

英国剑桥自钻式旁压试验拟弹性段的非线性弹性模型

毕安君

(中国兵器工业勘察研究院 北京 100053)

0 引言

用弹性理论分析旁压试验拟弹性段的变形特征,是把应力、应变作为线性关系处理的。然而,由于自然土体具有非均质性和各向异性等特点,使旁压试验拟弹性段的应力、应变呈非线性关系。

1 拟弹性段应力与应变非线性关系的推导

实际上的旁压试验中,土体在发生屈服以前不是线弹性体,而是非线性弹性体。其应变(ϵ_r ,~这里指径向应变,包括弹性应变 ϵ_r^e 和塑性应变 ϵ_r^p)。土体受力作用发生变形所做的功称为变形功(或称为应力功)。在旁压试验中变形功(这里指径向变形功)为(见图1)。

$$AN = \int P_r d\epsilon_r \quad (1)$$

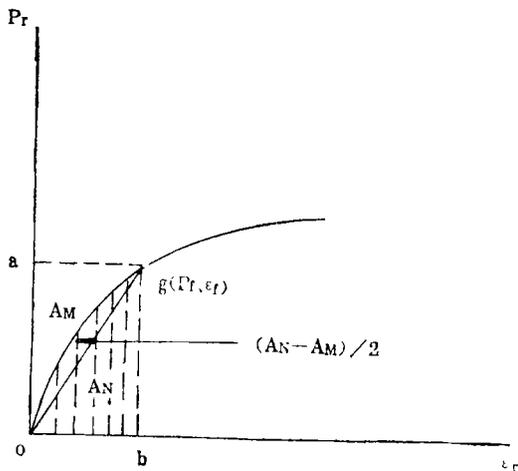


图 1

补充功(为 P_r - ϵ_r 曲线 oga 面积,此功不是实际功,而是虚功):

$$AM = \int \epsilon_r dP_r \quad (2)$$

$$0 < \epsilon_r \leq \epsilon_{r_f}, \quad 0 < P_r \leq P_{r_f}$$

式中 P_{r_f} ——屈服压力;

ϵ_{r_f} —— P_{r_f} 的应变;

g ——屈服点。

变形功包括弹性和塑性变形功。

$$AN = \int P_r d\epsilon_r^e + \int P_r d\epsilon_r^p \quad (3)$$

在线弹性变形情况下,变形功等于补充功;在非线性弹性变形情况下,变形功与补充功之差是消耗在不可逆塑性变形上的能量,此功在土体中不积聚,完全消耗,转变成土颗粒混乱运动(热运动)的内能。

旁压试验为轴对称膨胀,土体颗粒是沿着孔径(即极坐标 r 轴)方向移动,在该方向上土体受力产生塑性变形的变形功为:

$$W_p = P_r \cdot \epsilon_r^p / M \quad (4)$$

因此有:

$$P_r \cdot \epsilon_r^p = M \left(\int P_r d\epsilon_r - \int \epsilon_r dP_r \right) / 2 \quad (5)$$

系数 M 值是由土力学性质决定的,它表示消耗在不可逆变形上的能量产生塑性变形功的程度。当 $M=1$ 时,说明不可逆变形能量完全是塑性变形功;当 M 不等于1时,表示除了塑性变形功外,还有其它的能量消耗。如土颗粒摩擦消耗的能量。

$$\text{设: } \epsilon_r^p / \epsilon_r^e = K \quad B = 2K / (HK)$$

由 $\epsilon_r = \epsilon_r^e + \epsilon_r^p$ 和(5)式得:

$$B \epsilon_r P_r = M \left(\int P_r d\epsilon_r - \int \epsilon_r dP_r \right) \quad (6)$$

(6)式两端求 ϵ_r 的导数,然后积分

得:

$$P_r = C \cdot \varepsilon_r^{M-B/M+B} \quad (7)$$

C 为积分常数

用 (7) 式确定的曲线是过直角坐标系原点的 (见图 1)。如果用 $(P_{k0}, \varepsilon_{k0})$ 表示原位水平应力点坐标, 由坐标平移得:

$$P_r = P_{k0} + C(\varepsilon_r - \varepsilon_{k0})^{M-B/M+B} \quad (8)$$

(8) 式为旁压试验拟弹性段的应力应变关系式。

积分常数 C 值可用屈服点 g (见图 1) 确定, 原位水平应力 $(P_{k0}, \varepsilon_{k0})$ 可用休斯图解法确定。

把 (8) 式对 ε_r 求导

$$dP_r/d\varepsilon_r = C \cdot \left(\frac{M-B}{M+B} \right) \times (\varepsilon_r - \varepsilon_{k0})^{\left(\frac{M-B}{M+B} - 1 \right)} \quad (9)$$

(9) 式为 $P_r - \varepsilon_r$ 曲线任一点斜率, 则旁压试验拟弹性段的切线剪切模量为:

$$G_t = 0.5C \left(\frac{M-B}{M+B} \right) (\varepsilon_r - \varepsilon_{k0})^{\left(\frac{M-B}{M+B} - 1 \right)} \quad (9')$$

如果知道了 M、B 值, 就可用 (8) 和 (9') 式确定 $P_r - \varepsilon_r$ 曲线和 G_t 值。

B、M 值求法如下:

设在屈服点 g 处 $M = 1$, 则由 g 点以内的 N 个试验数据用 (5) 式求出 N 个试验点的 $\varepsilon_{r,i}$ 值 ($i = 1, \dots, N$)。 (5) 式中的积分 $\int P_{r,i} d\varepsilon_{r,i}$, $\int \varepsilon_{r,i} dP_{r,i}$ ($i = 1, 2 \dots N$) 值可用数值积分求出。

$$\text{因此有: } \varepsilon_{r,i} = \varepsilon_{r,i} - \varepsilon_{r,i} \quad (10)$$

$$K_i = \varepsilon_{r,i} / \varepsilon_{r,i} \quad (i = 1, 2 \dots N) \quad (10')$$

$$\text{则 } B = 2K_0 / (1 + K_0),$$

$$K_0 = \sqrt[N]{K_1 \cdot K_2 \dots K_N} \quad (11)$$

然后把 B 值代入 (8) 式, 用试验数据 $(P_{r,i}, \varepsilon_{r,i})$ 求出 M_i 值 ($i = 1, 2 \dots N$)。

$$\text{则 } M = \sqrt[N]{M_1 \cdot M_2 \dots M_N} \quad (11')$$

框图 (图 2) 为确定应力、应变非线性关系程序流程图。

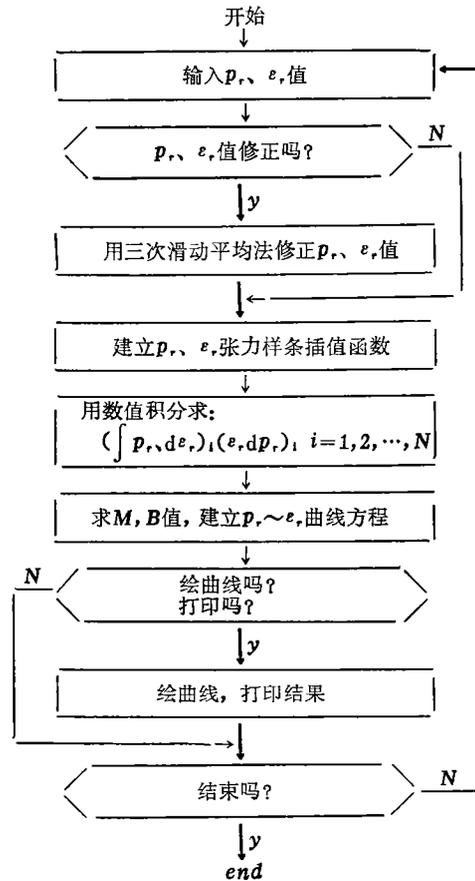


图 2 应力、应变非线性关系程序流程图

2 实例计算

(1) 亮马桥大厦工程: 地层为粉质粘土, 孔号为 15", 测试深度 41m。总压力盒标定系数 $K_1 = 10.89 \text{mv}$, 应变臂标定系数 $K_2 = 0.0005/\text{mv}$, 膜套约束力 $K_p = 43.5 \text{kPa}$ 。原位水平应力 $P_{k0} = 123 \text{mv}$, $\varepsilon_{k0} = 14 \text{mv}$, 临塑压力 $P_f = 200 \text{mv}$, $\varepsilon_f = 40.4 \text{mv}$ 。图 3 为非线性弹性模型确定的 $P_r - \varepsilon_r$ 曲线与试验数据的比较。

(2) 北京石油机械厂南院: 地层为褐黄色粉土, 测试深度 4m, 原位水平应力 $P_{k0} = 50.96 \text{kPa}$, $\varepsilon_{k0} = 0.024$, 临塑压力 $P_f = 145.04 \text{kPa}$, $\varepsilon_f = 0.6$ 。图 4 为非线性弹性模型确定的 $P_r - \varepsilon_r$ 曲线与试验数据的比较。

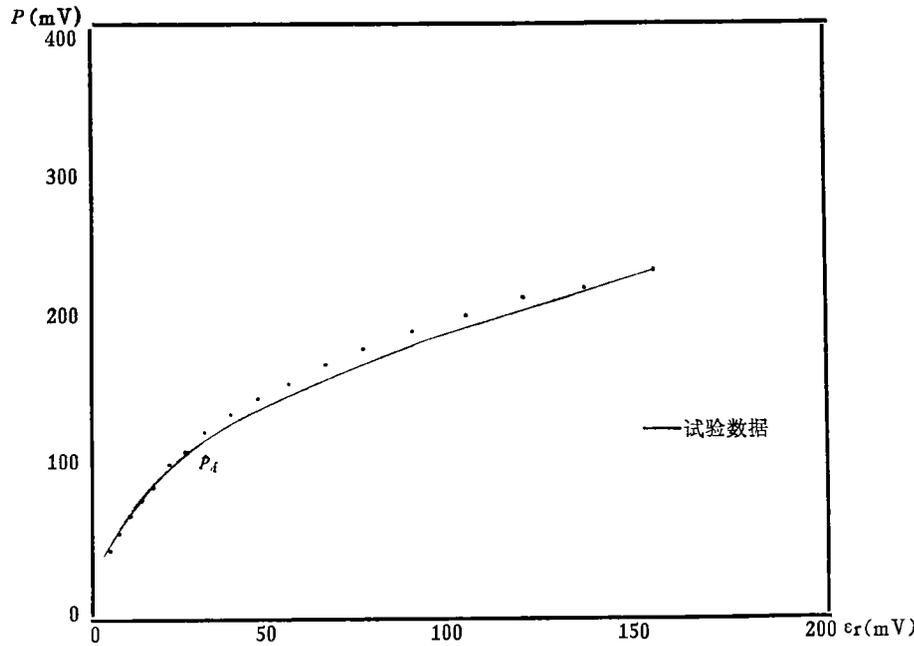


图 3 $P-\varepsilon_{r1}$

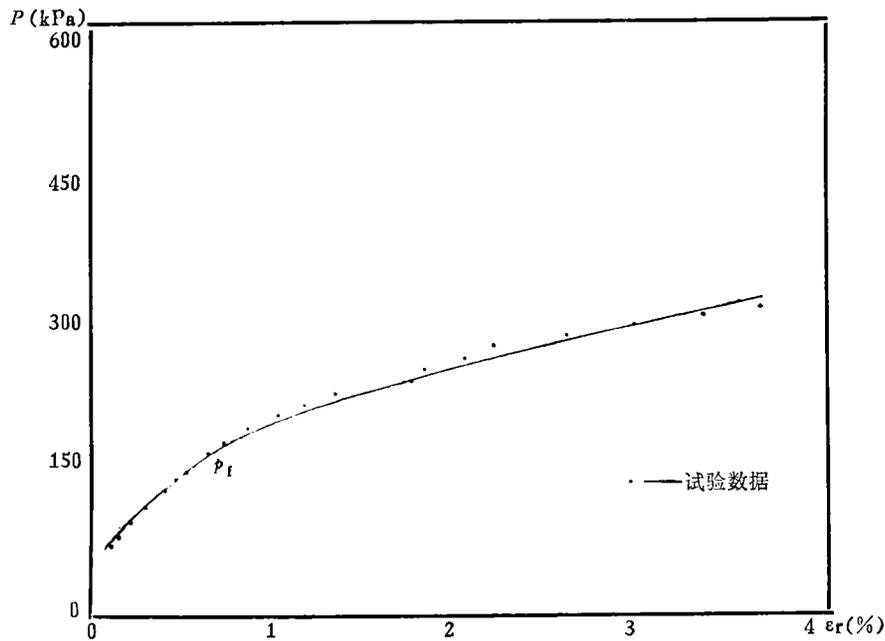


图 4 $P-\varepsilon_{r2}$

从十几个实例的计算来看，该模型能很好的拟合拟弹性段的应力、应变数据。

3 结束语

用功能原理分析旁压试验拟弹性段的变形特征，确定的非线性弹性模型较好地拟合

了试验数据，为计算机自动绘制旁压试验应力、应变曲线提供了一种有效办法。

该模型适合于小应力范围(即 $P_r \leq P_f$)，对大应力范围误差较大。