1989 年全国系统理论与区域规划研讨会上正式提出的一种处理不确定性问题的系统理论与方法，并已在诸多领域得到较为广泛的应用。自 1995 年开始每年定期召开全国性的集对分析学术研讨会，影响日隆，并产生了一大批优秀的理论与应用成果。

1.1 集对分析基本思想

集对分析将考虑对象的矛盾体看成一个集对。所谓集对，即是指具有一定联系的两个集合构成的对子。将矛盾双方彼此依存、制约与转化关系均予辩证分析与数学处理，体现系统、辩证、数学三个特点。该理论认为，不确定性是事物的本质属性，并将不确定性与确定性作为一个系统进行综合考察。集对分析将确定性分成“同一”与“对立”两个方面，而将不确定性称为“异”，从“同一”、“异”、“对立”三方面（简称从同、异、反三方面）分析，并研究其转化。引入联系度[1]描述三个分量，将其统一于一个数学表达式中。

联系度及其数学表达通过下述分析确定：

设根据问题 W，对集 A 和集 B 组成的集对 H 展开分析，共得到 N 个特性，其中有 S 个为集对中两个集合所共有，这两个集合又在另外的 P 个特性上相对立，在其余为 $F=N-S-P$ 个特性上关系不确定，则在不计各特性权重情况下，称：

S/N 为集 A 与集 B 在问题 W 下的同一度，简记为 a；

F/N 为相应的差异度，简记为 b;

P/N 为对立度，简记为 c。

作者简介：龚士良，男，工程师。1986 年毕业于武汉地质学院水文地质专业。

由于同一度、差异度、对立度是从不同侧面刻划两个集合的联系状况，故总的联系用下式表示：

$$\begin{aligned}\mu(w)&=\frac{S}{N}+\frac{F}{N}i+\frac{P}{N}j\\ \mu(w)&=a+bi+cj\end{aligned}\tag{1}$$

式中的 i 为差异不确定度的系数，在 $[-1,1]$ 区间视不同情况取值(有时 i 仅起标记作用)；j 为对立度的系数，其值为 -1(有时 j 也仅起标记作用)；μ 为联系度，当其用于刻划某一数字时称为联系数。

由此可知，联系度表达式一式三量，同时体现出三者的联系、影响与转化。当 i 为 1 时，不确定度转化成同一度；i 为 -1 时，则转化成对立度；当 i 在 $(-1,1)$ 区间取值，则不确定量中同一与对立各占一定比例。联系度 μ 与不确定度系数 i 是该理论的基石。该理论包容了随机与模糊等常见不确定。

该理论提供了直接分析、几何模型、运算演绎等方法处理和解决不同的具体问题，并可对各种含有诸多未定因素的评价体系作出决策判断，实现方案的最优选择[2]。

1.2 集对分析对数的认识与刻划

集对分析理论认为，传统数学概念上一个确定的数，其实也蕴涵不确定性[3]。某一具体的定数在与不同的考察范围联系起来时，该定数将有不同的含义。因而用联系数[4]概念，将一个数与该数所在范围联系起来，将一定范围内可确定部分的测度与不可确定部分的测度联系起来，将数与值联系起来。

联系数同样采用 (1) 式形式，式中 a 为同一项，即可确定数；bi 为不确定项，b 为不定数，i 意义同前；cj 为对立项，c 为相对立的确定数，j 意义也同前述。

用联系数可实现对数的重新认识与刻划。

通常比较两个数的大小是用它们的差来衡量，而两对数的大小关系比较则应同时考虑它们的差值及其比值。

如数对 3 与 2、1000 与 999，它们相互间差值均为 1，但 2 在 3 中占 2/ 3，999 在 1000 中占 999/1000，故可认为前者相差较大，而后者相差无几。用联系数来描述，则为：

$$\text{数对 }1:\mu(3,2)=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}j\tag{2}$$

$$\text{数对 }2:\mu(1000,999)=\frac{999}{1000}+\frac{1}{1000}j\tag{3}$$

上两式中带有标记 j 的项表示数对的对立程度，不带标记的项为其同一程度。比较同一度与对立度，很显然，相对于数对 2，数对 1 偏差较大。

又如数对 6 与 4，其与数对 1 比值相同但差值有异，显然前者较后者偏差大，用联系数刻划为：

$$\text{数对 }3:\mu(6,4)=\frac{4}{6}+\frac{2}{6}j\tag{4}$$

此时(4)与(2)式相等，无法比较，而其原因是由于考察范围未在它们各自的一阶大小对立区间展开造成的。

对于倒数型对立，数字 K 与它的 n 次幂的倒数构成 n 阶大小对立[5]，即 K 与$\frac{1}{K}$ 构成一阶大小对立，K 与$\frac{1}{K^2}$构成二阶大小对立等等。故一阶大小对立区间为 $[\frac{1}{K},K]$。而(2)～(4)式均是在无穷大阶对立区间来刻划两个数的大小关系，即以 $[\frac{1}{K^\infty},K]=[0,K]$ 来替代$[\frac{1}{K},K]$，由此出现了偏差。

现在 $[\frac{1}{3},3]$ 区间研究数对 1：该区间长度为 $3-\frac{1}{3}=\frac{8}{3}$，2 在其中的比例为$\frac{2}{8/3}=\frac{3}{4}$，从而得到 2 与 3 在$[\frac{1}{3},3]$区间的对立程度为 $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$；另一方面，2 与 3 的同一程度为$\frac{2}{3}$，这是确定无疑的，因此将 2 在$[\frac{1}{3},3]$

区间所占比例$\frac{3}{4}$ 分成$\frac{2}{3}$和$\frac{1}{12}$（$=\frac{3}{4}-\frac{2}{3}$）两部分，其中的$\frac{1}{12}$ 属于在上述分析情况下，既非明确对立又非明确同一，即属于集对分析中所述的差异部分。把上述内容综合，则得数对1在一阶大小对立区间的大小关系联系数表达式：

$$\mu'(3,2)=\frac{2}{3}+\frac{1}{12}i+\frac{1}{4}j \qquad (5)$$

同理，$\mu'(6,4)=\frac{4}{6}+\frac{2}{105}i+\frac{11}{35}j \qquad (6)$

比较(6)与(5)式，虽同一度相等，但(6)式中对立度较(5)式为大，故数对3较数对1具更大偏差。

与此类似，

$$\mu'(1000,999)=\frac{999}{1000}+\frac{1}{1001000}i+\frac{1}{1001}j \qquad (7)$$

将(7)式与(3)式、(5)式与(2)式比较后可以看出，只有在考察范围充分大时，用无穷大阶替代一阶大小对立区间才较为合理，也使分析显得直观和简便。

2　基于集对分析的工程测量质量评定

工程测量中的不确定性也客观和普遍地存在着，同样可分解出多重集对。如测量值与真值、精密度与准确度、误差与可靠性、偶然误差与系统误差等等。从施测方式、量测仪器与监测对象等方面着手，也能进行同异反集对分析。概言之，只要构成矛盾或矛盾的两个方面，只要存在不确定因素，均可采用集对分析方法进行问题的解剖。

2.1　施测方案选择

岩土工程中的测量问题涉及面广，监测对象各具特色又有各自不同的量测要求。如建筑工程基础施工中的定位、放线测量，深开挖的基坑回弹、边坡稳定性观测，盾构掘进、预制桩贯入的地面变形观测，施工过程中建筑物及地下管线保护性监测，建筑物滞后沉降观测等等，使工程测量的施测方案须根据具体对象加以确定。很显然，方案的确定同样可利用集对分析方法，比较同等条件下各拟定方案同一度、对立度大小，并充分考虑不确定度的影响范围与程度，选择最适宜方案实施。

2.2　测量精度评价

用集对分析评价测量精度，可通过数及数对的联系度刻划来实现。

对于精密度为 x_0 的量测仪器，若观测值为 x，则其真值的置信范围为 $[x-x_0,\ x+x_0]$。用联系数的形式则可记为

$\mu(x)=x+x_0 i$, i 在$[-1,1]$间取值

当 i 取 -1 时，说明 x_0 已成为对立度，此时同一项变为 $x-x_0$；而当 i 取1时，即 x_0 转化成同一度，此时同一项增至 $x+x_0$。i 的极端取值相当于置信区间边界，其与常规分析相一致。而 i 在实际问题中的具体取值，可依测量实践中广泛遵循的正态分布确定。

由此，可以 $x/\mu(x)$ 比值是否趋于1及与1的离散程度来评价量测仪器的适用范围，即量测仪器须与测量对象相适应：测量范围小，须选用精密度较高的仪器，反之则可选用精度相对较低的仪器。如此既可满足工程测量的精度要求，又可减少测量成本，提高工效。反过来，其也可以作为评价测量精度的依据之一。

工程测量中的误差，除仪器本身以外，还有其它原因造成的各种误差。对于特定的具体工程，都有不同的允许测量误差。若以地面变形测量为例，假设允许测量误差为1mm，地面变形量观测值分别为100、10、3、2mm，则允许误差与观测值的关系依（5）式建立如下：

$$\mu(100,1)=\frac{1}{100}+\frac{1}{999900}i+\frac{9899}{9999}j$$

$$=0.01+0.000001i+0.989999j$$

$$\mu(10,1)=\frac{1}{10}+\frac{1}{990}i+\frac{89}{99}j$$

$$=0.1+0.001i+0.899j$$

$$\mu(3,1)=\frac{1}{3}+\frac{1}{24}i+\frac{5}{8}j$$

$$=0.3333+0.0417i+0.625j$$

$$\mu(2,1)=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}i+\frac{1}{3}j$$

$$=0.5+0.167i+0.333j$$

由于测量值应该剔除误差影响，故上述四式中数值项含义为误差在测量值中的影响程度，而带有 j 标记的则为测量值的可信程度。

由此看出，观测值与允许误差相差越大可信度越好，精度越高；反之，可信度越差，精度越低。当允许误差占监测变形量的 1% 时，可信度可达 99%，占 10% 时，可信度将近 90%；占 1/3 时，可信度降至 62.5%；而允许误差占观测值 50% 时，可信度已不足 34%。显然，误差在观测值中比例越高，观测值中的不确定量也愈高，此时应根据同异反统计原理对 i 的分布与取值再作进一步分析，以实现测量质量的定量评价。

对于小于 1mm 测量结果评价，可将数量级缩小，由此相应拓展了数的考察范围。

由上述分析可知，借助联系数，同样可以进行数据处理，且较以往的相对误差分析具有更为丰富的内涵和信息提示。

另外，由于工程测量具有很强的针对性[6]，在一些工程规模较小的测量作业中，样本容量有限且总体非正态分布，使数据处理无法采用正态分布或中心极限定理等理论方法。此时可以样本均值作为总体均值估计区间的中心，将每个样本与样本均值作为数对写出联系度表达式，计算诸样本对样本均值的平均同一度，此值与样本均值的除商及乘积分别为区间估计上下限，则总体均值处于该范围内。由此也可对该类测量结果进行精度评价。这种基于集对分析的数据统计处理方法无疑会在实际工作中有重要意义。

3 结 语

本文用集对分析理论方法分析了工程测量的精度评价与误差分析等不确定性问题，提供了基于该理论基础上的数据处理与质量评价方法。集对分析具有深刻而丰富的思想内涵和广阔应用前景，是认识论与方法论的新工具。笔者曾将其应用于地面沉降控制研究[7]与监测数据处理[8]及地下水资源管理[9]等方面，相信其在岩土工程领域同样具有实用价值。

承蒙赵克勤老师无私帮助与指教，在此诚致谢忱！

参 考 文 献

1 赵克勤．集对论——一种新的不确定性理论方法与应用．系统工程，1996，(1)

2 赵克勤．基于集对分析的方案评价决策矩阵与应用．系统工程，1994，(4)

3 赵克勤．集对分析中的联系数与不确定量．大自然探索，1997，(2)

4 赵克勤．联系数及其应用．吉林师范学院学报，1996，(8)

5 赵克勤．基于集对分析的对立分类、度量与应用．科学技术与辩证法，1994，(2)

6 龚士良．上海城市建设对地面沉降的影响．岩土工程技术，1998，(3)

7 龚士良．集对分析及其在城市地面沉降研究中的应用．上海地质，1997，(4)

8 龚士良．基于集对分析的地面沉降监测数据处理．上海地质，1998，(2)

9 龚士良．上海地下水资源管理集对分析．地下水，1998，(1)

收稿日期:1998-07-06