

控制网起始数据点稳定性的检验方法

刘 顺 喜

(国家土地管理局资源所 北京 100081)

【摘要】 文章所介绍的控制网起始数据点稳定性的检验方法, 类似于变形观测, 只对起算点是否可靠进行检验, 只需平差一次即可对每一个起算点进行稳定性鉴别。

【关键词】 控制网起始点 稳定性 检验

【Abstract】 The test method for stability of initiation point in control net is similar to deformation observing. It only tests the reliability of the initiation point, and only requires one time of adjustment to distinguish the stability of every initiation point.

【Keywords】 Initiation point of control net, Stability, Test

0 引言

当控制网的部分三角点建立在矿区和工业厂区时, 由于地下大量的采掘和工业用水需要大量吸取地下水, 会使地表发生沉降现象。故建立在矿区和工业厂区的控制点经常失稳。要以这些点作为起算点发展新网时, 对对起算点进行稳定性检验是相当必要的。

文献^[1]介绍的起始数据的统计检验方法要求平差时采用分组平差, 将与起始数据有关的附合条件放在第二组, 其余条件在第一组, 平差后得到第一组和第二组的子样方差分别为 m_1 和 m_2 , m_2 的大小显然与起始数据有关。如果不存在起始数据的影响, 则 m_1 和 m_2 来源于同一母体, 即 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_0^2$ 。反之, m_1 和 m_2 存在显著差异, 不是来自同一母体, 当然 $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ 。采用F检验和 χ^2 检验时, 其结果与观测量的个数及选用的显著水平有关。该方法仅适用于有多余起始数据的控制网, 检验时, 不可靠的起始数据只能通过多次平差不断筛选来确定。对于仅有必要起始数据的自由网, 因没有附合条件, 则无能为力。

本文介绍的方法, 只对起算点是否可靠进行检验, 不包括某些直接测定的起算数据

可靠性的检验, 类似于变形观测, 只需平差一次, 即可对每一个起算点进行稳定的鉴别。

1 基本思想

(1) 在进行第2期网观测时, 对与起算点有关的第1期网中的部分观测值重新观测一次。

(2) 检验时, 利用第1期网的第二次观测值和其余第一次观测值进行第1期网的第二次平差。

(3) 由于起始点有了新旧坐标, 两坐标差由两方面的原因产生: 一是点位移动, 二是观测误差。差值中是否出现移动, 可通过检验判别。B·Heck提出了用相对误差置信椭圆来逐点进行判定, 非常直观。

2 公式推导

假定第1期网原平差的误差方程为:

$$V = AX - l \quad (1)$$

法方程及其解为:

$$NX = A^T P l \quad (2)$$

$$X = N^{-1} A^T P l \quad (3)$$

其中: $N = A^T P A$

$$l = \begin{pmatrix} l_1 \\ n_{1.1} \\ l_2 \\ n_{2.1} \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix}$$

l_2 为与第2期网起算点有关的第一期网中的部分观测值。

现今 l_1 不变，第二次重新观测 l_2 得 l'_2 ，权仍为 P_1 和 P_2 。由新的观测值 $l'_2 = l_2 + \Delta l$ 和 l_1 列出的误差方法为：

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \bar{X} - \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 + \Delta l \end{pmatrix} \quad (4)$$

式中 \bar{V}_1 和 \bar{V}_2 为 l_1 和 $l_2 + \Delta l$ 的改正数， \bar{X} 为由 l_1 和 $l_2 + \Delta l$ 与 P_1 及 P_2 算出的参数平差值。法方程及其解为：

$$\bar{N} X = A^T P l + A_2^T P_2 \Delta l \quad (5)$$

$$\bar{X} = X + N^{-1} A_2^T P_2 \Delta l = X + \Delta X \quad (6)$$

$$\text{式中 } \Delta X = N^{-1} A_2^T P_2 \Delta l \quad (7)$$

ΔX 的协因数阵为：

$$Q_{\Delta X \Delta X} = 2N^{-1} A_2^T P_2 A_2 N^{-1} \quad (8)$$

3 起算点稳定性的检验方法

根据文献 [2]，对于每一个起算点，坐标差量的限度可由下式确定：

$$d_i^T Q_{d_i}^{-1} d_i = 2S_0^2 F_\alpha(2, f) \quad (9)$$

式中 S_0^2 —— 验后单位权方差；

f —— 求 S_0^2 时的自由度；

$F_\alpha(2, f)$ —— 以自由度为 2 和 f ，置信水平为 α 时的 F 分布分位值；

d_i —— 起始点中第 i 点两坐标差列向量；

Q_{d_i} —— 第 i 点坐标差的协因数阵，是非奇异阵。

$$\text{令 } Q_{d_i} = \begin{bmatrix} q_{xx} & q_{xy} \\ q_{xy} & q_{yy} \end{bmatrix} \quad (10)$$

并设 λ_1 和 λ_2 为 Q_{d_i} 的特征值，则由线性代数理论解得：

$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{1}{2}(q_{xx} + q_{yy} + k) \\ \lambda_2 = \frac{1}{2}(q_{xx} + q_{yy} - k) \\ k = \sqrt{(q_{xx} - q_{yy})^2 + 4q_{xy}^2} \end{cases} \quad (11)$$

起始点中第 i 点坐标差的相对误差置信椭圆的标准形为：

$$\frac{\Delta X_i^2}{E^2} + \frac{\Delta Y_i^2}{F^2} = 1 \quad (12)$$

$$\text{其中：} \begin{cases} E^2 = 2S_0^2 F_\alpha(2, f) \cdot \lambda_1 \\ F^2 = 2S_0^2 F_\alpha(2, f) \cdot \lambda_2 \end{cases} \quad (13)$$

长半轴和短半轴的方向分别为：

$$\tan \varphi_{E_i} = \frac{\lambda_1 - q_{xx}}{q_{xy}} = \frac{q_{xy}}{\lambda_1 - q_{yy}} \quad (14)$$

$$\tan \varphi_{F_i} = \frac{\lambda_2 - q_{xx}}{q_{xy}} = \frac{q_{xy}}{\lambda_2 - q_{yy}} \quad (15)$$

φ_{E_i} 与 φ_{F_i} 之差为 90° 。

$$\text{且 } \tan 2\varphi_{E_i} = \frac{2q_{xy}}{q_{xx} - q_{yy}} \quad (16)$$

具体检验方法可归纳如下：

(1) 按公式 (7)、(8) 求出起始点的坐标差及其协因数阵。

(2) 按公式 (11) 和 (16) 求出相应于 Q_{d_i} 的 λ_1 和 λ_2 及 φ_{E_i} 。

(3) 由平差结果求得的 S_0^2 ，由 f 及选定的显著水平 α (一般取 $\alpha = 0.05$) 查得 $F_\alpha(2, f)$ ，进而由公式 (13) 求出相应点的 E 和 F ，由主轴方向，即可在图上作出置信误差椭圆。

(4) 根据相应点的坐标差值作出位置差矢量。如果位置差矢量不超出相应的椭圆，即表示该起始点是稳定的。否则，该点已产生了移动。

4 算例

设有一测角网如图1所示。其起始数据及观测值 (两期等权观测) 分别见表1和表2, 其它各点均稳定, 要求检验C点是否稳定。

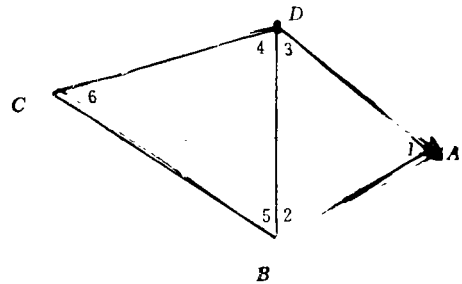


图 1

表1 起始数据

点名	坐标		方位角 M	边长 S/m
	x/m	y/m		
A	3064081.971	39389766.096	253°23'06.9"	1819.620
B	3063561.678	39388022.447		

表2 观测数据

角号	角 度	
	第1期观测值	第2期观测值
1	50°08'52.0"	50°08'52.0"
2	83°53'14.3"	83°53'14.3"
3	45°57'54.1"	45°57'54.1"
4	86°38'58.4"	86°38'57.2"
5	50°59'49.4"	50°59'49.1"
6	42°21'11.2"	42°21'13.4"

由第1期平差资料中取得:

$$N^{-1} = \begin{bmatrix} 0.025 & -0.005 & 0.011 & 0.006 \\ -0.005 & +0.050 & -0.018 & 0.008 \\ 0.011 & -0.018 & 0.014 & -0.002 \\ 0.006 & 0.008 & -0.002 & -0.006 \end{bmatrix}$$

$$A_2^T P_2 A_2 = \begin{bmatrix} 126.278 & -12.971 & -132.694 & -133.442 \\ -12.971 & 48.120 & 67.478 & -29.940 \\ -132.694 & 67.478 & 201.409 & 89.989 \\ -133.442 & -29.940 & 89.989 & 181.731 \end{bmatrix}$$

由式 (7) 得:

$$d = \begin{bmatrix} \Delta X_c \\ \Delta Y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.008 \\ 0.031 \end{bmatrix} \text{m}。$$

由式 (8) 得:

$$Q_c = \begin{bmatrix} 0.016 & 0.004 \\ 0.004 & 0.042 \end{bmatrix} \text{cm}^2/\text{s}^2。$$

由式 (11) 得:

$$\begin{cases} k = 0.027 \\ \lambda_1 = 0.043 \\ \lambda_2 = 0.015 \end{cases}$$

由式 (16) 得: $\varphi_E = 81^\circ 27'$ 或 $261^\circ 27'$

平差后: $S_0^2 = 0.042$

查表得: $F_{0.05, (2, 2)} = 19.000$

由式 (13) 得: $E = 0.26\text{dm} = 26\text{mm}$, $F = 0.16\text{dm} = 16\text{mm}$ 。图2作出了C点的相对误差置信椭圆。在作出C点的坐标差矢量后可见, 坐标差矢量已超出椭圆, 说明C点产生了移动。

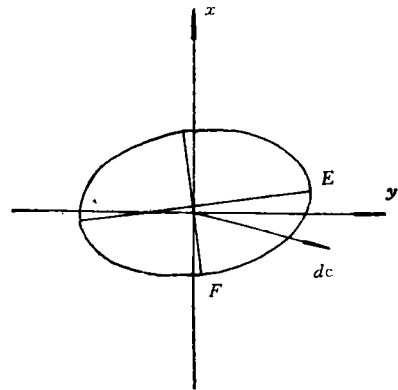


图2

5 结束语

(1) 采用本文介绍的方法进行起始点稳定性的检验, 在理论上是严密的。内业计算, 由于充分利用了第1期网的原平差资料, 解算非常简单, 从整个过程来看工作量都不算大。

(2) 起始点经稳定性检验后, 可做如
(下转第40页)

表 3 α_n 值计算表

$n \backslash m$	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	10.0	>10.0
0.0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.1	0.831	0.844	0.851	0.856	0.860	0.863	0.869	0.871	0.872	0.873	0.874	0.874
0.2	0.675	0.698	0.713	0.723	0.730	0.735	0.747	0.752	0.754	0.755	0.757	0.757
0.4	0.424	0.461	0.486	0.504	0.517	0.526	0.550	0.559	0.563	0.565	0.569	0.569
0.6	0.259	0.299	0.329	0.350	0.367	0.379	0.412	0.425	0.431	0.434	0.439	0.440
0.8	0.159	0.194	0.223	0.246	0.264	0.278	0.317	0.333	0.341	0.345	0.352	0.353
1.0	0.099	0.128	0.153	0.174	0.192	0.206	0.249	0.268	0.277	0.282	0.290	0.292
1.2	0.063	0.085	0.106	0.125	0.141	0.155	0.199	0.219	0.230	0.236	0.246	0.247
1.4	0.041	0.058	0.075	0.091	0.105	0.118	0.161	0.182	0.194	0.201	0.212	0.214
1.6	0.028	0.040	0.054	0.067	0.079	0.090	0.131	0.153	0.166	0.173	0.185	0.188
1.8	0.019	0.029	0.039	0.050	0.060	0.070	0.108	0.130	0.143	0.151	0.164	0.167
2.0	0.014	0.021	0.029	0.037	0.046	0.054	0.089	0.111	0.124	0.133	0.147	0.150
3.0	0.003	0.005	0.008	0.011	0.014	0.018	0.037	0.054	0.066	0.075	0.092	0.096
4.0	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.007	0.017	0.028	0.038	0.045	0.063	0.068
5.0	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.009	0.015	0.022	0.029	0.045	0.050
6.0	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.005	0.009	0.014	0.019	0.033	0.038
7.0	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.003	0.006	0.009	0.012	0.025	0.029

(3) 对于圆形面积受均布荷载作用的情况, 可变换成为 $l = b = \sqrt{A}$ 的等效方形基础之后进行计算 (A 为圆形面积)。

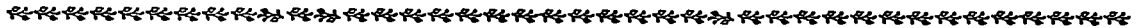
参 考 文 献

1 天津大学等四院合编. 地基与基础. 北京,

中国建筑工业出版社, 1978

2 朱旦仁. 应用布氏公式计算局部超载侧压力. 工业建筑, 1994 (1)
 3 唐念慈等译. 基础工程分析与设计. 北京, 中国建筑工业出版社, 1987

收稿日期: 1996-08-22



(上接第56页)

下处理: 如果点位未移动, 则承认该起始点为原等级的控制点, 可作为第 2 期网的起算点。如果移动了, 则应从起始点中剔除, 认为它已不是原等级的控制点, 视其为未知点, 按降级处理。这时, 如有必要且有可能的话, 则可按文献[3]中介绍的用“储备精度”法将其恢复为原等级的控制点, 其工作量也不大。

参 考 文 献

1 杜永昌. 三角网起始数据的统计检验和分析. 测绘通报, 1983, №2
 2 曾卓乔. 变形观测网的平差和变形分析. 测绘通报, 1983, №2
 3 黄懋胥. 工业厂区现状图测量. 北京, 测绘出版社, 1983, 11
 4 测量平差基础[增订本]. 武汉测绘学院, 1982
 5 线性代数(第二版). 上海交通大学, 1983