文章编号: 1007-2993(2005)02-0072-03

Rosenblueth 法在土坡稳定可靠度分析中的应用

王刘洋
(合肥工业大学土木建筑工程学院,安徽合肥 230009)

【摘 要】 Rosenblueth 方法是一种简单实用的可靠度指标计算方法, 不需要了解各种状态变量的概率分布,只要利用它们的均值和方差,就可以求得边坡的可靠度指标,其计算满足精度要求。Rosenblueth 方法计算所需的数据较少, 利于计算机处理. 论述了 Rosenblueth 方法的基本原理, 用 FORTRAN 语言编制了计算程序,并通过算例比较证明了 Rosenblueth 方法的优点。在工程实际分析运用中, 是一种值得推广应用的方法.

【关键词】 Rosenblueth 方法; 土坡稳定; 可靠度指标
【中图分类号】 TU 413.62; TU 12

Application of Rosenblueth Method in the Reliability Analysis of Soil Slope' s Stability

Wang Liuyang
(School of Civil Engineering, Hefei University of Technology, Hefei Anhui 230009 China)

【Abstract】 As a simple and new calculation method of reliability index, Rosenblueth method dosen' t need to know the probability distribution of all kinds of state variable. Only by the averages and variance of state variable we can get the reliability index of soil slopes, and the calculate accuracy meet precision demands. Rosenblueth method dosen' t need to calculate much data and is easily handed by computer. The fundamental principle of Rosenblueth method have been presented in detail. We use the FORTRAN language to write the calculator program and prove its advantage by comparison. It' s a method that is worthy of applicating in the engineering practice.

【Key Words】 Rosenblueth method; stability of soil slopes; reliability index

0 引 言

土坡稳定分析是岩土工程中十分重要的问题之一,目前工程中大都使用定值分析的方法来计算土坡稳定性,它是经过长期工程实践证明了的一种有效方法。它建立在极限平衡理论的基础上,以安全系数 F_s 为度量指标。定值分析方法主要有 fellenius 法、简化 bishop 法、janbu 法、morgenstern-price 法及 spencer 法等。但是,这些方法没有考虑实际存在的种种不确定性因素的影响。因此,在实际工程中,有的土坡按定值分析法算出的安全系数虽然大于 1,但实际上却发生了破坏。可靠度理论考虑了土性参数的随机变异性,是在概率论基础上发展起来的理论体系,能够更加客观地分析土坡的失稳现象,因此更具合理性。Rosenblueth 方法又称统计矩的点估计法,是由 Rosenblueth 于 1975 年提出的一种矩估计的近似方法,其原理简单,可方便快捷地对土坡稳定可靠度进行分析。

1 Rosenblueth 方法的基本原理

1.1 随机变量的确定

很多学者的研究表明[1~3],在影响土坡稳定的诸多因素中,对土坡稳定分析成果的可靠性影响最大的主要是土体的抗剪强度指标 c、$\tan\varphi$。本文从工程实用角度出发,仅选取 c、$\tan\varphi$ 作为基本随机变量。

1.2 极限状态方程

在定值法分析计算的基础上,选定某些参数为基本变量,可得出相应于各种分析方法的极限状态方程[4,5]。极限状态方程可定义为如下两式:

$$F(x_1, x_2, \cdots, x_n) - 1 = 0 \tag{1}$$

$$\mathrm{In}F(x_1, x_2, \cdots, x_n) = 0 \tag{2}$$

式中:安全系数 F 为随机变量 $x_i(i=1, 2, \cdots, n)$ 的函数。

相应可靠度指标定义为:

$$\beta = \frac{u_F - 1}{\sigma_F} \tag{3}$$

作者简介:王刘洋, 1975 年生,男,安徽利辛人,合肥工业大学岩土工程硕士研究生。

式中：u_F 和 σ_F 为安全系数 F 的均值和标准差。

1.3 Rosenblueth 方法的计算过程

在状态变量 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 的分布函数为未知的情况下，勿需考虑其变化形态，只在区间(x_{min}, x_{max})上分别对称地选择 2 个取值点，通常取均值 u_{x_i}的正负一个标准差 σ_{x_i}，即：

$$\begin{aligned} x_{i1} &= u_{x_i} + \sigma_{x_i} \\ x_{i2} &= u_{x_i} - \sigma_{x_i} \end{aligned} \tag{4}$$

对于 n 个状态变量，可有 $2n$ 个取值点，取值点的所有可能组合则有 2^n 个。在 2^n 个组合下，可根据状态方程求得 2^n 个状态函数Z，即 2^n 个安全系数。

如果 n 个状态变量相互独立，每一组合出现的概率相等，则 Z 的均值估计为：

$$u_z = \frac{1}{2^n}\sum_{j=1}^{2^n} Z_j \tag{5}$$

如果 n 个状态变量相关，且每一组合出现的概率不相等，则其概率值 P_j 的大小取决于变量间的相关系数 ρ，则

$$P_j = \frac{1}{2^n}(1 + e_1 e_2 \rho_{12} + e_2 e_3 \rho_{23} + \cdots + e_{n-1} e_n \rho_{n-1,n}) \tag{6}$$

式中：$e_i (i=1, 2, \cdots, n)$取值当 x_i 取x_{i1}时，$e_i=1$；当 x_i 取x_{i2}时，$e_i=-1$。

$\rho_{i-1,i}$为状态变量x_{i-1}与 x_i 之间的相关系数。所以 Z 的均值估计式为：

$$u_z = \sum_{j=1}^{2^n} P_j Z_j \tag{7}$$

根据中心矩与原点矩的估计，可以导出安全系数的概率分布的四阶矩表达式，由此可估计出它们概率分布的空间形态和位置。

1) 一阶矩 M_1

随机变量 Z 的一阶矩，也称均值，定义为：

$$M_1 = E(Z) = u_z = \int_{-\infty}^{+\infty} z f(z)\,\mathrm{d}z \tag{8}$$

其点估计为：

$$M_1 = E(Z) = u_z = \sum_{j=1}^{2^n} P_j Z_j \tag{9}$$

2) 二阶中心矩 M_2

随机变量 Z 的二阶中心矩为Z 的方差 σ_z^2，其定义为：

$$M_2 = E(Z-u_z)^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (z-u_z)^2 f(z)\,\mathrm{d}z \tag{10}$$

其点估计为：

$$M_2 = E(Z-u_z)^2 = \sigma_z^2 = \sum_{j=1}^{2^n} P_j Z_j^2 - u_z^2 \tag{11}$$

3) 三阶中心矩 M_3

随机变量 Z 的三阶中心矩为：

$$M_3 = E(Z-u_z)^3 = E(Z^3) - 3u_z E(Z^2) - 2u_z^3 \tag{12}$$

其点估计为：

$$M_3 = \sum_{j=1}^{2^n} P_j Z_j^3 - 3u_z \sum_{j=1}^{2^n} P_j z_j^2 + 2u_z^3 \tag{13}$$

4) 四阶中心矩 M_4

Z 的四阶中心矩为：

$$M_4 = E(Z-u_z)^4 \tag{14}$$

其点估计为：

$$M_4 = \sum_{j=1}^{2^n} P_j Z_j^4 - 4u_z M_3 - 6u_z^2 M_2 - 4u_z^4 \tag{15}$$

根据上述公式，求得状态函数 Z 的一阶矩 M_1、二阶矩 M_2、三阶矩 M_3、四阶矩 M_4。由此可得到以下反映 Z 分布形态的统计参数。

1) 均值 u

$u=M_1$ 反映 Z 的平均取值。

2) 变异系数 δ

$\delta = \sqrt{M_2}/M_1$ 反映 Z 的离散程度。

3) 偏态系数 a_1

$a_1 = M_3/M_2^{3/2}$ 反映 Z 分布的对称性和偏倚方向。$a_1=0$ 对称；$a_1<0$ 负偏态；$a_1>0$正偏态。

4) 峰度系数 a_2

$a_2 = M_4/M_2^2$ 反映 Z 分布的突起程度。以正态分布为标准(峰度系数为3)，$a_2>3$ 比正态分布高而尖，$a_2<3$ 比正态分布平坦。

求出状态函数的 u_z 和 σ_z^2，如果状态函数服从正态或对数正态，则可计算出破坏概率 P_f。

$$P_f = 1 - \Phi(\beta) \tag{16}$$

其中 $$\Phi(\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\beta} \mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}\mathrm{d}x$$

2 可靠度指标的求解及程序的编制

采用 FORTRAN 语言编制了利用 Rosenblueth 方法计算土坡稳定可靠度的计算程序[6~8]。该程序可以考虑坡顶拉力缝的影响、渗流的影响和地震的影响，进行土坡的指定滑裂面的安全系数和可靠

度指标的计算。计算程序框图见图 1。

3 算 例

针对文献[4]的算例分别利用 Rosenblueth 方法、Fosm 法和 Monte Carlo 法进行了土坡稳定可靠度的计算,并对各种方法的计算成果进行了比较。

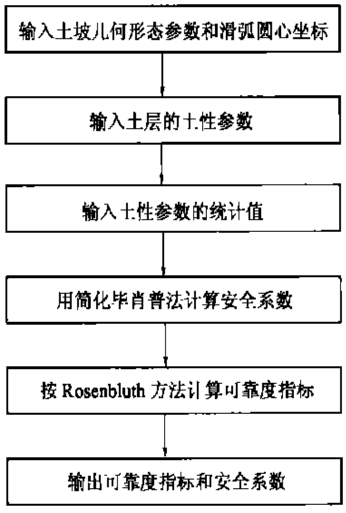

图 1 **Rosenblueth** 方法计算程序框图

有一均质土坡,其形状及圆弧滑裂面的几何尺寸见图 2。土性指标 $c=3\ \mathrm{kN/m^2}$, $\varphi=19.6°$, $\gamma=20\ \mathrm{kN/m^3}$。利用 Rosenblueth 方法计算土坡稳定可靠度时,土体材料的强度参数粘聚力 c 和摩擦系数 $\tan\varphi$ 按随机变量处理,假定 c 和 $\tan\varphi$ 相互独立且分别服从 $N(\mu_c, \sigma_c)$ 和 $N(\mu_{\tan\varphi}, \sigma_{\tan\varphi})$ 的正态分布,其中, $\mu_c=3$ kPa, $\mu_{\tan\varphi}=0.356$; $\sigma_c=0.3$ kPa, $\sigma_{\tan\varphi}=0.03$。利用 Rosenblueth 方法、Fosm 法和 Monte Carlo 法进行土坡稳定可靠度的计算结果见表 1。

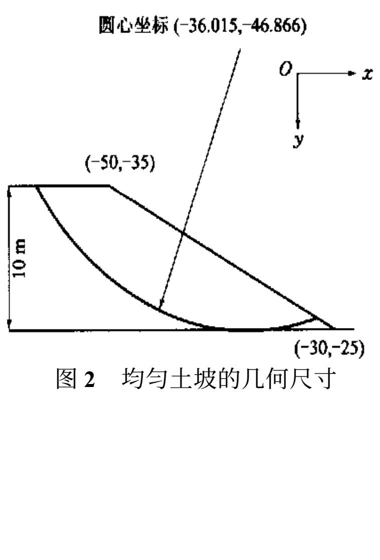

图 2 均匀土坡的几何尺寸

表 1 不同方法计算成果表

计算方法	Rosenblueth 法	Fosm 法	Monte Carlo 法
可靠度指标	1.225 1	1.256	1.277

从表 1 可以看出这三种方法计算得到的可靠度指标非常接近。而 Rosenblueth 法因为不需要了解各种状态变量的概率分布,只要利用它们的均值和方差,就可以求出状态函数的一阶矩、二阶矩及三、四阶中心矩,从而求得边坡的可靠度指标,故非常简单、方便,其计算精度也满足工程要求。

4 结 论

Rosenblueth 方法原理简单,计算方便快捷。在对一般边坡工程的稳定性进行评价时,使用 Rosenblueth 方法进行土坡稳定可靠度计算,可满足精度要求,与其他方法相比更加方便。

参 考 文 献

1 吴世伟. 结构可靠度分析. 北京: 人民交通出版社, 1990. 101～122

2 姚耀武, 陈东伟. 土坡可靠度分析. 岩土工程学报, 1994, 16(2): 80～87

3 罗文强, 黄润秋, 张倬元. 斜坡稳定性概率分析的理论与应用. 武汉: 中国地质大学出版社, 2003. 28～31

4 陈祖煜. 土质边坡稳定分析—原理、方法、程序. 北京: 中国水利水电出版社, 2003. 302～305

5 陈祖煜, 张广文. 关于"土坡稳定可靠度分析"一文的讨论. 岩土工程学报, 1995, 17(6): 126～128

6 郑咸仪. 数值计算方法与 FORTRAN 语言. 北京: 电子工业出版社, 1986. 240～246

7 郑巍巍, 王越男. Visual FORTRAN 编程指南. 北京: 人民邮电出版社, 2000. 23～253

8 谭浩强, 田淑清. FORTRAN 语言—FORTRAN77 结构化程序设计. 北京: 清华大学出版社, 1990. 44～318

收稿日期: 2004-07-19