

# 考虑耦合作用的深基坑土体变形预测

李筱艳

(河海大学土木工程学院, 南京 210098)

**【摘要】** 基于比奥固结理论有限元分析方法, 考虑深基坑土体在降排水过程中渗流场与应力场的耦合效应, 提出预测深基坑工程变形的有效方法, 并应用于深基坑工程。

**【关键字】** 耦合; 深基坑; 土体变形; 变形预测

**【中图分类号】** P 642

## Deformation Prediction for Deep Foundation Soil Considering Couple Effect

**【Abstract】** Based on Biot's consolidation theory, considering couple effect of seepage and stress of deep foundation soil during the process of water discharging, the efficient deformation prediction method for deep foundation engineering is introduced. The method is used in practical deep foundation engineering.

**【Keywords】** couple, deep foundation pit; soil deformation, deformation prediction

### 0 引言

在土体中进行深基坑工程施工时, 大幅降低基坑及周边地区地下水位所形成的坑内外巨大的水头差使深基坑开挖区附近地下水发生激烈流动, 由于土体孔隙中水的大量排出, 引起孔隙水应力的消散, 而总的应力是不变的, 必然使土体骨架承受的荷载增加, 也就是有效应力增加, 有效应力增加的必然结果就是土体的固结, 反映为地面的沉降或变形。这实际上就是渗流场与应力场耦合作用的过程。因此, 在基坑开挖及施工过程中, 须综合考虑多场耦合效应对地下水状况的影响, 并通过多场耦合分析, 预测在降排水过程中, 可能产生的地基及基坑周围土体的变形。

国内外许多学者都已注意并开始研究地下工程、大坝工程等大型工程中的应力与渗流耦合作用。如 Duran 和 Loius 在分析 Arnon 大坝基础工程时考虑了水力场和应力场的耦

合作用; 王媛<sup>[1]</sup> (1995) 以 Biot 固结理论为基础, 建立了以结点位移和孔隙水压力为未知量的基本方程组, 获得了三维渗流场与应力场耦合的计算方法, 并应用于土石坝和尾矿坝渗流耦合分析; 杨志锡等<sup>[2]</sup> (2001) 根据虚位移原理推导出基坑渗流直接耦合法的有限元公式, 并编写了基于 MATLAB 的有限元计算程序。

对于土体中渗流-应力的耦合问题, 由比奥(Biot)导出的比较完善的三向固结方程, 由于考虑了变形和渗流, 可以用于求解这一问题。但该方程必须用有限单元法解。并且, 方程中参数(包括  $\gamma$ 、 $E$ 、 $\nu$ 、 $K$  等)的确定是合理应用模型的关键。

### 1 比奥固结理论

比奥推导了建立在假定骨架线性弹性、变形微小、渗流符合达西定律基础上的真三维固结方程。假定体积力只考虑重力, 在土体中取一微元体, 令  $z$  坐标向上为正, 应力以压为正,

则以位移和孔压为未知数的三维比奥固结方程组<sup>[3]</sup>为:

$$-\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) + \frac{1}{\gamma_w} \left( K_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} & -G \nabla^2 w_x - \frac{G}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ & -G \nabla^2 w_y - \frac{G}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \\ & -G \nabla^2 w_z - \frac{G}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中:  $\gamma$  为土体重度;  $\frac{\partial u}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial u}{\partial y}$ 、 $\frac{\partial u}{\partial z}$  的物理意义是各方向的单位渗透力;  $K_x$ 、 $K_y$ 、 $K_z$  分别为与坐标轴方向一致的主渗透系数;  $w_x$ 、 $w_y$ 、 $w_z$  为位移分量;  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  为拉普拉斯算子;  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$  为剪切弹性模量。应用加权余量法可得有限元支配方程为:

$$\begin{bmatrix} \bar{K} & C \\ C^T & \tilde{K} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta W \\ U \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta R \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

式中:  $[C]$  为耦合影响矩阵, 表示单元节点孔隙水压力对应的结点力, 实质上体现了固结过程中孔隙压力对节点位移的影响, 而  $C^T$  则体现节点位移对孔隙水压力的影响。

$$E_t = \left[ 1 - \frac{R_f(1-\sin \varphi)(\sigma_1 - \sigma_3)}{2c \cos \varphi + 2\sigma_3 \sin \varphi} \right]^2 k \cdot Pa \left( \frac{\sigma_3}{Pa} \right)^n \quad (4)$$

$$\nu_t = G - F \lg \left( \frac{\sigma_3}{Pa} \right) \left\| \left[ 1 - \frac{D(\sigma_1 - \sigma_3)}{k \cdot Pa \left( \frac{\sigma_3}{Pa} \right)^n \left[ 1 - \frac{R_f(1-\sin \varphi)(\sigma_1 - \sigma_3)}{2c \cos \varphi + 2\sigma_3 \sin \varphi} \right]} \right]^2 \right\| \quad (5)$$

式中:  $Pa$  为引入的无因次量,  $c$ 、 $\varphi$  为强度指标;  $R_f$ 、 $k$ 、 $n$ 、 $G$ 、 $F$ 、 $D$  为试验参数, 可由土体的常规三轴试验获得。

### 3 耦合效应模型

渗流场与应力场是相互作用相互制约的, 渗流产生的静水压力和动水压力改变渗透介质的应力状态, 渗透介质的透水性也将随应力场的变化而改变, 即介质应力状态的改变将导致其渗透张量的改变。在深基坑开挖过程中, 随着孔隙水的排出, 土体中的应力状态发生变

### 2 邓肯-张弹性非线性本构模型<sup>[4]</sup>

目前已有的土体本构模型有三大类: 一类是弹性模型, 弹性模型是在广义胡克定律的基础上提出来的, 但用于土体误差太大。如文克勒(E. Winkler)模型。另一类是弹塑性模型, 该模型理论上更接近土体变形特征, 并且已提出许多种, 如剑桥模型、拉德模型、椭圆-抛物双屈服面模型及 SMP 模型等有代表性的弹塑性模型。第三类是弹性非线性模型, 以邓肯-张提出的双曲线模型为代表, 该模型是介于线弹性模型和弹塑性之间的, 由于在大多数情况下符合工程实际, 故广泛应用于工程计算中。本文采用邓肯-张双曲线模型  $E-\nu$  模型, 地基中任一点的切线模量和切线泊松比分别为:

化, 渗透系数必将发生改变。耦合方程中除了土体强度参数外, 还有渗透系数的确定。本文在大量试验及模拟研究的基础上建立了基于渗透系数与影响其土体介质有效应力增量之间的函数关系

$$K = K'_0 \exp(-\lambda \cdot \Delta \sigma') \quad (6)$$

式中:  $\lambda$  为试验参数, 可由室内压缩试验获得, 本文通过类比并反演得出。

### 4 荷载列阵

以上有限元支配方程中, 荷载列阵需根据

工程实际确定。基坑开挖过程中可能的荷载包括:降低地下水位所引起的附加应力、基坑开挖荷载,渗透水流产生的动水压力等。

根据虚功原理可推得单元结点荷载列阵表达式如下:

$$\{R\}^e = [N]^T \{P\} + \iiint_V e [N]^T \{P\} dV + \iint_S e [N]^T \{P\} dS \quad (7)$$

式中:第一项为集中力,由于通常把集中力作用点取为结点,因此可不作考虑;第二项为分布体力,一般考虑自重作用,设单元材料重度为  $\gamma$ , 则  $\{P\} = [0 \quad 0 - \gamma]^T$ , 第三项为分布面力  $\{P\}$ 。

由于降水引起的土层上的附加荷载计算如下:

$$P_w = \Delta h \gamma_w \quad (8)$$

式中:  $P_w$  为水位变化施加于地层上的附加荷载;  $\Delta h$  为  $t_1 \sim t_2$  时刻含水层的水位变幅;  $\gamma_w$  为水的重度。

开挖荷载是开挖边界上的卸荷点荷载,它等效于上一步初应力计算在该边界上的值,可由下式得出

$$\{R'\} = \sum_{e=1}^{MM} \int_V [B]^T [\sigma_0] dV + \sum_{e=1}^{MM} \int_V [N]^T \gamma dV \quad (9)$$

式中:  $MM$  为某一阶段基坑内被开挖掉的单元数;  $\gamma$  为土体重度;  $[\sigma_0]$  为初始应力场。

对于存在自由水面时,其渗透力的作用有所不同:自由面以上为 0,自由面以下、自由面处分别为:

$$\{R_1\}^n = -\gamma_w \iint_{\Omega} [N]^T \left\{ \frac{\partial H}{\partial t} \right\} dx dz \quad (10)$$

$$\{R_2\}^n = -\gamma_w \iint_{\Omega} [\tilde{N}]_{T,n}^T [N]^T \left\{ \frac{\partial H}{\partial n} \right\} dx dz \quad (11)$$

### 5 定解条件

比奥固结方程的定解条件包括初始条件和边界条件。由于方程中有位移和孔隙水压力两类变量,定解条件也各有不同。

对于位移变量,其初始条件为:

$$\{\delta\} = \{0\} \quad (12)$$

即仅考虑加荷以后的位移,对于位移边界条件的处理与通常有限单元法完全一致。

而孔隙水压力的初始条件为:

$$u(x, y, z, t)|_{t=0} = u_0(x, y, z)|_{(x, y, z)} \in \Omega \quad (13)$$

边界条件分为水头边界、流量边界和混合边界:

水头边界为:

$$u(x, y, z)|_{L_1} = U_s \quad (14)$$

式中:  $U_s$  为边界上已知孔隙水压力。

流量边界为:

$$\bar{K}_x \frac{\partial u}{\partial x} L_x + \bar{K}_y \frac{\partial u}{\partial y} L_y + \bar{K}_z \frac{\partial u}{\partial z} L_z = -q \bar{u} \quad (15)$$

式中:  $L_x, L_y$  为边界表面外法线在  $x, y$  方向的方向余弦。

对于自由面,作为流量补给边界属第二类边界条件:

$$q = \mu^* \frac{\partial H^*}{\partial t} \cos \theta \quad (16)$$

式中:  $\mu_s$  为土体给水度,自由面上结点水头值还需满足  $H^* = Z$ 。

### 6 某地铁工程基坑渗流耦合分析

本文以某市地铁工程为例,在水文地质试验和现场观测资料的基础上,对预期的地铁施工过程中深基坑开挖及降排水引起的渗流场和位移场的相互作用进行二维耦合模拟,为后续基坑施工防渗排水方案优化设计提供科学依据。将模型简化为二维问题进行耦合计算,其概化地质模型见图 1。以地铁基坑中轴线为对称轴,取其中的一半作为计算模型,土体取深 50.0 m,宽 100.0 m,基坑开挖断面 12.5 m 深。基坑排水为坑底明沟排水,地下水位为未开挖前的初始水位(埋深约 1.0 m),基坑开挖前已做了深搅桩(其深度为 15 m),计算工况为基坑抽水结束。耦合初始参数见表 1,这些参数中,  $\gamma, \varphi, c$  均可通过室内土工试验给予较准确的

确定。而且,降排水期间,影响渗流场耦合效应的主要参数是模量、泊松比和渗透系数。在这7个参数中,以中砂和粉细砂层的  $k$ 、 $n$ 、 $G$  和  $\lambda$  对耦合分析影响最大,采用反演确定。

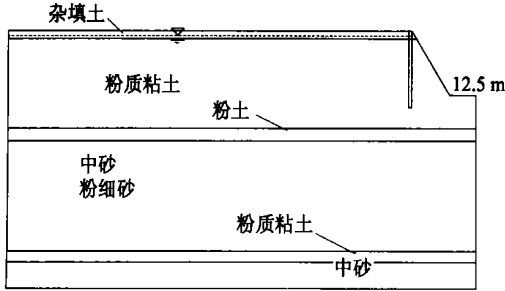


图1 耦合分析地质模型

## 7 耦合计算结果及其分析

通过有限元正、反分析,得出了考虑渗流

场和应力场耦合的基坑变形预测值(见图2)。由此可以看出,在深基坑施工过程中,由于土体中水的大量排出,产生的附加应力及动水压力将改变土体中的应力状态,从而产生相应的土体变形。其中深基坑底部由于主要受开挖卸荷和向上的动水压力作用产生隆起变形,其最大隆起量为 87.2 mm;而深基坑周围土体则因主要受附加应力和向下的动水压力的作用产生沉降变形,其最大沉降量达 103.6 mm。

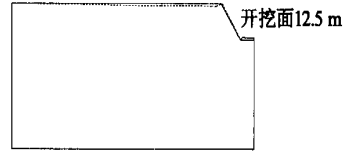


图2 基坑及周围土体变形预测

表1 地基土层材料参数

土 层	$\gamma/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	$\varphi/(\text{°})$	$c/\text{kPa}$	$R_f$	$k$	$n$	$G$	$F$	$D$	$\lambda$
杂填土	17.06	22.0	14.0	0.7	150.0	0.4	0.36	0.0	1.0	0.3
粉土	18.24	26.4	11.5	0.8	500.0	0.5	0.28	0.0	1.0	0.4
粉细砂	18.43	31.1	8.47	0.8	650.0	0.6	0.3	0.0	1.0	0.6
粉质粘土	18.81	18.6	12.0	0.75	200.0	0.5	0.26	0.0	1.0	0.3
中砂	18.53	36.5	7.13	0.85	700.0	0.7	0.3	0.0	1.0	0.8

表2 桩体材料参数

参 数	$\gamma/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	$\varphi/(\text{°})$	$c/\text{kPa}$	$E/\text{GPa}$	$\mu$	$K_0/(\text{m}\cdot\text{d}^{-1})$
取值	22	40	87	21	0.15	$10^{-6}$

## 参 考 文 献

- 1 王媛,多孔介质渗流与应力的耦合计算方法·工程勘察,1995,(2): 33~37
- 2 杨志锡,叶为民,杨林德·基坑工程中应力场与渗流场直接耦合的有限元法·勘察科学技术,2001,(3): 32~36

- 3 Biot A. · General Theory of Three-Dimensional Consolidation· Journal of Applied Phys. 1941,(12): 56~61
- 4 Duncan J. M. and Chang C. Y. · Non-Linear Analysis of Stresses and Strain in Soils, Proc. ASCE·JSMFD, SM5, 1970, 96(8):23~26

收稿日期:2003-03-06