

# 在卸荷产生拉剪情况下裂隙岩体的力学行为

吴汉辉<sup>1</sup> 杨转运<sup>2</sup> 刘会<sup>3</sup>

(1. 四川省蜀通岩土工程公司重庆公司,重庆 401147;2. 重庆交通学院桥梁与结构工程系,重庆 400074;  
3. 南京航空航天大学振动工程研究所,南京 210016)

**【摘要】** 据岩体在卸荷情况下的拉剪应力状态,确定了节理岩体的线弹性断裂力学模型。依照此模型,可以得到相对远离裂隙(该位置的点到裂隙中心的距离比裂缝长度大)且受裂隙影响区域内应力、应变和变形方程。这些对评估裂隙岩石变形有重要的参考意义。通过用理论方程的计算结果和卸荷情况下试验观测所得的数据对比,证明该模型应用于实际工程中具有可行性。

**【关键词】** 节理岩体;卸荷;断裂力学;力学行为;岩体模型

**【中图分类号】** TU 458.3

## Mechanical Behavior of Tension and Shear Conditions Related to Unloading Fractured Rock Mass

Wu Hanhui<sup>1</sup> Yang Zhuanyun<sup>2</sup> Liu Hui<sup>3</sup>

(1. Sichuan Shutong Geotechnical Company Chongqing Branch, Chongqing 401147 China; 2. The Department of Bridge and Construction Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074 China; 3. Institute of Vibration Engineering Research, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016 China.)

**【Abstract】** Under tension and shear conditions related to unloading of rock mass, a linear elastic fracture mechanics model of jointed rock mass is established. According to the model, the equations of stresses, strains and displacements of the region influenced by the crack but relatively far away the crack (the distance between the research point and the center of the crack is longer than the length of crack) are derived. They are important for evaluating the deformation of cracked rock. It is demonstrated by the comparison between computational results of these theoretical equations and the observed data from unloading test that this model are applicable for actual engineering.

**【Key Words】** jointed rock mass; unloading; fracture mechanics; mechanic behavior; rock mass model

### 0 引言

岩体是由岩块和各种各样的结构面组成的,大多数结构面由于岩块限制裂隙几乎不发展<sup>[1]</sup>。在不同的工程条件下,岩体的力学性能是不同的。在斜坡上开挖洞穴,大多数岩体区域是卸荷的,尤其在陡坡或大型的地下工程,洞室的断面尺寸越大则围岩应力释放的越多。这样地下结构周围岩体就容易发生过大的变形或拉剪破坏。在加载和卸荷状态下岩体的不同力学性能(强度和变形)主要是由于岩块在不同节理情况下的力学性能不同造成的。为了分析在地下结构开挖引起节理岩体的变形和破坏,就有必要研究岩体中裂隙在拉剪状况下的力学性能。

通常在硬质裂隙岩体的破坏是脆性破坏。脆性材料主要有两种破坏型式:剪破和拉破<sup>[2]</sup>。从微观

来看,岩石中裂隙的末端是极其细长的,裂隙由于受分子链的连续破裂面的影响而继续发展。初始荷载仅在局部范围内的既有较大裂隙的末端区域产生一些孤立的细微裂隙,并且裂隙周围的介质在加载初期的变形是线性的,随着荷载的进一步增加,微观裂隙的数量不断增加并且裂隙末梢周围介质的变形呈现非线性,最后非线性区域中的裂隙的不断扩展直至贯通。这些非线性区域通常被称为断裂区域。由于脆性材料(例如岩体),它的断裂发生区域相对于裂隙岩体外观尺寸来说是小的多,因而可以采用线弹性断裂理论模型进行模拟。

在过去的几十年间,人们常常用线弹性断裂力学研究岩体中裂隙的出现和发展。线弹性最基本的理论是:靠近裂缝的末梢起重要作用的参数是应力

强度因子  $K_I$ , 断裂韧度  $K_{IC}$  (张开型裂隙第 I 型裂隙), 并且靠近裂隙末端区域介质的变形可能是非弹性或非线性的。但是用  $K_I$ 、 $K_{IC}$  作为判定裂隙开展的准则, 必须要满足断裂区域尺寸比岩体的外观尺寸小得多这个条件。基于线弹性的断裂力学, 所有荷载的影响效果可以叠加在一起。因此, 通常节理岩体卸荷平面问题可以分解为简单的一种基本荷载项或几种的叠加。节理岩体在卸荷过程中的力学性能主要与拉力和剪力的作用位置、构成岩石的矿物成分有关。另外, 由于在滑坡治理和地下工程中, 纵向的尺寸通常比另外二个方向大的多, 沿着纵向荷载认为是不变的, 这样就可以把该问题简化为平面应变问题。

### 1 相对远离节理岩体裂隙的介质在拉剪作用下的应力场及位移场

弹性理论中的平面问题可用由应力变量表示的平衡方程、相容方程和边界条件解决。应力变量可用应力函数或虚应力函数  $\phi$  表示。协调方程为

$$\nabla^2(\nabla^2\phi) = \nabla^2(\sigma_x^2 + \sigma_y^2) = 0 \quad (1)$$

式(1)是双调和方程, 并且应力函数  $\phi$  也是双调和函数。如果应力函数  $\phi$  满足式(1), 那么它会自动满足平衡方程和相容方程。因此要解决弹性平面问题, 只要能找到满足式(1)和该问题边界条件的应力函数  $\phi$ , 那么应力、应变和位移就都可从这个应力函数  $\phi$  中得出。

#### 1.1 远离裂隙区域的介质在拉力作用下的应力及位移场

平面弹性问题的基本方程是双调和方程, 而在数学中复变解析函数的实部和虚部都是调和函数, 所以, 用复变解析函数讨论平面弹性问题就非常方便了。所以解决平面弹性问题仅是找一个满足平衡方程、调和方程和边界条件的应力函数。为解决在拉力作用下第 I 型裂隙的应力、应变场, Westergaard 提出如下的应力函数

$$\phi_1 = \operatorname{Re}\bar{Z}_1 + y\operatorname{Im}\bar{Z}_1 \quad (2)$$

式中:  $\bar{Z}_1$  是复变解析函数。

$$\bar{Z}_1 = \frac{d\bar{Z}_1}{dz}; \quad Z_1 = \frac{dZ_1}{dz}; \quad z = x + iy$$

Westergaard 应力函数满足双调和方程, 这在断裂力学教材中断裂机理部分已做过证明。

根据应力分量与应力函数之间的关系, 就可得到应力、应变和位移方程。只要知道了  $Z_1$  就可以得到应力、应变和位移。关键问题就是通过边界条件确定这个函数。

总而言之, 应当首先讨论在双向应力  $\sigma$  下第 I 类裂隙。假定在承受双向拉伸的无限平面中心有一条长为  $2a$  的裂隙。根据边界条件, 应力函数就可以由式  $Z_1 = \sigma z / \sqrt{z^2 - a^2}$  确定, 并且这个解析函数满足拉应力状态下的第 I 类裂隙的边界条件。为了描述方便, 应力函数就用极坐标表示, 用裂隙中心点作为极坐标原点, 变换方程是:

$$z = re^{i\theta} = r\cos\theta + ir\sin\theta = x + iy$$

通常, 在对材料强度及裂隙开展断裂机理研究时, 人们更关心靠近裂隙末端的应力、应变场。裂隙末端周围的应力、应变场 ( $r \ll a$  或  $r \rightarrow 0$ ) 的断裂机理在相关文献中已有介绍。我们应该重视节理对整个岩体的影响, 本文重点介绍了在相对远离裂隙区域内的应力、应变场和位移场。相对远离裂隙区域指的是研究的点到裂隙中心距离大于  $2a$ , 并且该裂隙还能有效的影响应力和位移场。

Lewinson 和 Redheffer 推导的复数二项式定理如下

$$(1+w)^s = 1 + \frac{sw}{1!} + \frac{s(s-1)\omega^2}{2!} + \frac{s(s-1)(s-2)\omega^3}{3!} + \dots \quad (3)$$

式中:  $S$  是任意的复数 (这里是实数),  $\omega$  是一个满足  $|\omega| < 1$  的复变量。

应力函数  $Z_1$  可以用变量  $a/z$  的函数表示。展开式(3), 只保留  $(a/z)^2$  和  $\omega$  的低次项, 并用极坐标表示, 然后根据  $\sigma_x = \operatorname{Re}Z_1 - Y\operatorname{Im}Z_1'$ ,  $x$ -方向上的相对远离裂隙相关应力场就可由下列公式求得

$$\sigma_x = \sigma + \frac{a^2\sigma}{r^2} \left[ \frac{1}{2}\cos(2\theta) - \sin\theta\sin(3\theta) \right] \quad (4)$$

同理,  $y$ -方向也可表达为

$$\sigma_y = \sigma + \frac{a^2\sigma}{r^2} \left[ \frac{1}{2}\cos(2\theta) - \sin\theta\sin(3\theta) \right] \quad (5)$$

根据 Hooke 定理, 其应变的表达式

$$\epsilon_x = \frac{1}{2\mu(1+\nu)}(1-\nu)\sigma + \frac{1}{2\mu(1+\nu)}\frac{a^2\sigma}{r^2} \times \left[ \frac{1}{2}(1-\nu)\cos(2\theta) - (1+\nu)\sin\theta\sin(3\theta) \right] \quad (6)$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{2\mu(1+\nu)}(1-\nu)\sigma + \frac{1}{2\mu(1+\nu)}\frac{a^2\sigma}{r^2} \times \left[ \frac{1}{2}(1-\nu)\cos(2\theta) + (1+\nu)\sin\theta\sin(3\theta) \right] \quad (7)$$

从上述的应变方程可推导出位移方程。而且从方程式(6)式(7)中可以看出, 在没有裂隙的情况下, 应力、应变方程中的首项相同, 但第二项就体现了裂隙产生的影响。裂隙对位移的影响可用下式表示

$$u = \frac{1}{2\mu}(1-2\nu)\sigma_x + \frac{\sigma a^2}{4\mu r}[-(1-2\nu)\cos\theta + \sin\theta\sin(2\theta)] \quad (8)$$

$$\nu = \frac{1}{2\mu}(1-2\nu)\sigma_y + \frac{\sigma a^2}{4\mu r}[2(1-\nu)\sin\theta - \sin\theta\cos(2\theta)] \quad (9)$$

在单向受拉情况下,应力函数用式(2)加上一个特解表示,表达式如下

$$\phi_I = \text{Re}\bar{Z}_I + y\text{Im}\bar{Z}_I + \frac{A}{2}(x^2 - y^2) \quad (10)$$

式中: A 是由边界条件决定的常量。

在无限平面上的裂隙,单向受拉情况下的边界条件中三个就有两个是与双向受拉的相同。另外一个是在  $x = \pm\infty$  时候,  $\sigma_y = \sigma$  且  $\sigma_x = 0$ 。因此常数 A 就由这个边界条件决定,即  $A = \sigma/2$ 。同样地,单向受拉的应力、应变和位移方程可由函数  $Z_I$  求得。

### 1.2 远离裂缝区域的介质在剪切作用下的应力和位移

第 II 类裂隙在剪切作用下的应力函数为

$$\phi_{II} = -y\text{Re}\bar{Z}_{II} \quad (11)$$

同第 I 类裂隙一样,根据第 II 类裂隙的边界条件,应力函数就可以由式  $Z = z\tau/\sqrt{z^2 - a^2}$  确定。同样地也展开复数二项式(3),只保留  $(a/z)^2$  和 W 的低次项,这时相对远离裂隙区域的介质在剪切作用下相应的应力是

$$\sigma_x = \frac{\tau a^2}{r^2}[-\sin(2\theta) - \sin\theta\sin(3\theta)] \quad (12)$$

$$\sigma_y = \frac{\tau a^2}{r^2}\sin\theta\cos(3\theta) \quad (13)$$

相应地,裂隙对位移的影响也可用下式表示

$$u = \frac{\tau a^2}{4\mu r}[2(1-\nu)\sin\theta + \sin\theta\cos(2\theta)] \quad (14)$$

$$\nu = \frac{\tau a^2}{4\mu r}[(1-2\nu)\cos\theta + \sin\theta\sin(2\theta)] \quad (15)$$

### 1.3 远离裂缝区介质在拉剪共同作用下的应力和位移

通过改变外加荷载的大小和方向,在裂隙表面可以看到一系列大小不等的相对位移。根据 Atkinson 对不同断裂类型的应力增量的定义,可得到应力增量的表达式为

$$\Delta\sigma_m = [\Delta\sigma_I, \Delta\sigma_{II}] = [(\sigma'_x - \sigma'_y), (\tau'_{xy} - \tau^c_{xy})] \quad (16)$$

式中:  $\Delta\sigma$  的下角标 I、II 表示裂隙类型;

r 表示远离裂隙区的介质的应力分量;

c 表示在裂隙表面区域的介质相应的应力分量。

这里只研究于裂隙,即  $\sigma'_y = 0$   $\tau'_{xy} = 0$

因此,相对远离裂隙区域内的介质(第 I、II 类裂隙交错区)在拉剪作用下应力和位移可由拉力和剪力单独作用的叠加得到。应力为:

$$\sigma_x = \sigma'_x + \left(\frac{a}{r}\right)^2 \{\Delta\sigma_I \left[\frac{1}{2}\cos(2\theta) - \sin\theta\sin(3\theta)\right] + \Delta\sigma_{II} [-\sin(2\theta) - \sin\theta\cos(3\theta)]\} \quad (17)$$

$$\sigma_y = \sigma'_y + \left(\frac{a}{r}\right)^2 \{\Delta\sigma_I \left[\frac{1}{2}\cos(2\theta) + \sin\theta\sin(3\theta)\right] + \Delta\sigma_{II} \sin\theta\cos(3\theta)\} \quad (18)$$

$$\tau_{xy} = \tau'_{xy} + \left(\frac{a}{r}\right)^2 \{\Delta\sigma_I \sin\theta\cos(3\theta) + \Delta\sigma_{II} \left[\frac{1}{2}\cos(2\theta) - \sin\theta\sin(3\theta)\right]\} \quad (19)$$

在拉剪作用下,受裂隙影响的相对远离裂隙区域的介质发生位移可由下列各式求出:

$$u = \frac{a^2}{4\mu r} \{\Delta\sigma_I [- (1-2\nu)\cos\theta + \sin\theta\sin(2\theta)] + \Delta\sigma_{II} [2(1+\nu)\sin\theta + \sin\theta\cos(2\theta)]\} \quad (20)$$

$$\nu = \frac{a^2}{4\mu r} \{\Delta\sigma_I [(1-2\nu)\sin\theta - \sin\theta\cos(2\theta)] + \Delta\sigma_{II} [2(1+\nu)\cos\theta + \sin\theta\sin(2\theta)]\} \quad (21)$$

## 2 试验分析和理论计算

### 2.1 卸荷试验简述

目前已有学者专门就裂隙岩体在卸荷情况下的力学特性做了近似模拟试验<sup>[3]</sup>,该试验是在专为该试验设计的三轴试验仪上完成的。所有的试件尺寸为 250 mm×250 mm×250 mm,在这里选择砂浆样品的 A<sub>2</sub> 组试验数据,试件中用一些断续面模拟岩中的节理,来验证上面的公式。

该试验先要在 x 方向上施加 3 MPa 恒定压力并持续到在 x 方向上出现裂隙时,再在 y-方向施加 9 MPa 压力,然后卸荷到零时就开始张拉直到试件破坏。

虽然是三轴试验,但这里所得到的数据却要用到平面问题中。已有的理论分析表明:改变 z-方向上的应力大小对岩体裂隙的发展所产生的影响并不明显;本实验中,平面应力模型用三维试验模拟得到的数据所产生的误差小于 20%。因此,三维试验数据就可作为相应的平面问题的数据。裂隙的相关率为 50%,裂隙的长度是 158 mm,裂隙面和 y-方向(卸荷方向)之间夹角是 38°。卸荷试验数据见图 1。

### 2.2 理论计算

为了搞清裂隙在卸荷情况下的影响,在上述条件下,不同卸荷应力的试件边界位移可用卸荷条件

下的应力和位移方程计算。

由于涉及到卸荷到张拉,这一过程有必要讨论一下破坏准则,即最大正应力准则:破裂面的夹角是 $49^\circ$ ,断裂韧度 $K_{IC} = 35 \times 10^4 \text{ Pa} \sqrt{m}$ (是根据近似单轴卸荷情况下所得数据估算而来的)。这样在试件破坏时,拉力产生的位移就能用该理论公式计算了。

计算结果见图1中虚线所示。受压状态下的应力和位移为正,受拉状态下的应力和位移为负。

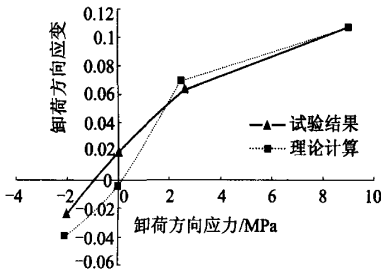


图1 在卸荷情况下试验数据和理论计算对比

### 2.3 造成理论计算结果与试验数据误差的原因

- 1) 理论计算时假定裂隙初始宽度为零,而实际上试件中存在裂隙宽度;
- 2) 试件制作存在误差;
- 3) 试件在加载和卸荷过程中会出现新的细微裂隙和损伤;

4) 在理论计算中未考虑边界效应和裂隙尺寸。

### 3 结论

1) 比较试验数据和理论计算结果发现二者很接近,所以在拉剪作用下,相对远离裂隙的相应区域的介质的应力和位移方程可用来讨论节理岩体在卸荷情况下变形和断裂,证明节理岩石线弹性的断裂力学模型应用于实际工程中具有可行性,对评价裂隙岩石变形有重要的参考意义。

2) 试验数据和计算结果都表明岩石在卸荷时的变形模量比加载时的要小,特别地由卸荷到张拉过程中变形模量约为加载时的50%,这主要是因为裂隙的开展使变形模量急剧下降。

### 参考文献

- 1 Jaeger J C, Cook NGW. Fundamentals of rock mechanics Berlin. Price, 1966. 75~76
- 2 Cook NGW. The failure of rock. Int J Rock Mech Min Sci, 1965. 389~403
- 3 哈秋聆,李建林,张永兴,等. 节理岩体卸荷非线性岩体力学. 北京: 中国建筑工业出版社, 1998. 126~132

收稿日期: 2005-04-26

(上接第219页)

- 2 刘宁. 可靠度随机有限元法及其工程应用. 北京: 中国水利水电出版社, 2001. 22~120
- 3 谭东耀, 王光远. 结构随机模糊优化的广义可靠度法. 哈尔滨建筑工程学院学报. 1989, 22(2): 15~26
- 4 李胡生. 岩土参数随机模糊统计中的隶属函数形式. 同济大学学报, 1993, 21(3): 316~369
- 5 张建仁. 挡土墙结构稳定性的可靠度分析. 中国公路学

报, 1997, 10(3): 53~58

- 6 陈希哲. 土力学地基基础. 北京: 清华大学出版社, 1997. 192~201
- 7 黄太华, 饶英明, 谭萍. 关于挡土墙的地基承载力验算及抗倾覆稳定性验算方法的探讨. 岩土工程技术, 2003 (6): 315~318

收稿日期: 2005-05-18