

跨河水准测量的精度分析与方案选择

吉 金 堂

(电子工业部综合勘察研究院 西安 710054)

【提要】本文对各种跨河水准测量方法的精度从理论上进行了探讨,并用工程实例进行了验算,对跨河水准测量的方案设计、精度估算及实测具有一定的指导意义。

【Abstract】The accuracy of various river acrossing levelling is discussed in theory. And the engineering examples are used to make examination. It has some significance to the scheme design, the accuracy estimate and surveying of the river acrossing levelling.

0 前言

当精密水准路线必须跨越江河或峡谷时,视线的长度将比一般的视距大得很多,这时一方面照准水准尺读数的精度将要降低,另一方面视准轴与水准轴不平行及大气折光的影响也急剧增大,加以水面上的空气温度梯度远与陆地上的不同,就使得折光影响更加复杂化。为了顾及这些因素以求得可靠的成果,《国家一、二等水准测量规范》(GB12897-91)第8.1款规定:当水准路线跨越江、河,视线长度超过100m时,应根据视线长度和仪器设备情况,选择适当的跨河水准测量方法。

1 跨河水准测量方法综述

目前,我国采用较多的跨河水准测量方法。主要有光学测微法、倾斜螺旋法、经纬仪倾角法、测距三角高程及冰上观测等几种方法,其主要步骤及适用范围见表1。

在表1所述的几种跨河水准测量方法中,冰上观测与常规的作业方法并无质的区别,在精度分析方面,影响成果精度的因素也是基本一样的,所以,有关冰上观测的精度分析不再赘述。

2 光学测微法精度分析

光学测微法跨河水准测量与常规的光学测微法精密水准测量在作业方法上有类似之处,所不同的是,跨河水准测量中,前视距离(仪器至对岸远标尺距离)远远大于后视

表 1

序号	观测方法	方 法 概 要	最长视距 (m)
1	光学测微法	使用一台水准仪。用水平视线照准觇板标志,并读记测微数分划值,求出两岸高差	500
2	倾斜螺旋法	使用两台经纬仪对向观测。用倾斜螺旋或气泡移动来测定水平视线上、下两标志线的倾角,计算水平视线位置,求出两岸高差	1500
3	经纬仪倾角法	使用两台水准仪对向观测。用垂直度盘测定水平视线上、下两标志线的倾角,计算水平视线位置,求出两岸高差	3500
4	测距三角高程法	使用两台经纬仪对向观测,测定偏离水平视线标志线的倾角。用测距仪测量距离,计算两岸高差	3500
5	冰上观测	北方地区严寒期间,直接在冰上进行观测。观测方法及各项限差与相应等级水准测量相同	

距离(仪器至本岸近标尺距离),两者有时相差几十倍。因此在对远标尺和近标尺的观测中仪器误差、观测误差及外界环境的影响将有较大差异,二者需区别分析。

2.1 本岸近标尺观测的精度分析

本岸近标尺的观测由于采取二次照准读数的方法,即:

$$b = \frac{(b_1 + b_2)}{2} \quad (1)$$

式中 b ——半测回观测中近标尺读数,

b_1 ——半测回观测中近标尺第一次读数;

b_2 ——半测回观测中近标尺第二次读数;

根据误差传播定律, 则有:

$$m_b^2 = \frac{1}{4} (m_{b_1}^2 + m_{b_2}^2) \quad (2)$$

而($m_{b_1}^2 + m_{b_2}^2$)即为相应等级水准测量的一站高差中误差 $m_{\text{站}}^2$, 即:

$$m_{\text{站}}^2 = m_{b_1}^2 + m_{b_2}^2 \quad (3)$$

因此: $m_b^2 = \frac{1}{4} m_{\text{站}}^2$

$$m_b = \frac{1}{2} m_{\text{站}} \quad (4)$$

对于一、二等水准测量可取 $m_{\text{站}} = \pm 0.5$ mm, 则有 $m_b = 0.25$ mm. 此精度即综合了仪器误差、观测误差和外界影响等诸多因素。

2.2 对岸远标尺观测的精度分析

跨河水准测量中, 对岸远标尺的观测都是重复多次分多组观测的。《国家一、二等水准测量规范》(以下简称《规范》)第8.6.2.a规定, 每重复观测5次为一组, 100~300m宽河段须2组观测, 300~500m宽河段需4组观测。下面, 我们首先对一次观测的结果作一精度分析。

2.2.1 水准管气泡居中的误差

精密水准测量多采用N₃、Ni004、Ni002及Ds05等型精密水准仪进行观测, 其水平视线是利用水准管气泡位置居中来表现的。通常水准管内壁2mm弧长所对圆心角来表示水准管的分划值, 以 τ 表示。水准管气泡居中的误差大约为 0.1τ , 它在读数上引起的误差为:

$$m_1 = \frac{0.1\tau}{2 \times \rho''} \times s \quad (5)$$

τ 一般以秒为单位, $\rho = 206265$, s 为视线长度。对N₃、Ni004、Ds05等精密水准仪 $\tau = 10''$, 取 $s = 500$ m, 则有:

$$m_1 = \pm \frac{0.1 \times 10''}{2 \times 206265} \times 500 = \pm 1.21 \text{mm}$$

2.2.2 远标尺觇板及安置误差

远标尺上觇板标志的加工精度及安装所产生的误差都全部地带入到高差中去。觇板精度主要取决于觇板指标线与标志中心线的刻划及量算精度, 一般取: $m_{\text{觇板}} = \pm 0.3$ mm. 觇板安置精度则主要取决于觇板指标线与水准尺分划线的重合程度, 可取: $m_{\text{安装}} = 0.2$ mm, 则水准尺上觇板及其安置中误差为:

$$m_2^2 = m_{\text{觇板}}^2 + m_{\text{安装}}^2 \quad (6)$$

则有: $m_2 = \pm 0.36$ mm

2.2.3 远标尺观测时的照准误差

影响照准精度的主要因素有望远镜的放大倍率、目标与照准标志的形态及人眼的判别能力、目标影象的亮度和清晰度。如果只考虑望远镜放大倍率这一因素, 则通过望远镜的照准误差为:

$$m_3 = \frac{3 \times \delta_0''}{\nu} \times \frac{1000}{\rho''} \times s \quad (7)$$

式中 δ_0 ——人眼在理想状态下瞄准的判别能力;

s ——视线长度(即跨河长度);

ν ——望远镜放大倍率。

若取: $\delta_0 = 10''$, $s = 500$, $\nu = 40$

则有: $m_3 = \pm 1.82$ mm

2.2.4 大气折光与仪器*i*角影响

大气折光与仪器*i*角误差对水准测量高差的影响是属于系统性的。设大气折光影响为 δ_o , *i*角影响为 δ_i , 则往测观高差计算公式为:

$$h_{\text{往}} = (H_{\text{远}} - H_{\text{近}})_{\text{往}} - \delta_{o\text{往}} - \delta_{i\text{往}}$$

当仪器迁至对岸时, 其高差计算公式为:

$$h_{\text{返}} = (H_{\text{远}} - H_{\text{近}})_{\text{返}} - \delta_{o\text{返}} - \delta_{i\text{返}}$$

取中数, 得:

$$h_{\text{中}} = \frac{1}{2} [(H_{\text{远}} - H_{\text{近}})_{\text{往}} - (H_{\text{远}} - H_{\text{近}})_{\text{返}}]$$

$$-(\delta_{o_{\text{往}}} - \delta_{o_{\text{返}}}) - (\delta_{i_{\text{往}}} - \delta_{i_{\text{返}}})$$

当迁站时间较短、气象条件变化较小、仪器不调焦的前提下,可以认为: $\delta_{o_{\text{往}}} \approx \delta_{o_{\text{返}}}$, $\delta_{i_{\text{往}}} \approx \delta_{i_{\text{返}}}$, 则有:

$$h_{\text{中}} = \frac{1}{2} [(H_{\text{远}} - H_{\text{近}})_{\text{往}} - (H_{\text{远}} - H_{\text{近}})_{\text{返}}] \quad (8)$$

由式(8)可以看出:当采取两岸观测及仪器迁至对岸(下半测回)观测时先观测远标尺(避免调焦)等措施,可以绝大部分抵消大气折光及仪器*i*角的影响。当然,大气折光在两岸观测过程中不可能是完全一样的,仪器的*i*角也不可能是始终如一的,因此观测中一是要在尽可能短的时间内完成两岸观测,二是仪器的调岸要特别谨慎小心,并避免调焦。

根据实验,当采用对向观测时,因假设两岸折光系数相同,其误差约在 $\frac{1}{3} \sim \frac{1}{4}$, 则由此引起的高差中误差为:

$$m_{k_i} = 0.0009s^2 \quad (9)$$

式中 s ——跨河宽度(以公里为单位)。

2.2.5 温度及温度梯度的影响

当温度发生变化时,仪器的*i*角会随之发生显著的变化;当温度梯度变化时,将产生系统性的折光影响。所以,温度及温度梯度变化的影响最后又分别化归为仪器*i*角及大气折光的影响,前面所述的“大气折光与仪器*i*角影响”已顾及了这方面的因素。即式(9)已包含了温度及温度梯度变化的影响。

为了减弱温度及温度梯度变化的影响,首先在作业时必须用测伞遮住仪器。另外,《规范》第8.3.3条规定:两岸仪器视线距水面的高度应接近相等,视线高应不低于 $4\sqrt{s}$ m (s 为跨河视线长度公里数)。

综上所述,一次观测中远标尺的读数精度为:

$$m_{\lambda_{\text{远}}}^2 = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 \quad (10)$$

一组观测中远标尺的读数精度为:

$$m_{\lambda_{\text{组}}}^2 = m_1^2 + m_2^2 + \frac{1}{2} m_3^2 \quad (11)$$

半测回观测中远标尺的读数精度为:

$$m_{\lambda_{\text{半}}}^2 = \frac{1}{n} \left(m_1^2 + m_2^2 + \frac{1}{5} m_3^2 \right) \quad (12)$$

一测回测定的远标尺读数精度为:

$$m_{\lambda}^2 = \frac{1}{2n} \left(m_1^2 + m_2^2 + \frac{1}{5} m_3^2 \right) \quad (13)$$

则有光学微法跨河水准测量一测回高差中误差为:

$$m_{\lambda}^2 = m_b^2 + m_{\lambda}^2 + m_{k_i}^2 \quad (14)$$

将(13)代入(14)得:

$$m_{\lambda}^2 = m_b^2 + \frac{1}{2n} \left(m_1^2 + m_2^2 + \frac{1}{5} m_3^2 \right) \quad (15)$$

例如,当 $s = 500$ m时, $n = 4$, 则有 $m_1 = \pm 1.21$ mm, $m_2 = \pm 0.36$ mm, $m_3 = \pm 1.82$ mm, $m_{k_i} = \pm 0.22$ mm, 若取 $m_b = 0.25$ mm, 由式(15)得:

$$m_{\lambda} = \pm 0.63 \text{ mm}$$

3 倾斜螺旋法精度分析

倾斜螺旋法是使用两台水准仪(*i*角互差应小于 $6''$)对向观测。用倾斜螺旋或气泡移动来测定水平视线上、下两标志的倾角,计算水平视线位置,从而求出两岸高差。其特点是简单、快捷、准确,适用于宽度在500~1500m的跨河水准测量中,在渡河(江)条件便利的前提下是首选的测量方案。

3.1 本岸近标尺观测的精度分析

本岸近标尺的观测与光学测微法中近标尺的观测是完全一样的,因此其精度情况也一样,则有:

$$m_b = \frac{1}{2} m_{k_{\text{标}}} = \pm 0.25 \text{ mm} \quad (16)$$

3.2 对岸远标尺观测的精度分析

3.2.1 一组观测中标志倾角 α, β 的精度分析

设照准下标志时水准管气泡两端读数分

别为 τ_1, τ_2 , 则气泡偏移量 $\alpha_1 = \tau_1 - \frac{1}{2}$

$(\tau_1 + \tau_2) = \frac{1}{2}\tau_1 - \frac{1}{2}\tau_2$, 根据误差传播

定律得:

$$m_{\alpha_1}^2 = \frac{1}{4}m_{\tau_1}^2 + \frac{1}{4}m_{\tau_2}^2$$

由于 $m_{\tau_1} = m_{\tau_2} = m$, 则有:

$$m_{\alpha_1}^2 = \frac{1}{2}m^2 \quad (17)$$

对于 n 组观测对 α 取中数, 则有:

$$m_{\alpha_n} = \frac{1}{\sqrt{2n}}m \quad (18)$$

同样道理, 对于上标志倾角 β 的精度分析有:

$$m_{\beta_n} = \frac{1}{\sqrt{2n}}m \quad (19)$$

3.2.2 远标尺读数 A 的精度分析

半测回中远标尺读数 A 的计算公式为:

$$A = a + \frac{\alpha}{\alpha + \beta}l + c \quad (20)$$

式中 a ——觇板下标志线的安置高度;

α, β ——下、上标志线的倾角;

l ——觇板两标志线的间距;

c ——光学测微器在平行玻璃板垂直位置时的读数。

对式(20)微分, 得:

$$dA = da + \frac{\alpha}{\alpha + \beta}dl + \frac{\beta l}{(\alpha + \beta)^2}d\alpha -$$

$$\frac{\alpha l}{(\alpha + \beta)^2}d\beta + dc$$

转换成中误差形式为:

$$m_A^2 = m_a^2 + \frac{\alpha^2}{(\alpha + \beta)^2}m_l^2 + \frac{\beta^2 l^2}{(\alpha + \beta)^4}m_\alpha^2$$

$$+ \frac{\alpha^2 \beta^2}{(\alpha + \beta)^4}m_\beta^2 + m_c^2 \quad (21)$$

实际工作中, 一般有: $\alpha \approx \beta \approx 25''$ $l =$

$\frac{r \cdot s}{\rho}$ 代入式(21)并取 $r = 60''$, $\rho = 2 \times 10^5$

整理即得:

$$m_A^2 = m_a^2 + \frac{1}{4}m_l^2 + 18s^2 m_\alpha^2 + m_c^2 \quad (22)$$

式中 s ——跨河视线长度, 以公里为单位;

m_A ——半测回中远标尺读数中误差, 以毫米为单位。

将式(18)代入式(22)得:

$$m_A^2 = m_a^2 + \frac{1}{4}m_l^2 + \frac{9s^2}{n}m^2 + m_c^2 \quad (23)$$

3.2.3 大气折光及仪器 i 角影响

由于在倾斜螺旋法中使用两台水准仪同时同步对向观测, 其视线上气象条件基本一致, 大气折光影响也是非常接近的。因此通过对两岸对向观测结果取中数将更有效地消除大气折光的影响。

仪器 i 角的影响是通过上半测回结束后, 两岸对调(仪器不得调焦), 并在下半测回中首先观测远标尺的方法来减少此项误差的, 这与前述的光学测微法中的分析方法是一样的。

另外, 温度及温度梯度的变化对观测结果的影响最终也是化归为仪器 i 角与大气折光的影响, 综合这些外界环境因素对观测结果的精度影响为:

$$m_{i,i} = \pm 0.0009s^2 \quad (24)$$

综上所述, 倾斜螺旋法一测回观测(一个对向观测)的高差中误差为:

$$m_h^2 = \frac{1}{2}(m_A^2 + m_A^2) + m_{i,i}^2 \quad (25)$$

即:

$$m_h^2 = \frac{1}{2} \left(m_a^2 + m_a^2 + \frac{1}{4}m_l^2 + \frac{9s^2}{n}m^2 + m_c^2 \right) + m_{i,i}^2 \quad (26)$$

例如, 一跨河段 $s = 1000\text{m}$, 则有 $n = 6$, 根据光学测微法中的有关分析结果有: $m_a = \pm 0.3\text{mm}$, $m_l = \pm 0.2\text{mm}$, $m_c = 0.2r = \pm 2''$, $m_c = \pm 0.05\text{mm}$, 代入式(23)得:

$$m_A = \pm 2.47\text{mm}$$

若取 $m_b = \pm 0.25\text{mm}$, $m_{i_1} = \pm 0.0009 \times 1^2 = \pm 0.9\text{mm}$, 得一测回高差中误差为:

$$m_{\pm}^2 = \frac{1}{2} (0.25^2 + 2.47^2) + 0.9^2 = 3.89$$

得: $m_{\pm} = \pm 1.97\text{mm}$

一个双测回观测的高差中误差为:

$$m_{\mp} = \pm 1.39\text{mm}$$

4 经纬仪倾角法精度分析

经纬仪倾角法是使用两台精密光学经纬仪对向观测。用垂直度盘测定水平视线上下标志线的倾角, 计算水平视线位置, 从而求出两岸高差。

4.1 近标尺观测的精度分析

近标尺的观测是直接测定最近水平视线的标尺厘米分划数 a_1 的倾角 θ 来计算近标尺读数的, 有公式:

$$b = a_1 - \frac{\theta}{\rho} \cdot d_1 \quad (27)$$

式中 d_1 ——经纬仪至标尺点的水平距离。

若不顾及水准尺的刻划误差, 对式(27)微分得:

$$db = -\frac{\theta}{\rho} dd_1 - \frac{d_1}{\rho} d\theta$$

则有:

$$m_b^2 = \frac{1}{\rho^2} (\theta^2 \cdot m_{d_1}^2 + d_1^2 \cdot m_{\theta}^2) \quad (28)$$

实际作业中, 一般取 $d_1 = 10\text{m}$, $md_1 = \pm 2\text{cm}$, $m_{\theta} = \pm 1.0''$, $\theta_{\max} = 100''$ 代入式(28), 得:

$$m_b = \pm 0.05\text{mm}$$

实际工作中, 考虑到其它方面的影响, 近标尺观测的精度取: $m_b = \pm 0.1\text{mm}$ 是比较合适的。

4.2 远标尺观测的精度分析

远标尺上水平视线的读数由下式计算:

$$A = a_2 + \frac{\alpha}{\alpha + \beta} l \quad (29)$$

式中 a_2 ——觇板下标志线的安置高度;

α 、 β ——下、上标志线的倾角;

l ——上、下两标志线的间距。

对式(29)微分, 得

$$dA = da_2 + \frac{\alpha}{\alpha + \beta} dl + \frac{\beta l}{(\alpha + \beta)^2} d\alpha - \frac{\alpha l}{(\alpha + \beta)^2} d\beta$$

则有:

$$m_A^2 = m_{a_2}^2 + \frac{\alpha^2}{(\alpha + \beta)^2} m_l^2 + \frac{\beta^2 l^2}{(\alpha + \beta)^4} m_{\alpha}^2 + \frac{\alpha^2 l^2}{(\alpha + \beta)^4} m_{\beta}^2 \quad (30)$$

实际作业中 $\alpha \approx \beta \approx 25''$, $m_{\alpha} = m_{\beta}$, $l = \frac{r \cdot s}{\rho}$, 若取 $r = 60$, $\rho = 2 \times 10^5$ 代入式(30), 得:

$$m_A^2 = m_{a_2}^2 + \frac{1}{4} m_l^2 + 18s^2 m_{\alpha}^2 \quad (31)$$

因此, 单向观测的高差中误差为:

$$m_{\pm}^2 = m_b^2 = m_A^2$$

即:

$$m_{\pm}^2 = m_b^2 + m_{a_2}^2 + \frac{1}{4} m_l^2 + 18s^2 m_{\alpha}^2 \quad (32)$$

顾及大气折光影响时, 两岸对向观测的高差中数中误差为:

$$m_{\pm}^2 = \frac{1}{2} m_{\mp}^2 + m_{\pm}^2$$

即:

$$m_{\pm}^2 = \frac{1}{2} m_b^2 + \frac{1}{2} m_{a_2}^2 + \frac{1}{8} m_l^2 + 9s^2 m_{\alpha}^2 + m_{\pm}^2 \quad (33)$$

例如, 一河段宽 $s = 1000\text{m}$, $m_{a_2} = \pm 0.3\text{mm}$, $m_b = \pm 0.1\text{mm}$, $m_l = \pm 0.2\text{mm}$, $m_{\alpha} = \pm 0.5''$, $m_{\beta} = \pm 0.9\text{mm}$, 代入式(33)得:

$$m_{\pm}^2 = \frac{1}{2} \times 0.1^2 + \frac{1}{2} \times 0.3^2 + \frac{1}{8} \times 0.2^2 + 9 \times 1^2 \times 0.5^2 + 0.9^2 = 3.115$$

$$m_{\pm} = \pm 1.76\text{mm}$$

即: 当采用经纬仪倾角法进行宽度为 1000m 的跨河水准测量, 其垂直角测定精度为 $\pm 0.5''$ 时, 每一对向观测的高差中误差为 $\pm 1.76\text{mm}$ 。

5 测距三角高程法精度分析

跨河测距三角高程测量与常规的三角高程测量并无质的区别,二者所不同的是:前者一是在测站点的高程传递上采取了特殊措施;二是跨河三角高程测量由于两岸高差相差较小,由垂线偏差及水准面不平行所引起的高差误差就可以不必顾及。因此,同常规三角高程测量一样,跨河三角高程测量将由以下几种误差组成:

5.1 观测天顶距的偶然误差

设天顶距的观测精度为 m_z ,对两岸高差的影响为:

$$m_1 = \frac{m_z}{\rho''} \cdot \frac{s}{\sqrt{2}} \quad (34)$$

5.2 仪器的系统误差

这主要包括垂直度盘的分划误差和测微器的行差,有公式:

$$m_2 = \frac{0.5}{\rho''} \cdot \frac{s}{\sqrt{2}} \quad (35)$$

5.3 地面大气折光的影响

$$m_3 = 0.0009s^2 \quad (36)$$

如不再顾及其它因素的影响,则两岸高差的测定精度为:

$$m_h^2 = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 \quad (37)$$

例如,一河段宽 $s = 1000\text{m}$,每一对向观测组(一测回)中通过增加天顶距观测的测回数使 $m_z = \pm 0.5$,则有: $m_1 = \pm 1.7\text{mm}$, $m_2 = \pm 1.7\text{mm}$, $m_3 = \pm 0.9\text{mm}$,因此一测回高差中数中误差为:

$$m_h = \sqrt{1.7^2 + 1.7^2 + 0.9^2} = \pm 2.6\text{mm}$$

6 几种不同跨河水准测量方法的比较

以二等跨河水准测量为例,列表比较如下:

表 2

观测方法	最大视距(m)	一测回精度(mm)	需要仪器	方法概要	调岸情况	测回数
光学测微法	500	$S=500$ 时, $m_h = \pm 0.6$	一台水准仪	单向观测	半测回	$S=500$, $N=2$
倾斜螺旋法	1500	$S=1000$ 时, $m_h = \pm 1.42$	两台水准仪	对向观测	半测回	$S=1000$, $N=4$
经纬仪倾角法	3500	$S=1000$ 时, $m_h = \pm 1.76$	两台经纬仪	对向观测	半测回	$S=1000$, $N=16$
测距三角高程	3500	$S=1000$ 时, $m_h = \pm 2.6$	两台经纬仪	对向观测	半测回	$S=1000$, $N=16$

由表2可以看出:

- (1) 光学测微法只适用于宽度在500m以下的窄小河段。其优点是施测方法简单、精度高、测回数少;缺点在于每半测回就须调岸,要求有比较便利的渡河(江)条件。
- (2) 倾斜螺旋法适用于宽度在1500m以下的中宽河段,需两台精密水准仪对向观测。其利弊情况与光学测微法相同。
- (3) 经纬仪倾角法适用于宽度在3500m甚至更宽的河段,需两台精密光学经纬仪对向观测。其优点在于:①目标成像清晰,②可只在上、下午间调岸一次,能连续多测回观测。

缺点在于要求的观测组数、测回数较多。

- (4) 测距三角高程法适用于宽度在3500m甚至更宽的河段,需两台精密光学经纬仪对向观测,有与经纬仪倾角法同样的优越之处,其不利之处在于:①测回数较多,②需配合使用准水仪、测距仪,③本岸仪器至立尺点需进行精密水准联测,④观测与计算程序较复杂。

实际作业中可根据技术要求、场地条件、仪器情况及渡河(江)条件选择适当的观测方案。对于宽度在3500m以上的河段应在精度估算的前提下进行专项技术设计。