

# 桩基承台梁结构分析的新方法

熊辉

黄瑞强

(湖南大学土木工程学院, 长沙 410082)

(湖南省环达路桥建设总公司, 长沙 410001)

**【摘要】** 以分层地基模型并采用有限元-有限压缩层的计算方法为基础建立起桩土支承体系刚度矩阵, 从而导出桩-土-承台梁的共同作用方程。通过笔者编制的计算程序分析了考虑桩土共同作用后的承台沉降及桩顶荷载, 计算结果同弹性理论方法比较一致, 并得出了一些有益的结论。

**【关键词】** 有限元-有限压缩层; 桩-土-承台梁; 桩-土支承体系; 共同作用分析

**【中图分类号】** TU472

## A New Method to Analyse Pile-Cap Structure

**【Abstract】** Based on the finite element-finite compressible stratum method, the stiff matrix of the pile-soil sustaining system is established and interaction equation is elicited. Some useful conclusions are concluded by applying program analyzing the settlement of pile-bearing beam and the loads on the top of piles under the condition of pile-soil interaction, the results is approximately in accordance with those analyzed by elastic theory method.

**【Key words】** finite element-finite compressible stratum model; pile-soil-pile-bearing beam; pile-soil sustaining system; interactive analysis

### 0 引言

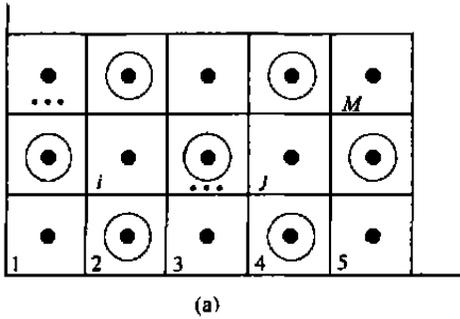
对于带桩承台梁(板)结构, 其分析求解方法有多种, 如能考虑桩的差异影响的链杆法<sup>[1]</sup>、Newmark法<sup>[2]</sup>、《建筑桩基技术规范》中推荐采用的“倒置的连续梁”模式<sup>[3]</sup>以及弹性地基梁板<sup>[4]</sup>进行的计算。本文采用了一种有限元和地基有限压缩层法对桩-土-承台梁进行联合分析, 在桩-土共同作用的基础上建立起能考虑符合工程实际的地基土非均匀性及桩身性状差异等因素的带桩承台梁结构的分析方法, 以获取能进行承台梁-桩土地基分析的桩土刚度(即在确定地基模型下的变基床系数), 并通过与已有方法的对比验证, 以寻求其地基支承体系刚度的有效性。考虑到桩土之间的受土质变化影响而产生的变异性较小, 故假定共同作用过程是线弹性的, 以简化分析过程。

### 1 基本模型的建立与共同作用过程分析

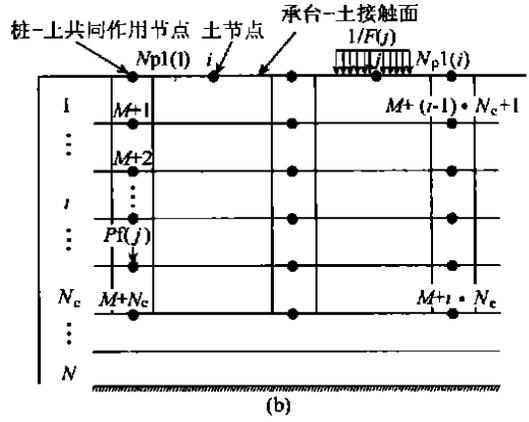
由于求得的桩-土地基的刚度并不包括横向剪切刚度, 所以在模型的建立上, 主要针对下部桩-土共同作用对承台梁内力的影响。故分析过程只局限于下部桩土共同作用部分。对承台梁可假设为刚性体<sup>[5]</sup>, 且不考虑承台底面与地基土之间的摩擦, 这样, 对于上部结构部分传给承台梁的力就只需考虑竖向力及其对坐标轴产生的弯矩, 以简化计算过程。针对地基土的有限压缩层模型, 将其进行  $N$  个层之分割, 桩尖底下土计算深度为  $H$  (可与计算整体沉降压缩层深度衔接), 承台底与土接触面共分成  $M$  个矩形单元 (单元可按实际情况分为等尺寸或不等尺寸), 设单元中心点为计算节点, 对每根桩可分割为  $N_e$  个常刚度单自由度弹性杆单元 ( $N_e < N$ ), 桩数为  $N_p$ , 考

虑编程方便, 需设置桩-土共同作用的起始节点  $N_{p1(i)}$  在  $M$  个单元中的编号, 并形成一变量  $N_{\text{divide}}$  作为桩-土共同作用节点

(见图 1), 节点号序列如  $1, 2, \dots, M, M+1, \dots, M+i \cdot N_e, \dots, M+N_e \cdot N_p$  排列 (其中  $i=1, 2, \dots, N_p$ )。



(a) 平面剖分图



(b) 立面剖分图

图 1 基本模型及计算单元划分简要示意

根据分层地基模型的土与土, 桩与土, 桩与桩之间的相互作用关系, 在竖向荷载下, 运用弹性理论的布辛尼斯克 (Boussinesq) 以及明德林 (Mindlin) 应力解, 并结合有限压缩层地基的沉降式, 便可得到桩、土之间相互作用柔度矩阵。可以用下式来表达地基土支承体系的平衡方程:

$$\left[ \begin{array}{c|c} \delta^s & \delta^p \\ \hline \delta^s & \delta^p \end{array} \right] \{P\} = \{S\} \quad (1)$$

式中:  $[q]$  矩阵为地基土支承体系柔度矩阵,  $[\delta^s]$ ,  $[\delta^p]$ ,  $[\delta^s]$  和  $[\delta^p]$  分别为土与土, 土与桩, 桩与土和桩与桩之间相互作用柔度矩阵;  $\{P\}$  分为两部分, 前  $M$  个元素组成  $\{P_m\} = [P_{m(1)}, P_{m(2)}, \dots, P_{m(M)}]^T$  为承台节点土反力向量, 后  $N_e \cdot N_p$  个元素组成  $\{P_f\} = [P_{f(1)}, P_{f(2)}, \dots, P_{f(N_e \cdot N_p)}]^T$  为桩身节点集中摩阻力与桩端阻力向量; 同样,  $\{S\}$  也分为两部分, 前  $M$  个元素组成  $\{S_m\} = [S_{m(1)}, S_{m(2)}, \dots, S_{m(M)}]^T$  为承台节点位移向量, 后  $N_e \cdot N_p$  个元素组成  $\{S_f\} = [S_{f(1)}, S_{f(2)}, \dots, S_{f(N_e \cdot N_p)}]^T$  为桩身和桩端节点位移向量。

由式 (1) 可得出非文克尔地基上的桩-土-承台共同作用的以刚度矩阵表示的地基土支承体系平衡方程:

$$\left[ \begin{array}{c|c} K^{ss} & K^{sp} \\ \hline K^{ps} & K^{pp} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} S_m \\ S_f \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} P_m \\ P_f \end{array} \right\} \quad (2)$$

由于考虑的是桩-土共同作用方程, 对每根桩进行的是  $N_e$  个弹性杆单元<sup>[6]</sup> 划分, 于是形成桩身平衡方程  $[K_p] \{S_f\} = \{P_q\} - \{P_f\}$ , 其中  $[K_p]$  为桩身总刚度矩阵,  $\{P_q\}$  为桩顶荷载向量。

将该式中各项以零元扩充至  $M + N_e \cdot N_p$  阶后与 (2) 式相加即可得到桩-土共同作用体系的平衡方程:

$$\left[ \begin{array}{c|c} K^{ss'} & K^{sp'} \\ \hline K^{ps'} & K^{pp'} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} S_m \\ S_f \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} P' \\ 0 \end{array} \right\} \quad (3)$$

式中:  $[K']$  矩阵为桩土支承体系刚度矩阵; 这里  $\{P'\}$  包括两项:  $\{P_m\}$  和  $\{P_q\}$ , 当计算节点为桩-土共同作用节点时,  $P'$  为承台节点土反力和桩顶荷载的合力; 当计算节点为土节点时,  $P'$  为承台节点土反力。

以承台底面为边界, 视  $\{S_m\}$ 、 $\{S_f\}$  为边界结点和内结点位移的列向量,  $\{P'\}$ 、 $\{0\}$  为上述结点位移的荷载列向量, 得:

$$\left( [K^{ss}] - [K^{sp}] [K^{pp}]^{-1} [K^{ps}] \right) \{S_m\} = \{P'\} \quad (4)$$

令  $[V_{kb}] = [K^{ss}] - [K^{sp}] [K^{pp}]^{-1} [K^{ps}]$ , 则  $[V_{kb}]$  即为承台节点等效边界刚度矩阵, 于是

(4)式可表述为:  $[V_{kb}]\{S_m\} = \{P'\}$ 。此即为等效承台节点边界状态方程。

由前述假设的刚性承台条件, 设作用于基础的荷载的合力  $P_0$  (包括基础自重) 及其对  $X$  轴和  $Y$  轴的力矩  $M_x$  和  $M_y$ , 根据基础的静力平衡条件有:

$$F_m\{P'\} = \{M\} = \begin{Bmatrix} M_y \\ M_x \\ P_0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

式中:  $F_m = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & \cdots & X_m \\ Y_1 & Y_2 & \cdots & Y_m \\ I & I & \cdots & I \end{bmatrix}$  为荷载列向

量的坐标位置矩阵。

$$V_k = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^M \left[ \left( \sum_{i=1}^M V_{kbij} \cdot X_i \right) \cdot X_j \right] & \sum_{j=1}^M \left[ \left( \sum_{i=1}^M V_{kbij} \cdot X_i \right) \cdot Y_j \right] & \sum_{j=1}^M \left( \sum_{i=1}^M V_{kbij} \cdot X_i \right) \\ \sum_{i=1}^M \left[ \left( \sum_{j=1}^M V_{kbij} \cdot Y_j \right) \cdot X_i \right] & \sum_{j=1}^M \left[ \left( \sum_{i=1}^M V_{kbij} \cdot Y_i \right) \cdot Y_j \right] & \sum_{j=1}^M \left( \sum_{i=1}^M V_{kbij} \cdot Y_i \right) \\ \sum_{i=1}^M \left( \sum_{j=1}^M V_{kbij} \cdot X_j \right) & \sum_{i=1}^M \left( \sum_{j=1}^M V_{kbij} \cdot Y_j \right) & \sum_{j=1}^M \left( \sum_{i=1}^M V_{kbij} \right) \end{bmatrix} \quad (8)$$

由(6), (7)式可解得承台的整体变位  $\{T_{\text{heta}}\}$ , 将其代入到(6)式中即可求得  $\{P'\}$ ; 然后即可求得  $\{S_w\}$  或  $\{S_m\}$ ; 由求出的  $\{S_m\}$  可求得桩身和桩端节点位移向量  $\{S_f\}$ 。根据地

设承台整体变位的表达式为:  $\{T_{\text{heta}}\} = \{\theta_y, \theta_x, \omega_0\}^T$ , 其中  $\omega_0$  是基础底面在坐标原点  $O$  处的竖向位移,  $\theta_y, \theta_x$  分别是基础绕  $X$  轴和  $Y$  轴的转角。因此, 所有土节点中点的竖向位移可用  $\{S_w\}$  表示, 再根据承台底土接触面的变形协调条件:  $\{S_m\} = \{S_w\}$ , 则(4)式可表示为:

$$\{P'\} = [V_{kb}]\{S_w\} = [V_{kb}][F_m]^T\{T_{\text{heta}}\} \quad (6)$$

代入式(5)得:

$$[F_m][V_{kb}][F_m]^T\{T_{\text{heta}}\} = \{M_y, M_x, P_0\}^T \quad (7)$$

式中令  $[F_m][V_{kb}][F_m]^T = [V_k]$  为刚性承台的总刚度矩阵, 展开可得:

基支撑体系平衡方程(2)式即可求得承台节点土反力向量  $\{P_m\}$  以及桩身节点集中摩阻力和桩端阻力  $\{P_f\}$ 。根据本文所述法编制的计算程序流程图见图 2。

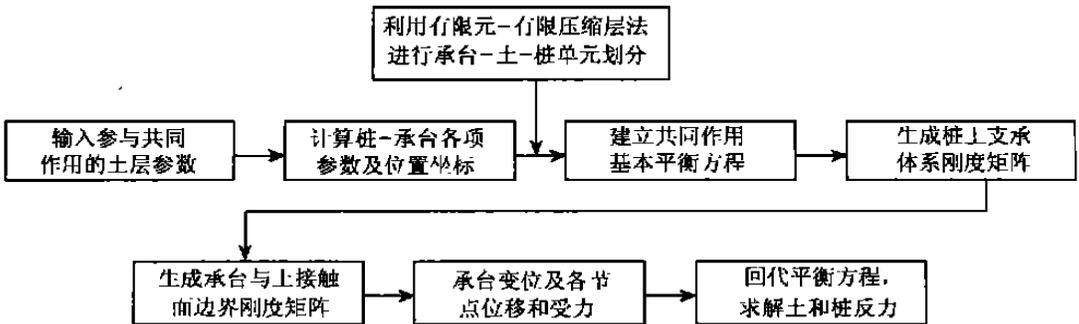


图 2 考虑桩土共同作用的带桩承台梁结构计算流程示意图

## 2 算例分析

某桩基承台梁基础, 基础平面尺寸为  $10.4 \text{ m} \times 2.55 \text{ m}$ , 承台梁厚  $0.5 \text{ m}$ , 钢筋混凝土桩直径为  $0.4 \text{ m}$ , 梁埋深为  $2 \text{ m}$ , 设计桩长为

$10 \text{ m}$ , 拟采用 36 根桩三排平行布置, 上部结构产生的荷载简化为集中荷载  $P = 8400 \text{ kN}$ , 地下水水位深约  $1 \text{ m}$ 。其模型单元划分见图 3。

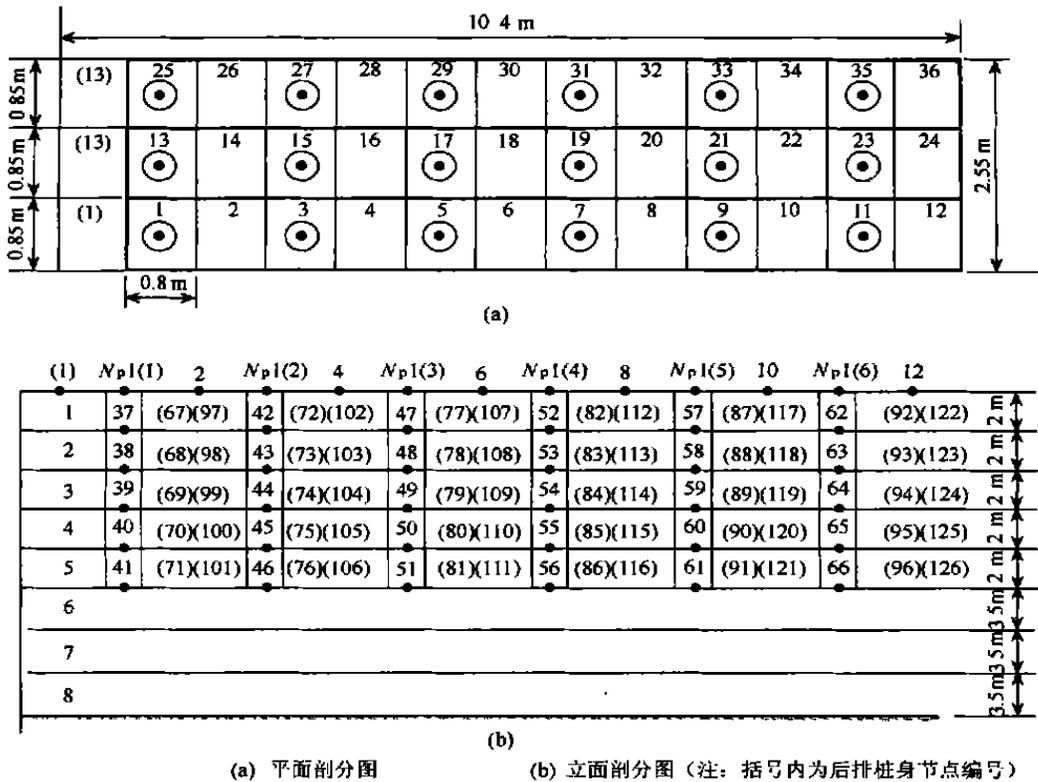


图3 某桩基承台梁有限元-有限压缩层单元剖分图

将承台与土接触面划分为 36 个桩-土共同作用节点及土节点, 为尽可能反映土层土质的影响, 比实际多设置了几层土, 共分 8 层, 桩身分 5 段, 则桩单元节点号从 37~126 排列, 其压缩层深度取沉降计算时的值为 10.5 m。通过整理程序计算结果, 可了解到在考虑桩-土共同作用条件下承台梁沉降以及桩顶荷载变化的一些规律:

(1) 梁土接触面土层土质对承台沉降 ( $S_0$ ) 的影响: 由于考虑桩-土共同作用对承台内力影响的首要前提就是承台梁底与土的接触与否, 而承台沉降以及土与桩的共同分荷大小在很大程度上取决于接触土层的土质。图 4 所示, 当梁底土压缩模量从 2 969.0 kPa 到 17 814.0 Pa 时, 其相应的承台平均沉降从 262.8 mm 减少到 48.1 mm, 这与沉降计算的结果是一致的; 而按弹性理论法计算沉降值于本文来说是偏大的, 这是因为弹性理论法假定土为均匀、各向同性的弹性半空间模型所致,

由于在该法中, 桩周摩阻力  $\tau$  和桩端摩阻力  $P_b$  的大小和分布形式是未知的, 这样一来, 给计算结果带来一定的不确定性因素。

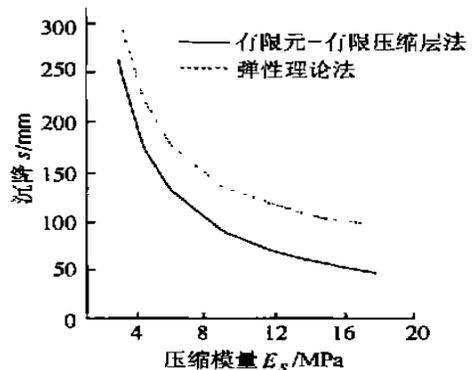


图4 承台-土接触面土压缩模量对沉降的影响示意图

(2) 上部荷载对桩顶荷载的影响: 尽管本文分析中未将上部结构变化以及荷载的随机性考虑进来, 仍可通过改变上部总荷载大小及分布形式来了解其对基桩承载的影响。按常规方法计

算的话,各桩桩顶反力将采取的是均分荷载再加上偏心弯矩所产生的荷载的方式来得到,其具体计算可按文献〔3〕中给出的公式来得出;而按本文由于土的参与影响,使各桩桩顶反力有一重分配的过程而产生了一定的变异性,桩顶反力随上部荷载变化大致遵循中间桩小,边桩大的规律,这亦与共同作用的一般分析理论是一致的,且与弹性理论法的计算结果有较好的一致性,只是后者的群桩效应体现得更大一些(见图5)。

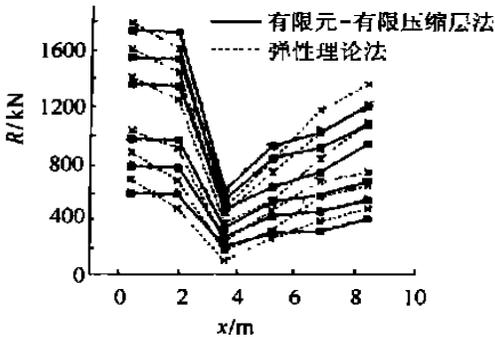


图5 上部荷载对桩顶荷载的影响示意图

### 3 结论

本文提出的关于承台梁结构分析的新方法与弹性理论法得出的结果是比较一致的,而弹性理论法是经大量工程实践证明而应用于理论计算桩基工程的较适用的方法,故本文中采用有限元-有限压缩层的方法推导的桩土

地基支承刚度是有效的。从本文建立的有限元-有限压缩层模型及其计算分析结果可得出一些有意义的结论:常规的计算方法只是按力的作用和各桩中心布置位置来对承台梁下各桩桩顶作用效应进行分配,并不考虑承台下土质、桩身及桩身沉降差异给桩顶荷载带来的影响,这样,会给由此计算而得的承台梁内力带来一定的不确定性。考虑桩-土共同作用后可以看出,由于存在桩本身的差异以及土层土质的不均匀性,虽然会给受力分析带来一定的复杂性,但是却能较好地反映工程实际的状况,故在分析桩基承台结构时引入该方法有良好的可行性。

### 参 考 文 献

- 1 周光龙. 桩的差异对基础梁内力的影响及其算法. 湖南大学学报, 1985, (3): 22~28
- 2 宰金珉, 宰金璋. 高层建筑基础分析与设计. 北京: 中国建筑工业出版社, 1993. 88~92
- 3 JGJ 94-94 建筑桩基技术规范
- 4 徐芝纶. 弹性力学简明教程(第二版). 高等教育出版社, 1993. 201~210
- 5 华南工学院等四院校合编. 地基及基础. 北京: 中国建筑工业出版社, 1985. 131~139
- 6 王旭东, 魏道焯, 宰金珉. 群桩-土-承台结构共同作用的数值分析. 岩土工程学报, 1996, 18(3): 35~39

收稿日期: 2001-10-08

(上接第32页)

### 5 结 语

1)在固结度较小时,改变塑料排水板的间距对固结度影响较大,间距小,固结快。对于特定的处理深度,当处理区固结完成后,固结度的提高与间距无关,且固结过程相当缓慢。

2)在固结度较小时,不同处理深度对排水效果影响不大,在处理区固结完成后,处理深度对固结度影响很大,增大处理深度比减小间距加速固结的效果好得多。因此,在施工能力允许的条件下,应优先考虑加大处理深度。

3)对塑料排水板处理中的井阻与涂抹作用进行了分析,在实际工程中应考虑塑料排水板非理想性的影响。采用通水能力大的塑料

排水板及少涂抹和扰动的打设机具可减少非理想性的影响。不论是改进的太沙基法还是改进的高木俊介法,计算的固结度差异随着时间的增大而趋于减小。

4)在实际的工程中,塑料排水板的间距与深度的选取要考虑工期、施工能力及非理想性等因素,综合考虑才能达到经济合理的目的。

### 参 考 文 献

- 1 刘成宇主编. 土力学. 北京: 中国铁道出版社, 1990. 90~121
- 2 朱向荣等. 超载预压加固宁波机场场道软基. 岩土工程学报, 1992, 14(增刊): 34~37

收稿日期: 2001-09-29