

桩的荷载传递机理分析

罗晓辉

(武汉城市建设学院, 武汉 430074)

【摘要】 荷载传递函数法是桩荷载传递机理分析的重要方法之一。针对桩-土共同作用过程中的桩周土体分别处于弹性与塑性状态的划分, 以天然地基抗剪强度随深度线性增长的规律, 由荷载传递函数的基本微分方程解得荷载传递的解析表达式, 并以实例说明这种分析思路的实用性。

【关键词】 荷载传递机理; 极限状态; 弹性区; 塑性区

【Abstract】 The load transfer function method (LTFM) is a significant means of load transfer mechanism analysis of pile. The paper divides the soil body around pile into two parts—the elastic area and plastic area for the common action of pile-soil. According to the law of linear increase of shear strength with the depth of natural ground, it gives the solution by the basic differential equation of load transfer function. And the practicability of the method is illustrated by the living example.

【Keywords】 load transfer mechanism; limited state; elastic area; plastic area

0 引言

在轴向荷载作用下的单桩设计包含三个方面的内容: 桩的极限承载力的确定; 设计荷载作用下的沉降预测; 桩身结构设计。前三者是桩基设计的核心问题。解决这个核心问题所依赖的桩荷载传递理论揭示的是桩-土之间力的传递与变形协调的规律, 它是桩的承载力机理和桩-土共同作用分析的重要理论依据。桩轴向荷载传递机理的分析要点在于确定: 桩身轴向荷载沿深度如何变化; 桩侧摩阻力沿桩深度如何分布; 桩在不同深度 z 处的竖向位移沿深度的变化规律等。具体分析包括: 半无限弹性体理论、荷载传递分析法、分层总和法、剪切变形传递分析法、数值计算分析法等。单桩荷载传递机理完整分析的半无限弹性体理论是以半无限弹性体中集中力课题 Mindlin 解为基础的, 不同的分析结果其差异源于对桩身各单元桩侧剪应力沿桩身的简化分布模式不同而已 (Romualdi 1963; Geddes 1966; Nair 1967; Poulos & Davis

1968; Mattes & Poulos 1969)。数值计算分析法(有限元法、边界元法等)对桩周介质和边界条件的模拟功能较强而具有较强的理论分析价值, 由于计算方法及所需土体的本构模型参数较为复杂, 使得实用性受到限制。荷载传递分析法经过许多学者的继承与发展, 日趋完善。由于概念明确、适用性强、计算简便等特点而广泛被使用。这种方法的基本概念^{[1]~[9]}(见图 1)是将桩离散为一系列等长的桩段(单元), 每一桩段与土之间的联系用非线性弹簧来模拟弹簧的应力应变关系即桩侧摩阻力与桩截面位移间的关系($\tau-\delta$), 极端阻力与位移之间的关系($N_p-\delta$)。利用已知的桩侧、桩底荷载的传递函数($\tau-\delta$ 、 $N-\delta$ 关系), 求解桩顶荷载与沉降曲线($Q-s$), 桩身轴力的传递曲线($N-\delta$)以及桩侧摩阻力沿桩身分布曲线($\tau-\delta$)等。将荷载传递分析法的非线性弹簧应力-应变关系称为传递函数, 求解传递函数的方法有解析法与位移协调法, 其中解析法近似、简单、实用性较好。

作者简介: 罗晓辉, 男, 副教授。1993年毕业于武汉水利电力大学岩土工程专业。主要从事土力学、基础工程等教学与设计工作。

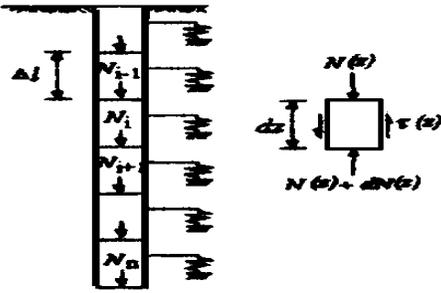


图 1 荷载传递法的计算模式

1 荷载传递函数分析

在竖向荷载作用下, 桩顶竖向位移(沉降量) s_0 有如下三部分组成:

① 桩身弹性压缩引起桩顶的沉降 s_e ;

② 由于桩周土体的连续性, 桩侧摩阻力传布到桩端平面以下引起的土体压缩, 桩端随土体压缩而产生的沉降 s_{sc} ;

③ 桩端荷载引起土体压缩所产生的桩端沉降 s_{pe} 。

沉降量中的第②、③项实际上为桩体的刚体竖向位移所表现出的桩顶沉降。荷载传递法的分析无法考虑桩周土体的连续性对桩顶沉降的影响, 因此, 在分析过程中忽略了第②项桩顶沉降。为了考虑土体连续性产生的桩底沉降的影响, 不同的学者分别提出了如桩尖位移等效法、桩身坐标传递函数法、优化分析法等方法进行修正^[1]。应该注意到不论采用什么方法进行修正, 都是在选择传递函数时认为桩与桩周土体在桩的全长范围内均同时达到极限状态, 或将桩顶荷载-沉降曲线进行曲线类型模拟, 利用桩端的边界条件求解传递函数微分方程。但是由于桩-土之间的相对位移过程中包含桩身的弹性压缩和桩端的土体压缩, 而桩身弹性压缩沿桩身的不同位置是不同的。因此, 实际桩周土体并不是在桩的全长范围内同时达到极限状态(见图 2), 特别是在桩土之间的摩阻力极限值 τ_u 大于桩周土体的抗剪强度 τ_r , 则桩-土之间剪切破坏(滑移)将产

生于桩周土体之内。这样的分析说明: 在桩与土的相对运动过程中, 沿桩身一定存在着桩周土体分别处于塑性状态与弹性状态两个不同的区域(见图 2)。根据天然地基土抗剪强度沿深度呈线性增长的规律, 由桩底土体沉降与桩身的弹性压缩所共同表现出的桩身截面位移使得在深度为 z_p 范围内的土体桩侧摩阻力极限, 及所谓的等效剪切弹簧发生“破裂”^[2], 桩侧土体仅提供与材料有关的摩阻力, 即当 $z \leq z_p$ 时桩周土体为塑性状态, 而 $z > z_p$ 时桩周土体为弹性状态。由此可见, 在将桩周土体视为弹塑性体, 采用荷载传递函数分析时, 桩土共同工作表现出的传递函数具有线弹性-塑性模型特征^[3]。

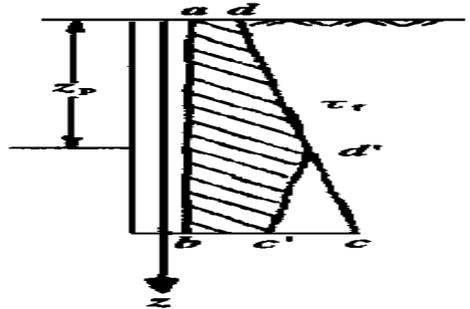


图 2 桩土相互作用的桩侧摩阻力

假定实际桩-土相互作用产生的摩阻力 τ_z 在土发生剪切破坏之前 ($\tau_z < \tau_r$), 与桩截面位移 δ 成正比(见图 3), 即有:

$$\tau_z = C_z \delta \tag{1}$$

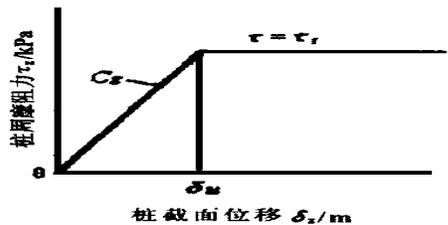


图 3 $\tau_z - \delta_z$ 线弹性-塑性模型简化

式中: C_z 为剪切变形系数, kN/m^3 。 C_z 值不

仅与桩材料和土的性质有关,还受到桩侧面的土压力 α_v 的影响,并随加载速度以及各种其他因数而改变^{[1]~[3]}。为简化起见,假定剪切变形系数 C_z 随深度变化为常量。因此,对于桩周土体分别处于塑性状态和弹性状态时其线弹性-塑性模型传递函数分别为:

$$\text{当 } z \leq z_p \quad \tau(z) = \tau_0 + \zeta z \quad (2)$$

$$\text{当 } z > z_p \quad \tau(z) = C_z \delta(z) \quad (3)$$

式中: τ_0 为桩顶桩侧摩阻力, kPa; ζ 为土体抗剪强度随深度的增长率, kN/m^3 。

2 桩土相互作用的荷载传递分析

2.1 荷载传递方程及分析

将桩视作线性变形体,以桩顶为坐标原点(见图2),由静力平衡条件(见图1)得到荷载传递函数法的基本微分方程:

$$E_p A_p d^2 \delta(z) / dz^2 = u_p \tau(z) \quad (4)$$

式中: u_p 为桩截面周长; A_p 为桩的净截面积; E_p 为弹性模量; $\delta(z)$ 为桩在深度 z 处的位移。

将式(2)、(3)代入式(4),分别得到弹性区与塑性区的基本微分方程:

$$C_3 = \frac{A \exp \beta(2l - z_p) - \hat{q} [\exp(3\beta l) \{ \exp(\beta l) - 1 \} + \exp \beta(l - 2\beta z_p)]}{\exp(2\beta l) - \exp(2\beta z_p)} \quad (10)$$

$$C_4 = -[A \exp(\beta z_p) - \hat{q} \exp(2\beta l)] / [\exp(2\beta l) - \exp(2\beta z_p)] \quad (11)$$

将 C_1 、 C_3 及 C_4 代入式(7)及式(8),由 $z = z_p$ 处的桩截面位移连续条件得到 C_2

$$C_2 = C_3 \exp(-\beta z_p) + C_4 \exp(\beta z_p) - B \quad (12)$$

式中: $A = (\tau_0 + \zeta z_p) / C_z$; $B = (u_p \tau_0 z_p^3 / 6 + u_p \zeta z_p^2 / 2 - Q_p) / E_p A_p$; \hat{q} 为桩端土体的压缩沉降量(即桩体的刚体位移)。

将 C_1 、 C_2 、 C_3 、 C_4 代入式(7)、(8),即得到弹性区与塑性区的桩身截面位移解答,由桩身位移、轴力及桩侧摩阻力的微分关系得到桩身不同区域的轴力与摩阻力解答。上述公式中的计算参数可据现场原位测试结果取得,并以迭代计算方法求得塑性区与弹性区界限深度 z_p 。桩端土体压缩沉降量 \hat{q} 由

$$\text{当 } z \leq z_p \quad E_p A_p d^2 \hat{q}(z) / dz^2 = u_p (\tau_0 + \zeta z) \quad (5)$$

$$\text{当 } z > z_p \quad E_p A_p d^2 \hat{q}(z) / dz^2 = u_p C_z \hat{q}(z) \quad (6)$$

分别解基本微分方程式(5)、(6)得:
当 $z \leq z_p$ $\hat{q}(z) = u_p \tau_0 z^3 / 6 E_p A_p + u_p \zeta z^2 / 2 E_p A_p + C_1 z + C_2$ (7)

$$\text{当 } z > z_p \quad \hat{q}(z) = C_3 e^{-\beta z} + C_4 e^{\beta z} \quad (8)$$

式中: $\beta = (u_p C_z / E_p A_p)^{1/2}$; C_1 、 C_2 、 C_3 、 C_4 为由桩身边界条件、位移连续条件与静力平衡条件决定的特定系数。

由线弹性虎克定理得 $0 \leq z \leq z_p$ 段桩身的弹性压缩量为:

$$\Delta \hat{q} = (Q - u_p \zeta z_p^2 / 2 - u_p \tau_0 z_p^3 / 6) / E_p A_p \quad (9)$$

根据式(7)及式(9)得到 $C_1 = -Q / E_p A_p$
由桩截面位移连续条件: $z = z_p$, $\hat{q}(z_p) = \hat{q}(z_p)$; $z = l$, $\hat{q}(z_p) = \hat{q}$,并考虑到式(5)及式(6)得到

Winkler 假定或双线性弹性模型代入分析^[3]。

2.2 特例条件下的荷载传递方程及分析

据弹性理论对单桩沉降特性分析^[4],对于长径比较大的桩($L/D > 40 \sim 50$),其桩端持力层所发挥的端阻力较小,持力层性状对其沉降影响不大,荷载传递表现出摩擦桩的特性。鉴于上述分析,对于长桩或超长桩而言,随着桩顶荷载的增加,桩身塑性区的发展将趋于稳定,即桩端土体的压缩量随着桩长的增加将逐渐减小,因此式(8)可改写为:

$$\text{当 } z > z_p \quad \hat{q}(z) = C_3 e^{-\beta z} \quad (13)$$

按前述方法得到待定系数:

$$C_1 = -Q / E_p A_p$$

$$C_2 = (\tau_0 + \zeta z_p) / C_z - (u_p \tau_0 z_p^3 / 6 +$$

$$u_p \zeta_p^2 h - Q_p) / E_p A_p \quad (14)$$

$$C_3 = (\tau_0 + \zeta_p) e^{\beta z_p} / C_z$$

将 C_1 、 C_2 、 C_3 代入式(7)和式(13)及其相应的桩身截面位移、桩身轴力及桩侧摩擦力的微分关系,即可得到相应的弹性区与塑性区解答:弹性区($z > z_p$)

$$\hat{q}(z) = \frac{1}{E_p A_p} \left[\frac{u_p \tau_0}{6} (z^3 - z_p^3) + \frac{u_p \zeta}{2} (z^2 - z_p^2) - \frac{Q(z - z_p) + u_p (\tau_0 + \zeta_p)}{\beta^2} \right] \quad (15)$$

$$N_1(z) = u_p (\tau_0 + \zeta_p) z - Q \quad (16)$$

$$\tau_1(z) = \tau_0 + \zeta_p z \quad (17)$$

塑性区($z \leq z_p$)

$$\hat{q}_2(z) = (\tau_0 + \zeta_p) \exp \beta(z_p - z) / C_z \quad (18)$$

$$N_2(z) = u_p (\tau_0 + \zeta_p) \exp \beta(z_p - z) / \beta \quad (19)$$

$$\tau_2(z) = (\tau_0 + \zeta_p) \exp \beta(z_p - z) \quad (20)$$

相应的桩顶位移 s_0 为:

$$s_0 = \hat{q}(0) = [Q_p + u_p \beta^{-2} (\tau_0 + \zeta_p) - u_p \zeta_p^3 h - u_p \tau_0 z_p^2 h] / E_p A_p \quad (21)$$

桩身土体中塑性区深度为

$$z_p = [(\tau_0 / C_z)^2 + \beta^{-2} + 2Q / \beta]^{1/2} - \tau_0 / C_z - \beta^{-1} \quad (22)$$

对于厚度很大软土层中的超长摩擦桩,可认为桩侧抗剪强度随深度变化的线性规律为均匀分布的特殊情况 $\tau(z) = \tau_0$, 即在 $\zeta = 0$ 的条件下,由上述方法可得:

弹性区($z > z_p$)

$$\hat{q}(z) = \left[\frac{u_p \tau_0 z^2 h - Q}{2} + \frac{1}{2} (u_p \tau_0 / \beta^2 - Q^2 / u_p (\tau_0)) \right] / E_p A_p \quad (23)$$

$$N_1(z) = u_p \tau_0 z - Q \quad (24)$$

$$\tau_1(z) = \tau_0 \quad (25)$$

塑性区($z \leq z_p$)

$$\hat{q}_2(z) = u_p C_z \exp(\beta Q / u_p \tau_0 - 1 - \beta z) / \tau_0 \quad (26)$$

$$N_2(z) = -u_p \tau_0 \exp(\beta Q / u_p \tau_0 - 1 - \beta z) / \beta \quad (27)$$

$$\tau_2(z) = \tau_0 \exp(\beta Q / u_p \tau_0 - 1 - \beta z) \quad (28)$$

桩顶位移

$$s_0 = \hat{q}(0) = (u_p \tau_0 + \beta^2 Q^2 / u_p \tau_0) h / E_p A_p \quad (29)$$

桩身土体中塑性区深度为

$$z_p = Q / u_p \tau_0 - 1 / \beta \quad (30)$$

3 计算参数的优化分析

由桩土之间的塑性剪切滑移极限状态划分出来的弹性区与塑性区的线弹性—塑性计算模型仅仅只与桩周土体抗剪强度随深度变化特性及剪切变形特征有关。如果确定了土体的剪切变形系数 C_z 、地表抗剪强度 τ_0 及其随深度增长率 ζ ,即可得到荷载传递机理特性。计算参数 τ_0 、 ζ 、 C_z 的确定可由现场十字板剪切试验和室内剪切试验得到^[5],也可由现场桩静载荷试验结果的反分析得到。

反求 τ_0 、 ζ 、 C_z 可以采用复形优化法。设现场桩静载荷试验中桩顶位移为 S_{0i} 的桩顶载荷值为 $Q(S_{0i})$,而 $Q(S_{0i})$ 是以 τ_0 、 ζ 、 C_z 为计算参数用式(21)或式(29)计算所获得的与 S_{0i} 相对应的桩顶载荷值。因此,可定义函数

$$F(\tau_0, \zeta, C_z) = \sum_{i=1}^m [Q(S_{0i}) - Q(S_{0i})]^2 \quad (31)$$

作为衡量参数组是否符合实际的一个标准。采用优化法分析即可求 (τ_0, ζ, C_z) ,使得

$$F(\tau_0, \zeta, C_z) = \min F(\tau_0, \zeta, C_z) \quad (32)$$

并满足约束条件

$$0 \leq \tau_0 \leq \tau_{0 \max}, \zeta_{\min} \leq \zeta \leq \zeta_{\max},$$

$$C_{z \min} \leq C_z \leq C_{z \max}$$

约束条件可由试验结果或经验确定。

采用复形优化法的计算步骤为:

1)随机方法计算随机点,构成初始复形

$$x_{ji} = a_i + \gamma_{ji} (b_i + a_i)$$

$$(i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, k)$$

(33)

式中: i 为变量号, j 为节点号, a_i 、 b_i 为由约束条件确定的设计变量上、下限, γ_{ji} 为 $[0, 1]$ 范围内取值的随机数。

2)计算复形所有顶点处的目标函数,找出并剔除其中使函数值为最大的最坏点 X_h ,

计算中点并验证其可行性, 确定其映象点。

3) 计算映象点函数值并与最坏点函数值比较, 验证映象计算是否可行。

4) 以收敛的判别准则确定目标函数应满足的条件, 否则重复上述过程的计算。

4 实例分析

某大楼钻孔灌注桩基础, 桩径 $\phi 800$ mm, 设计桩长 55.4 m, 桩入土深度 $L=65$ m。由文献[1]提供的试验资料(见图4)提供

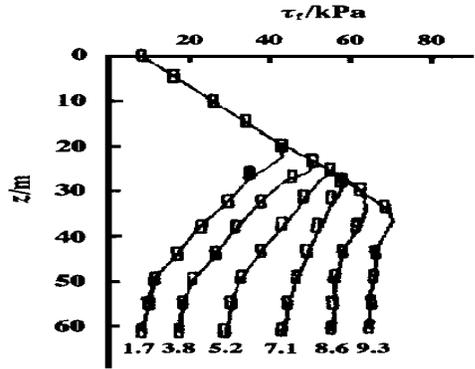


图6 桩侧摩阻力分布曲线

身轴力分布曲线(见图5)及桩侧摩阻力分布曲线(见图6, 曲线上数据为相应的计算桩顶荷载, 单位为MN)。

5 结语

由现场原位测试及理论分析证明的土体天然抗剪强度随深度线性增长的规律, 以线弹性—塑性模型分析桩土共同工作的荷载传递机理讨论, 计算结果是可以满足工程要求的。但理论优化反分析得到的计算参数是将层状非均匀土层假定为均质地基进行的, 因此以试验作为计算参数取值时, 应与反分析计算结果相校核。

参考文献

- 1 阳吉宝. 超长桩荷载传递机理研究. 岩土工程技术, 1997, (1): 25-29
- 2 罗惟德. 单桩承载机理分析与载荷—沉降曲线的理论推导. 岩土工程学报, 1990, 12(1): 35-44
- 3 朱金颖等. 层状地基中桩静载试验数据的拟合分析. 岩土工程学报, 1998, 20(3): 34-39
- 4 桩基工程手册. 北京: 中国建筑出版社, 1995
- 5 Kraft L M, Ray R P, Kagawa T. Theoretical t_z curves. J Geotech Engrg Div, A S C E 1981, 107 (11): 1543-1561

收稿日期: 1999-05-11

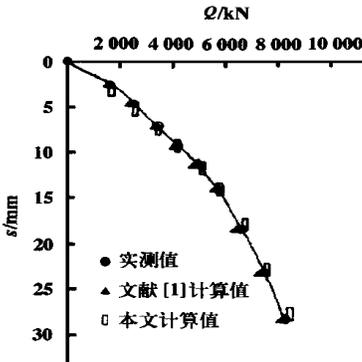


图4 桩顶荷载—沉降关系曲线

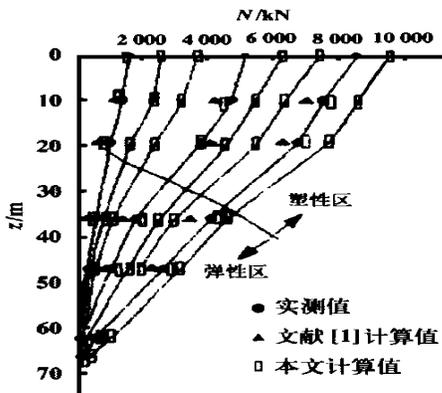


图5 桩身轴力分布曲线

的静载荷试验 $Q-s_0$ 曲线实测值进行反算分析, 得到剪切变形系数 $C_s = 21\ 600$ kN/m³, 桩周土体的抗剪强度沿深度增长率 $\zeta = 1.8$ kN/m³, 桩顶桩侧摩阻力 $\tau_0 = 8.5$ kPa。反算分析结果, 计算桩顶荷载—沉降曲线(见图4)、桩