

文章编号: 1007-2993(2004)02-0078-05

不同材料桩型时的桩基三维有限元分析

黄斌 杨敏 熊巨华

(同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092)

【摘要】 近年来,以控制差异沉降为目标的桩基础变刚度调平方法在我国岩土工程界受到越来越多的重视和应用。用三维有限元方法研究在同一基础下采用不同桩型情况时各桩沉降和刚度的关系,探讨通过改变桩型来调整刚度,最后控制差异沉降的方法,并通过工程实例阐述运用不同桩型进行设计的概念和方法,达到减小差异沉降。

【关键词】 不同桩型;变刚度;差异沉降;三维有限元法

【中图分类号】 TU 473

Three-Dimensional Finite Element Analysis about Characteristic of Differential Settlement of Foundation Supported by Different Type Piles

Huang Bin Yang Min Xiong Juhua

(Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092 China)

【Abstract】 Recently more and more attentions are given to the variable rigidity design method for controlling differential settlement. The three-dimensional(3-D) finite element method is used to discuss the relation between settlement and rigidity of foundation supported by different type piles. A design method is presented to control differential settlement by changing types of piles and layout of piles. A case study shows that this method can be used to reduce the differential settlement and prevent second stress.

【Key Words】 different type pile; variable rigidity; differential settlement; three-dimensional finite element method(3-D FEM)

0 引言

当前在高层建筑桩基的设计中,多采用均匀等长等直径布桩,即等刚度设计。沉降实测表明,尽管桩数不少,但碟形沉降仍不可避免,特别是框剪、框筒、筒中筒结构更明显。在上部结构荷载分布不均、地基石土层分布差异大时,差异沉降较为显著。差异沉降是导致基础内力和上部结构次应力增大、板厚与配筋增大的根源。近年来,按相对变形控制进行桩基础设计的变刚度调平方法在我国岩土工程界受到越来越多的重视和应用^[1~6]。变刚度的方法有多种,如变桩长,变桩径,变桩型,变疏密等,其中变桩型的工程应用较少,尚处起步阶段。本文拟用有限元方法研究在同一基础下采用不同桩型情况时各桩沉降和刚度的关系,探讨通过改变桩型来调整刚度,最后控制差异沉降的方法。

1 分析方法

采用三维有限元方法,建立上部结构-基础-地基共同作用模型,土体取弹塑性本构模型,共同作用分析方程通常表达为:

$$([K]_{st} + [K]_F + [K]_{s(p,s)})\{U\} = \{F\}_{st} + \{F\}_F$$

式中: $\{F\}_{st}$ 为上部结构荷载; $[K]_{st}$ 为上部结构刚度

凝聚; $\{F\}_F$ 为厚筏或其他形式基础的荷载; $[K]_F$ 为厚筏或其他形式基础的刚度; $[K]_{s(p,s)}$ 为地基或桩土的刚度凝聚; $\{U\}$ 为基础位移。

因为 8 结点等参元具有精度较高、形状适应性好及计算量小的特点,所以本文选用这种单元(见图 1)。

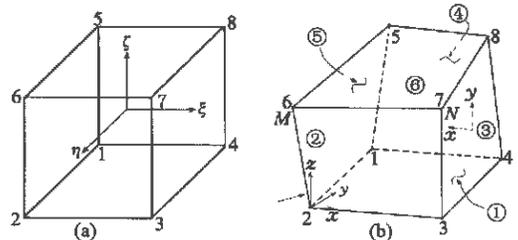


图 1 局部和整体坐标系单元结点图

形函数:

$$N_i = (1/8)(1 + \zeta_i \zeta)(1 + \eta_1 \eta)(1 + \zeta_i \zeta)$$

$$(i = 1, 2, 3 \dots, 8)$$

式中: ζ_i, η_1, ξ_i 为局部坐标系中母单元的结点坐标。

坐标变换:

$$x = \sum_{i=1}^8 N_i x_i, y = \sum_{i=1}^8 N_i y_i, z = \sum_{i=1}^8 N_i z_i$$

位移函数:

$$u = \sum_{i=1}^8 N_i u_i, v = \sum_{i=1}^8 N_i v_i, w = \sum_{i=1}^8 N_i w_i$$

式中: $u_1 v_1 w_1$ 为单元结点位移。

应变和应力, 单元应变:

$$\{\epsilon\}^e = \{\epsilon_x \quad \epsilon_y \quad \epsilon_z \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{zx}\}^T = \mathbf{B} \delta^e$$

其中: δ^e 为单元结点位移列阵:

$$\delta^e = \{u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad w_2 \quad \dots \quad u_8 \quad v_8 \quad w_8\}^T$$

\mathbf{B} 为应变矩阵: $\mathbf{B} = [B_1 \quad B_2 \quad \dots \quad B_8]$

$$\text{式中: } \mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \partial N_i / \partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial N_i / \partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial N_i / \partial z \\ \partial N_i / \partial y & \partial N_i / \partial x & 0 \\ 0 & \partial N_i / \partial z & \partial N_i / \partial y \\ \partial N_i / \partial z & 0 & \partial N_i / \partial x \end{bmatrix} \quad (1)$$

根据复合函数求导法则, 可以得到:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\text{令 } \mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix}, \mathbf{J} \text{ 称为 Jacobi 矩阵。 其中}$$

$$\frac{\partial x}{\partial \xi} = \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i, \quad \frac{\partial y}{\partial \xi} = \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i, \quad \frac{\partial z}{\partial \xi} = \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} z_i$$

$$\frac{\partial x}{\partial \eta} = \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i, \quad \frac{\partial y}{\partial \eta} = \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i, \quad \frac{\partial z}{\partial \eta} = \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} z_i$$

$$\frac{\partial x}{\partial \zeta} = \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} x_i, \quad \frac{\partial y}{\partial \zeta} = \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} y_i, \quad \frac{\partial z}{\partial \zeta} = \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} z_i$$

由 $N_i = (1/8)(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta)(1 + \zeta_i \zeta)$ 求导数得到:

$$\begin{cases} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \frac{1}{8} \xi_i (1 + \eta_i \eta)(1 + \zeta_i \zeta) \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} = \frac{1}{8} \eta_i (1 + \xi_i \xi)(1 + \zeta_i \zeta) \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} = \frac{1}{8} \zeta_i (1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta) \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{由式(2) 可求得: } \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{bmatrix} = [\mathbf{J}]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \end{bmatrix}$$

$$\text{式中: } [\mathbf{J}]^{-1} = \frac{1}{|\mathbf{J}|} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}$$

其中: A_{ij} 为 Jacobi 矩阵, $[\mathbf{J}]$ 中 $[J]_{ij}$ 的代数余子式。

$$|\mathbf{J}| = J_{11}J_{22}J_{33} + J_{12}J_{23}J_{31} + J_{13}J_{32}J_{21} - J_{11}J_{32}J_{23} -$$

$$J_{12}J_{21}J_{33} - J_{13}J_{22}J_{31}$$

单元中任一点的应力为: $\sigma = \mathbf{D} \mathbf{B} \delta$

在弹塑性问题中, 应力与应变之间一般不再存在一一对应的关系, 本构方程只能用增量形式表出。

$$\{d\sigma\} = [\mathbf{D}]_{ep} \{d\epsilon\}$$

弹塑性矩阵 $\mathbf{D}_{ep} = \mathbf{D}_e - \mathbf{D}_p$, \mathbf{D}_e 为三维问题的弹性矩阵, 对于各向同性材料, 弹性模量 E 和泊松比 μ 为两个独立材料参数。

$$\mathbf{D}_e = E(1 - \mu)(1 + \mu)(1 - 2\mu) \times$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{\mu}{1-\mu} & \frac{\mu}{1-\mu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu}{1-\mu} & 1 & \frac{\mu}{1-\mu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu}{1-\mu} & \frac{\mu}{1-\mu} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \end{bmatrix} \quad (4)$$

塑性矩阵 \mathbf{D}_p 的计算:

$$\mathbf{D}_p = \frac{[\mathbf{D}]_e \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T [\mathbf{D}]_e}{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T [\mathbf{D}]_e \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} - A} \quad (5)$$

其中: $Q(\sigma, k)$ 为塑性势函数, $F(\sigma, k)$ 为屈服函数, k 为内变量(标量), 可以取 $k =$ 塑性功 W^p , 或 $k =$ 塑性体应变 θ^p , $k =$ 塑性有效应变 ϵ^{-p} ,

$$W^p = \int \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}^p, \quad \theta^p = \int \delta_{ij} d\epsilon_{ij}^p, \quad \epsilon^{-p} = \int d\epsilon_{ij}^p d\epsilon_{ij}^p \quad (5)$$

材料硬化参数 $A = \frac{\partial F}{\partial k} dk \frac{1}{\lambda}$

λ 为待定参数, λ 取值与内变量 k 取值对应, 对于理想塑性材料, 屈服面不受内变量的影响: $A = 0$ 。

单元刚度矩阵:

利用虚功原理, 可求得: $\mathbf{F} = \mathbf{K} \delta$

式中: $\mathbf{F} = \{F_{x1} \quad F_{y1} \quad F_{z1} \quad \dots \quad F_{x8} \quad F_{y8} \quad F_{z8}\}^T$ 为单元结点力列阵。

$\mathbf{K} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} J d\xi d\eta d\zeta$ 为单元刚度矩阵。

利用两点高斯积分, 则单元的刚度矩阵 \mathbf{K} 可写为:

$$\mathbf{K} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 (\mathbf{B}^T \mathbf{D} |J|) H_i H_j H_k$$

式中: \mathbf{B} , $|J|$ 为对应于高斯积分点的值; $H_i H_j H_k$ 为权函数。

等效结点荷载列阵: 单元结点荷载列阵, 按下式

进行:

$$\{P\}^e = \{P_D\}^e + \{P_E\}^e$$

其中: $\{P_D\}^e$ 为直接结点荷载, 而 $\{P_E\}^e$ 是非结点荷载所产生的等效结点荷载。

$\{P_E\}^e$ 中包括由集中力、体积力和表面力所产生的等效结点荷载, 即:

$$\{P_E\}^e = \{P_{EC}\}^e + \{P_{EV}\}^e + \{P_{EN}\}^e$$

本文土体选用 Drucker-Prager 弹塑性材料, 其屈服准则是 $F = \sqrt{J_2} + aI_1 - H = 0$,

I_1 为应力张量第一不变量, J_2 为偏量应力第二不变量

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)]$$

在压应力状态时, 取与压缩子午线相匹配的材料常数:

$$\text{参量 } \alpha = \frac{2\sin \varphi}{\sqrt{3}(3 + t\sin \varphi)}, \text{ 参量 } H = \frac{6C \cos \varphi}{\sqrt{3}(3 + t\sin \varphi)}$$

在压应力状态时 $t = -1$; 在拉压力状态时 $t = 1$ 。参量 α, H 分别为材料的粘聚力 c 与内摩擦角 φ 的函数(见图 3)。

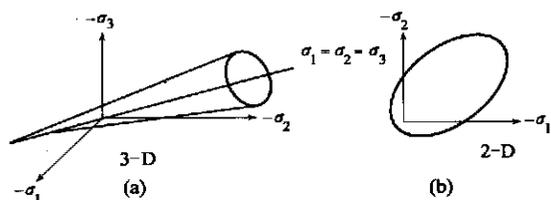


图 3 Drucker-prager 模型屈服面

实际上, Drucker-Prager 模型是 Mohr-Coulomb 模型的一种简化情况。DP 材料的圆锥面屈服面是六角形的摩尔-库化屈服面的外切锥面, 在 Mohr-Coulomb 屈服准则中忽略 J_3 的影响, 或令洛得角 $\theta = \pi/3$, 就可得到 Drucker-prager 屈服准则。

2 特性分析

首先建立一个简单算例模型(见图 4)。承台 $4\text{ m} \times 8\text{ m}$, 厚 0.8 m , 混凝土强度等级 C30, 弹性模量 $E_{ct} = 3.81 \times 10^4\text{ MPa}$, 泊松比 $\mu = 0.167$, 只设中心对称的四根柱, 左边两根为 B 型桩, 右边两根为 A 型桩, 均长 10 m , 截面 $0.5\text{ m} \times 0.5\text{ m}$, C30 混凝土, 其下均质土体, 弹性模量 $E = 30\text{ MPa}$, 泊松比 $\mu = 0.4$, 粘聚力 $C = 10\text{ kPa}$, 内摩擦角 $\varphi = 30^\circ$ 。

有限元计算中, 桩取梁单元, 承台取板单元, 土体取块体单元。以上单元均为八节点, 每节点六自由度, 桩和承台为弹性材料, 土体选用非线性塑

性材料 Drucker-Prager 模型, 计算区域长宽各延长 2 倍长度, 计算深度 30 m , 四边简支轴向约束(见图 4)。

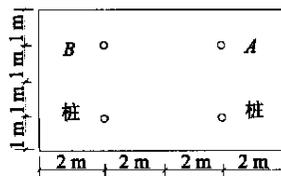


图 4 桩位图

2.1 均布荷载情况

承台表面作用均布载 70 kPa , 保持 A 桩桩型不变, 为钢筋混凝土桩, 弹性模量 $E_A = 3.81 \times 10^4\text{ MPa}$, B 桩从普通木桩、松木桩、粉煤灰混凝土桩、混凝土桩、钢管混凝土桩、钢桩依次变化, 弹性模量分别是 $2.2 \times 10^3\text{ MPa}$, $7 \times 10^3\text{ MPa}$, $2.31 \times 10^4\text{ MPa}$, $3.81 \times 10^4\text{ MPa}$, $7 \times 10^5\text{ MPa}$, $2.1 \times 10^5\text{ MPa}$ 。通过有限元计算得出六种情况下的桩顶沉降值 s 和桩顶等效应力值 σ (Von Mises 应力) $\sigma = [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]^{0.5}$ (见图 5 和图 6)。

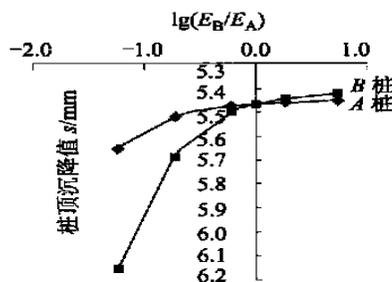


图 5 桩的刚度比 (E_B/E_A) 与桩顶沉降关系

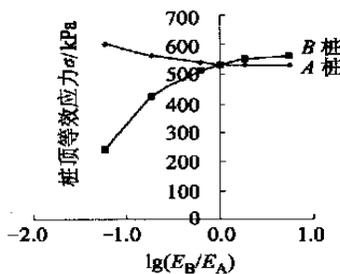


图 6 桩的刚度比 (E_B/E_A) 与桩顶等效应力关系

1) 从图 5 可知, 随着 B 桩弹性模量的增大, A、B 桩桩顶沉降逐渐减小, A 桩到 $2.31 \times 10^4\text{ MPa}$ (粉煤灰混凝土) 后趋于稳定, B 桩沉降仍有减小趋势, 但已不大(见图 6)。

2) 图 5 图 6 中, 弹性模量大的桩桩顶沉降较小, 承担荷载较大, 从布桩以减小差异沉降的角度分析, 在荷载较大时布置弹性模量大的桩, 如钢管桩等。

3) AB 桩桩顶沉降差 Δ_s 的变化(见图 7 图 8)。

供了重要的布桩原则。

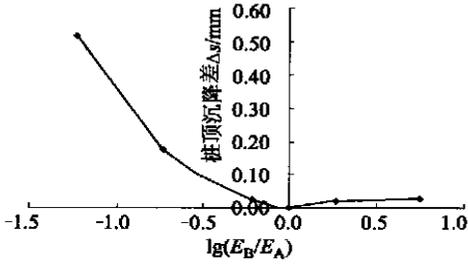


图 7 桩的刚度比 (E_B/E_A) 与沉降差关系

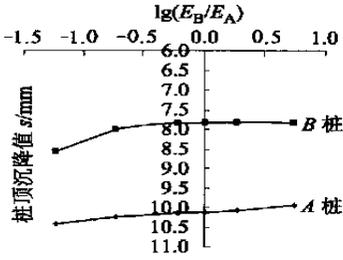


图 8 变化荷载下桩的刚度比 (E_B/E_A) 与桩顶沉降关系

2.2 变化荷载情况

改变承台顶面荷载分布,即承台 A 型桩一侧的荷载是 B 型桩的两倍,为 140 kPa。桩顶沉降变化图、桩顶荷载变化图、桩顶沉降差变化图见图 9、图 10。

并非两桩型相等时沉降差最小,受力均匀;在 B 桩为木桩 ($E=2.2 \times 10^3$ MPa) 时沉降值较大,但沉降差最小;B 桩为松木桩 ($E=7 \times 10^3$ MPa) 时受力最均匀。在荷载较大区域应选用刚度较大的桩;在荷载较小区域则选用刚度较小的桩。这也给我们提

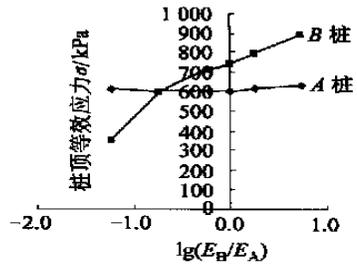


图 9 变化荷载下桩的刚度比 (E_B/E_A) 与桩顶等效应力关系

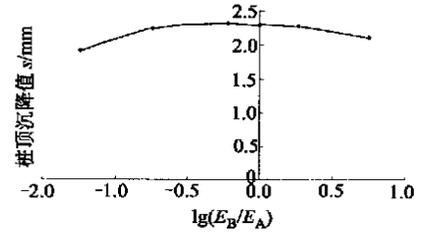


图 10 变化荷载下桩的刚度比 (E_B/E_A) 与沉降差关系

3 设计方法

共同作用分析可以得到沉降等值线分布及影响其分布形态的上部结构、基础、桩土的刚度分布,刚度分布的变化将导致沉降等值线分布的变化,设计中通过调整上部结构、基础、桩土的刚度分布,从而优化沉降等值线分布,使差异沉降值及其变化梯度减至最小。

4 实例分析

某地工程^①主楼建筑为 12 层办公楼,裙房为放映厅及门厅组成,土层剖面、基础平面及桩位布置见图 11。

表 1 土层物理力学性能指标表

土 层	深度/m	弹性模量 E_s /MPa	粘聚力 c /kPa	内摩擦角 φ /($^\circ$)	重度 γ /($\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$)
填土	1.3	3.31	19	10	18
褐黄粉质粘土	2.9	3.31	35	15	19.4
灰淤质粉质粘土	7.5	2.12	12	11.5	18
灰淤质粘土	13.8	1.78	6	10.5	17
灰粘土	19.1	3.15	16	11	18
灰粉质粘土	28.4	4.61	11	8	19
暗绿粉质粘土	31.1	8.86	43	14	19.4
暗绿粘质粉土	32	8.86	10	24	18.2
粉砂	38.5	11.31	2	36	19.7

主楼基底总荷载为 22.8 t/m^2 ,放映厅基底总荷载为 13.3 t/m^2 。由于门厅很小且有沉降缝所以不

计入模型中。主楼放映厅间也设沉降缝,但由于使用功能上的联系性所以要求主楼与裙房的沉降必须

①黄绍铭,裴捷等.用不同桩长的桩基础调整建筑物不均匀沉降的工程实例及分析.结构工程论文集.上海市土木工程师学会.1988.222~228

协调一致。此楼原设计采用不同桩长的桩基础调整不均匀沉降,在满足单桩承载力要求的前提下,确定主楼桩断面为 $45\text{ m}\times 45\text{ m}$,桩长 25.5 m ,放映厅桩断面 $0.4\text{ m}\times 0.4\text{ m}$,桩长 21 m 。笔者用有限元方法对该工程建立了上部结构-基础-地基相互作用三维模型,计算结果和实测值很接近(见表2),证明了本方法的准确性。

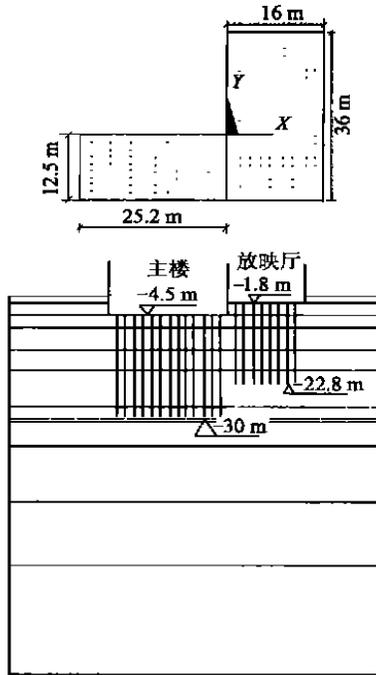


图11 基础平面布桩图及土层剖面图

表2 建筑物沉降计算值和实测值比较 cm

建筑物	实 测	原书计算值	本方法计算值
主楼(平均)	8.7	12.7	7.2
放映厅(平均)	7.3	10.5	8.6

同桩型时的沉降等值线见图12。

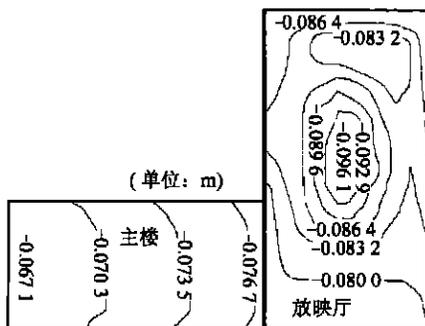


图12 同桩型时沉降等值线

从沉降等值线看出主楼间差异沉降控制较好,但主楼呈现左高右低,而裙房中部由于中间没有立柱故而呈中间隆起四周下陷之势。根据不同桩型桩基特性分析,调整主楼最右4排为钢管桩,往左5排设粉煤灰混凝土桩,左边头4排调整为桩长 15 m 的粉煤灰混凝土桩;放映厅中部加设6排混凝土桩,每排2根,调整桩型后的沉降等值线(见图13)。

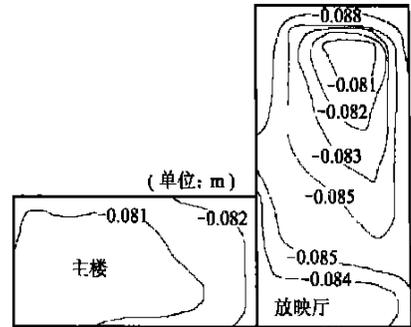


图13 不同桩型时沉降等值线

5 结 论

在不同桩型基础的设计中,弹性模量大的桩顶沉降较小,而承担荷载较大,所以在荷载较大区域应选用刚度较大的桩;在荷载较小区域则选用刚度较小的桩。在改变桩型调整差异沉降时,必须紧密结合各工程实际情况,综合考虑上部结构荷载分布、土层分布及施工等因素,尽量减小差异沉降。

参 考 文 献

- 1 刘金砺,迟铃泉. 桩土变形计算模型和变刚度调平设计. 岩土工程学报, 2000, 22(2): 151~157
- 2 梁梓方,吴学勇,王 离. 用两种不同桩型控制高层建筑基础沉降差的两个设计实例. 广州建筑, 1994(3): 16~25
- 3 何良林. 不同桩型在同一建筑物中的应用探讨. 中外建筑, 1999(1): 56~57
- 4 夏才安,许四法. 同一基础下不同桩型的协调与工程实践. 浙江水利水电专科学校学报, 2000, (4): 23~24
- 5 王明登. 复杂地质条件下不同桩型的应用. 福建建设科技, 2002(2): 10~11
- 6 闫明礼,王明山等. 多桩型复合地基设计计算方法探讨. 岩土工程学报, 2003, 25(3): 352~355

收稿日期: 2004-01-08