

BP 神经网络预测嵌岩桩承载力

王勇刚¹ 董文蔚²

(1. 铁道第四勘察设计院, 湖北武汉 430063; 2. 上海淳星商务咨询有限公司, 上海 200010)

【摘要】 确定嵌岩桩承载力的最可靠最直接的方法是静载试验, 但是由于嵌岩桩承载力大, 静载试验耗工费时, 并且很难做到破坏, 因此工程界希望能在不影响结果精度的前提下尽可能少做静载试验。利用以往的嵌岩桩静载试验资料, 在 BP 神经网络理论的基础上, 运用 Matlab 中的神经网络工具箱进行编程分析, 总结出嵌岩桩的各种可控参数对其承载能力的影响, 从而确定最终比较合理的嵌岩桩的设计参数。对比分析前人的研究成果, 得出的结论具有一定的实用性。

【关键词】 嵌岩桩; 极限承载力; BP 神经网络; 静载试验

【中图分类号】 TU 452

Prediction of Bear Capacity of Rock-socketed Pile by BP Neural Network

Wang Yonggang¹ Dong Wenwei²

(1. The Fourth Survey and Design Institution of China Railway, Wuhan Hubei 430063; 2. Shanghai ZhunXing Commercial Consulting Co., Ltd., Shanghai 200010 China)

【Abstract】 The most direct and credible method to calculate the bearing capacity of the rock-socketed pile is the static load test. But because the bearing capacity of the rock-socketed pile is very large and the expense of the experiment on rock-socketed pile is high and the experiment is very hard to go to the destroy point, so it is necessary to cut down the number of the static load test but not to reduce the precision of the result in the scope of the engineering. According to the former test data, and on the basis of the BP neural network, and using the toolbox of the neural network in the Matlab, the influence to the bearing capacity of the rock-socketed pile by several controllable element is concluded. Then the reasonable design parameters of the rock-socketed pile are confirmed. The analysis shows the practical function of BP neural network method in some degree.

【Key Words】 rock-socketed pile; ultimate bearing capacity; BP neural network; static load test

0 引言

嵌岩桩作为一种具有诸多优势的桩基类型, 在此类建筑工程中所占的地位越来越重要。目前, 对嵌岩桩承载能力的评估, 最可靠的方法仍然是静载荷试验。由于嵌岩桩的承载力高, 静载试验不易做到破坏, 耗费量大, 因而在工程中, 总是希望用最少的试验数据获得最大可能的信息, 或者利用已有的相类似条件的工程实践, 来预测嵌岩桩的承载力。

BP 神经网络是一种能向着满足给定的输入输出关系方向进行自学习的神经网络, 主要有四方面的优点: 一是大规模的并行运算处理, 大大提高了计算速度; 二是神经网络的知识信息分布存储在连接权和阈值上, 因而具有很强的容错能力; 三是具有很强的自学习、自适应能力和联想功能; 四是对于复杂

的非线性建模也很容易。本文试图使用 BP 神经网络对嵌岩桩的承载力作出预测。

1 BP 神经网络概述

BP 神经网络, 即误差反传 (Error Back Propagation) 网络, 包括输入层、输出层和若干中间层, 而每层中又含有若干神经元, 同层中的单元不能相互干扰, 每层单元只接受前一层的输出信息并输出给下一层单元。输入层接受外部信息, 并向前传播; 输出层则对传来的信息进行判别并作出决策与输出; 中间层用来处理信息或存储知识, 各层可有多个节点, 每相邻二层节点之间单向互连。

文献[1]指出, 三层神经网络可以逼近任意的非线性函数, 由于嵌岩桩的输入与输出的元素相对比较少, 三层神经网络即可以满足要求。三层神经网络示意图见图 1。

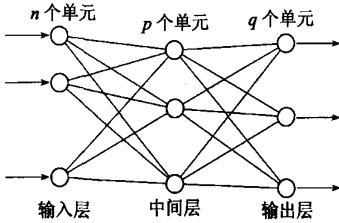


图1 BP网络示意图

BP网络各神经元的内部激活函数必须是连续可微的,大都取为S型的Sigmoid函数,其对数S型函数logsig的表达式为:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-(x+b)}} \quad (1)$$

BP网络的学习方法是一种有教师的学习,可以分两大类:一是输入正向传播过程,通过给出一组随机的权值及阈值开始,选取学习样本集中的一个模式(输入和期望输出)作为输入,然后按前馈的方式,通过输入层经隐含层逐层处理并计算每个单元的实际输出值。二是误差反向传播过程,输出的误差由输出层开始反向传播到输入层,而网络各层的权值改变量则根据传播到该层的误差大小决定。在给定各层权值及每个神经元阈值的情况下,如果网络的输出有错,则将网络的权值通过某一误差函数用最速下降法逐级向前调整各层权值及每层神经元的阈值,使网络的输出朝误差小的方向发展,如此循环,直到输出误差在所选定的范围内为止,系统的权值和阈值最终收敛到一组稳定的权值和阈值。

基于梯度下降原则BP网络存在以下缺点:

- 1)需要较长的训练时间;
- 2)系统训练可能不稳定;
- 3)有时收敛到局部极小值。

基于数值优化方法的BP网络能克服上述缺点,它不仅用到了目标函数的一阶导数^[2],往往还或多或少的用到了目标函数的二阶导数。对目标函数的二阶导数的应用主要用到了泰勒级数。在数值优化算法中,一般将神经网络的性能指数 $F(x)$ 作为目标函数,而 $F(x)$ 是所有网络参数(各个权值和阈值)的函数。

牛顿法是基于二阶泰勒级数,求神经网络性能指数 $F(x)$ 的二次近似驻点的一种方法,牛顿法的迭代式为:

$$x_{k+1} = x_k - A_k^{-1}g_k \quad (2)$$

定义 $\nabla F(x)$ 为梯度,其表达式为:

$$\nabla F(x) = \left[\frac{\partial}{\partial x_1} F(x) \quad \frac{\partial}{\partial x_2} F(x) \quad \dots \quad \frac{\partial}{\partial x_n} F(x) \right]^T$$

定义 $\nabla^2 F(x)$ 为Hessian矩阵,其表达式为

$$\nabla^2 F(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} F(x) & \frac{\partial^2}{\partial x_1 x_2} F(x) & \dots & \frac{\partial^2}{\partial x_1 x_n} F(x) \\ \frac{\partial^2}{\partial x_2 x_1} F(x) & \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} F(x) & \dots & \frac{\partial^2}{\partial x_2 x_n} F(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2}{\partial x_n x_1} F(x) & \frac{\partial^2}{\partial x_n x_2} F(x) & \dots & \frac{\partial^2}{\partial x_n^2} F(x) \end{bmatrix}$$

式中: A_k 为 $F(x)$ 在 $x = x_k$ 处的Hessian矩阵; g_k 为 $F(x)$ 在 $x = x_k$ 处的梯度。

L-M(Levenberg-Marquardt)算法的实质是牛顿法的变形,假设 $F(x)$ 为平方函数之和,

$$\text{即 } F(x) = \sum_{i=1}^n v_i^2(x) = v^T(x)v(x) \quad (3)$$

最终导出的L-M算法迭代式为

$$x_{k+1} = x_k - [J^T(x_k)J(x_k) + \mu_k I]^{-1} J^T(x_k) \times v(x_k) \quad (4)$$

式中: μ_k 为修正系数, I 为单位矩阵,

$$J(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_1(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial v_1(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial v_1(x)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial v_2(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial v_2(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial v_2(x)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial v_n(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial v_n(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial v_n(x)}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

2 BP网络模型及程序实现

据以往的试验及工程经验,嵌岩桩的承载能力主要与嵌岩比、长径比、桩围岩模量比、桩岩界面的粗糙度、围岩完整度、桩底沉渣厚度有关。在理想的施工质量的前提下,可以进行设计选择的主要有四个影响因素,即:桩长、桩径、入岩深度、桩端岩石强度。由此,建立的BP网络模型的输入单元为4个,根据三层BP神经网络中间层单元个数应不小于 $2n + 1$ 的原则,中间层单元个数取为10个,输出单元仅1个,即为嵌岩桩的承载力。

本文用Matlab中神经网络工具箱进行编程^[3]。

1) 样本的前处理

由于BP网络采用的对数S型激活函数本身的原因,它可能使计算出的中间结果无穷大或是无穷小,最终可能导致计算的收敛问题。因此要对输入输出的数据进行一定的限制。这一问题可以通过对样本进行归一化(也即正则化)变换处理来解决。归一化处理的方法很多,其原则是将样本值变换到网

络收敛最快的范围。

在 Matlab 中,可用 `premnmx()` 函数进行前处理:

$$[pn, \min P, \max P, tn, \min t, \max t] = \text{premnmx}(p, t) \quad (5)$$

式中: p 为输入样本; t 为期望输出值; pn 、 tn 分别为处理后的样本值; $\min p$ 、 $\max p$ 、 $\min t$ 、 $\max t$ 分别为 p 和 t 的最小及最大值。

2) 确定每层的激活函数

由于对数型 S 函数 `logsig()` 函数的输出被限定在 (0,1) 之间,故在本文中,中间层的激活函数采用 `logsin()` 函数,而输出层的激活函数则采用 `purelin()` 函数,它的输出范围为负无穷到正无穷。

3) 建立一个前向型的神经网络并自动初始化网络的连接权和阈值

这可以方便地利用 Matlab 中的 `newff()` 函数实现

$$\text{net} = \text{newff}(\min \max(pn), [10, 1], \{\text{'logsig'}, \text{'logsig'}, \text{'traingd'}\}) \quad (6)$$

式中: 10 与 1 分别代表中间层及输出层的单元数目; `logsig` 为对数型 S 函数,代表第层单元的激活函数均为对数型 S 函数。 `traingd` 表示训练采用的是累积误差校正算法。

4) 确定网络训练参数

在 Matlab 中,可以通过对下列参数的设置达到对网络训练过程的控制。

`net.trainparam.show` 设置训练信息的显示步距; `net.trainparam.lr` 设置训练过程的学习速率; `net.trainparam.epochs` 设置训练过程的学习次数; `net.trainparam.goal` 设置训练以后的误差指标。

5) 分别用 BP 网络及改进的 BP 网络对样本进行训练

$$[met, tr] = \text{train}(net, pn, tn) \quad (7)$$

式中: tr 为训练过程中得到的信息。

6) 输入欲进行评价的嵌岩桩的参数值,然后得到其评价结果

$$anewn = \text{sim}(net, qnewn) \quad (8)$$

式中: $anewn$ 为程序的输出值,即嵌岩桩的承载力的相对值; $qnewn$ 为要评价的嵌岩桩的参数向量的相对值,它是通过前处理函数 `tranmmx()` 预先经过处理的

$$qnewn = \text{tranmmx}(q, \min P, \max p) \quad (9)$$

式中: q 为欲进行评价的嵌岩桩的参数值。

7) 将输出数据还原,即所求嵌岩桩的承载力值

$$anew = \text{postmmx}(anewn, \min t, \max t) \quad (10)$$

式中: $anew$ 为预测的最终结果。

3 网络训练及结果预测

根据文献^[4]提供的资料,提取本文所需要的样本值,在 Matlab 平台上编制 BP 神经网络程序,并进行学习训练及预测,具体的数据见表 1。

表 1 BP 网络训练样本及输出

序号	嵌岩桩的参数				试验方法 实测	承载力/MN		误差/%	
	桩长 /m	桩径 /m	岩石强度 /MPa	入岩深度 /m		牛顿法 预测	L-M 法 预测	牛顿法	L-M 法
1	0.16	0.19	9.20	0.16	0.247	0.246 6	0.247 5	-0.16	0.20
2	0.32	0.18	9.20	0.32	0.293	0.293 5	0.291 8	0.17	-0.41
3	0.48	0.17	9.20	0.48	0.305	0.304 7	0.305 6	-0.10	0.20
4	7.20	0.26	15.00	0.40	1.013	1.013 6	1.012 8	0.06	-0.02
5	6.34	0.17	8.50	0.34	0.267	0.276 6	0.277 3	3.60	3.86
6	6.70	0.17	8.50	0.20	0.187	0.173 6	0.193 5	-7.17	3.48
7	6.00	0.17	8.50	0.50	0.347	0.339 7	0.345 4	-2.10	-0.46
8	7.15	0.17	8.50	0.15	0.187	0.194 1	0.176 6	3.80	-5.56
9	8.30	0.26	4.50	0.50	0.308	0.307 7	0.307 1	-0.10	-0.29
10	8.60	0.26	4.50	0.30	0.248	0.248 7	0.249 1	0.28	0.44
11	3.92	0.19	5.10	0.50	0.177	0.176 9	0.178 8	-0.06	1.02
12	3.98	0.19	7.50	0.60	0.309	0.310 7	0.302 7	0.55	-2.04
13	0.90	0.26	11.30	0.52	1.000	1.000 0	1.000 2	0.00	0.02
14	1.16	0.26	10.70	0.78	1.400	1.400 4	1.399 8	0.03	-0.01
15	8.90	0.30	20.00	0.90	2.285	2.284 7	2.284 9	-0.01	0.00
16	18.80	0.60	10.00	1.80	5.238	5.237 7	5.238 0	-0.01	0.00
17	16.80	0.60	9.50	1.80	3.445	3.445 4	3.445 6	0.01	0.02

续表

序号	嵌岩桩的参数				承载力/MN			误差/%	
	桩长/m	桩径/m	岩石强度/MPa	入岩深度/m	试验方法实测	牛顿法预测	L-M法预测	牛顿法	L-M法
18	16.80	0.60	9.80	1.80	4.445	4.444 8	4.444 3	0.00	-0.02
19	18.00	0.60	12.00	2.63	5.058	5.058 4	5.061 5	0.01	0.07
20	17.50	0.60	12.00	1.91	7.236	7.235 2	7.237 3	-0.01	0.02
21	16.60	1.00	6.80	1.84	7.153	7.153 2	7.153 1	0.00	0.00
22	21.50	1.00	6.80	4.29	5.726	5.725 7	5.725 8	-0.01	0.00
23	22.30	1.00	6.50	4.70	6.253	6.251 6	6.253 2	-0.02	0.00
24	20.70	1.00	6.50	4.00	5.821	5.820 9	5.820 8	0.00	0.00
25	15.30	0.75	8.00	2.63	5.950	5.950 8	5.949 3	0.01	-0.01
26	14.60	0.75	8.00	1.91	5.950	5.950 0	5.949 6	0.00	-0.01
27	17.60	1.00	7.00	2.00	10.085	10.084 8	10.084 9	0.00	0.00
28	20.40	0.80	16.00	1.20	12.053	12.053 4	12.054 4	0.00	0.01
29	22.20	1.20	3.00	6.80	3.955	3.955 4	3.954 8	0.01	-0.01
30	13.30	0.80	5.00	0.30	2.847	2.846 1	2.846 9	-0.03	0.00
31	15.80	0.80	5.00	3.00	3.357	3.358 0	3.356 7	0.03	-0.01
32	13.70	0.60	6.70	6.70	3.804	3.803 8	3.805 6	-0.01	0.04
33	11.60	0.85	6.70	0.90	4.413	4.412 8	4.413 3	0.00	0.01
34	18.50	1.30	3.00	5.40	5.330	5.330 1	5.330 1	0.00	0.00
35	17.50	1.30	3.50	3.20	6.650	6.650 3	6.650 0	0.00	0.00
36	48.90	1.00	8.50	0.90	7.261	7.261 5	7.261 0	0.01	0.00
37	46.50	1.00	8.50	2.30	9.501	9.050 9	9.050 9	-4.74	-4.74
38	44.60	1.00	7.00	4.00	8.705	8.705 1	8.705 2	0.01	0.01
39	43.80	0.80	8.00	0.60	4.046	4.045 3	4.045 9	-0.02	0.00
40	45.00	1.00	8.00	0.60	5.489	5.489 7	5.489 1	0.01	0.00

采用一般梯度下降原则的BP网络时:取学习速率 $lr = 0.5$ 。在迭代 20 000 次后,误差随迭代次数的变化见图 2。可以看出,在迭代 8 000 次后,误差的下降幅度变得非常的小,误差几乎趋于定值。因此在迭代高达 152.75 万次后,误差才仅仅达到 0.002 06(见图 3)。

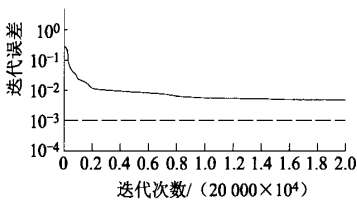


图 2 迭代 2 万次时的误差曲线

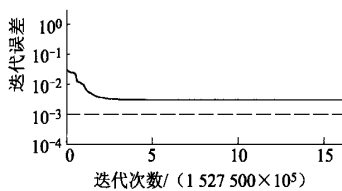


图 3 迭代 150 多万次的误差曲线

牛顿法:它的缺点是需要计算 Hessian 矩阵及其逆矩阵,其收敛特性也很复杂,不能区别局部极小和全局最小,算法还可能振荡和发散。对本文问题,牛顿法在迭代达到 3 765 次后,误差达到 10^{-5} (见图 4)。经过训练后的网络输出与样本的实际输出值相差很小(见表 1),相差最大的为 -7.17%。

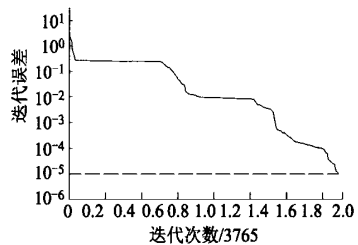


图 4 牛顿法的误差曲线

采用数值优化算法 L-M 法:取 u 的初始值 $mu = 0.001$; u 的减小系数 $mu_dec = 0.1$; u 的增加系数 $mu_inc = 10$; u 的最大值 $mu_max = 1 \times 10^{10}$ 。仅仅在迭代 495 次后(见图 5),误差达到 10^{-5} ,可见 L-M 算法在处理本问题时相对于上述几种算法的优

越性。

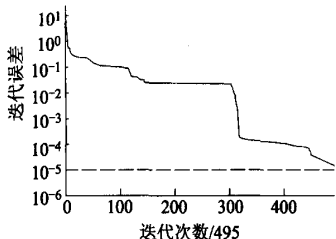


图5 L-M法误差曲线

在计算过程中发现,网络初始权值对于训练的速率具有很大的影响,不同的初值可能会使达到同样精度的训练次数有较大的差别。对于本文问题,L-M算法总是优于其余几种算法,本文选择L-M算法训练BP网络,训练以后的网络输出数据及误差见表1。从表的数据可看出,经过训练后的网络输出与样本的实际输出值相差很小,相差最大的也仅只有-5.56%,说明网络的训练是成功的。

4 结果分析

利用训练好的神经网络,对嵌岩桩的承载性状进行分析。

1) 桩长对嵌岩桩承载力的影响

桩径取为1.0 m,桩端岩石强度取为8 MPa,入岩深度取3倍桩径,桩长分别取为20 m,23 m,25 m,27 m,30 m,35 m,40 m,45 m,50 m,共计9个样本值,利用L-M法训练好的BP网络计算桩的承载力。其变化趋势见图6。

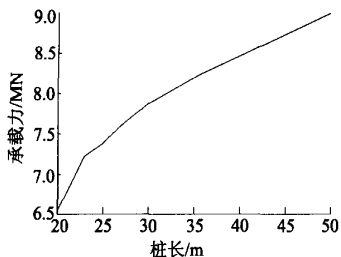


图6 桩长对承载力的影响

从图6可看出:在其它条件相同的前提下,嵌岩桩的承载能力随桩长的增加而增加。桩长从20 m增加到50 m时,承载能力增加了2.5 MN。

2) 桩径对嵌岩桩承载性状的影响

桩长取为35 m,桩端岩石强度取为8 MPa,入岩深度取为3 m,桩径从0.4 m到2.0 m每隔0.2 m取一个样本,共计9个样本值,BP网络计算出的承载力变化趋势见图7。

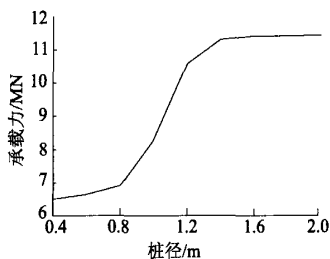


图7 桩径对承载力的影响

从图7可看出:在桩径为0.8~1.5 m之间,嵌岩桩的承载能力受桩径的影响很大,但是在1.5~2.0 m之间承载能力的增加非常缓慢。桩径从0.8 m增加到1.5 m时,承载能力增加了3.8 MN。

桩径的增加对嵌岩桩承载能力的影响比桩长的增加对其的影响要大得多,因此在实际工程中,要大幅度提高嵌岩桩的承载力,多采用短粗而非细长的嵌岩桩。

3) 桩端岩石强度对嵌岩桩承载性状的影响

桩长取为35 m,桩径取为1.0 m,入岩深度取为3.0 m,桩端岩石强度从4 MPa到20 MPa每隔2 MPa取一个样本值,共计9个样本值,BP网络计算出的承载力变化趋势见图8。

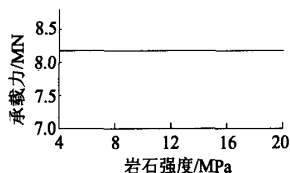


图8 桩端岩石强度对承载力的影响

从图8可看出:嵌岩桩的承载力不随桩端岩石强度的变化而变化,显然这是与传统的对嵌岩桩的看法是不相符合的,其可能的原因是:当荷载接近或达到嵌岩桩的极限承载力时,传递到桩端岩石的荷载可能较小,低于桩端岩石的强度,这涉及到桩端岩石承载能力的发挥程度的问题。正如文献[5]由试验分析所得到的结论:嵌岩桩的工作特征是其所支承的荷载分别为桩侧阻力和桩端阻力承担,当桩顶施加有外来荷载时,先由桩周侧阻力承受,外荷载增加到一定程度,桩端才开始承受由桩顶传递下来的荷载。此种荷载乃是桩侧阻力发挥以后的剩余荷载,而剩余荷载与岩石的极限端承力不一定相等。剩余荷载值大时,可接近岩石极限端承力;反之,则仅仅为岩石极限端承力的一部分。

4) 入岩深度对嵌岩桩承载性状的影响

桩长取为35 m,桩径取为1.0 m,桩端岩石强度

取为 8 MPa, 入岩深度分别取为 0.2 m, 0.4 m, 0.6 m, 0.8 m, 1.0 m, 1.5 m, 2.0 m, 2.5 m, 3.0 m, 4.0 m, 5.0 m, 6.0 m, 共计 12 个样本值, BP 网络计算出的承载力变化趋势见图 9。

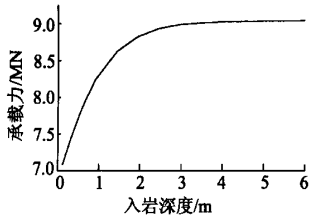


图 9 入岩深度对承载力的影响

从图 9 可看出:在嵌岩深度为 2.5 倍桩径(即 2.5 m)之前,嵌岩桩的承载能力随嵌岩桩的入岩深度的增加而增加得非常迅速,但是在 2.5 倍桩径之后,承载能力已基本不随嵌岩深度的增加而增加。可见,嵌岩深度并非越大越好,最佳的嵌岩深度可以取为 2.5~3 倍桩径。从图 9 的发展趋势来看,当嵌岩深度为 0 时,桩的承载力约为 6.5 MN。嵌岩段以上土层对嵌岩桩承载力是有很大贡献的。

5 结论

介绍了 BP 神经网络的基本原理,利用 Matlab 神经网络工具箱编制适合于预测嵌岩桩承载力应用

程序,运用给定的样本对网络进行了训练。在训练好的网络基础上,对在设计过程中能影响嵌岩桩承载能力的因素进行了分析。

在预测嵌岩桩承载能力的过程中,其影响因素的选择是很重要的,就以往的试验资料来看,嵌岩桩承载力的影响因素决不仅仅是本文所述的四项。但是本文只讨论了影响嵌岩桩承载能力的可控因素,对那些人为很难控制的影响因素没有进行讨论(比如桩端及桩周岩石的发挥程度等),这就使得分析出来的结果与实际情况有一定的差异。

参 考 文 献

- 1 Hornik K, Stinchcombe M. and White H. Universal. Approximation of an Unknown Mapping and Its Derivatives Using Multi-layer Feed-forward Networks. Neural Networks. 1990(3):551~560
- 2 Martin T Hagan, Howard B Deumth, Mark H Beale 著. 神经网络设计. 戴 葵等译. 北京:机械工业出版社. 2002. 9
- 3 闻 新著. MATLAB 神经网络应用设计. 北京:科学出版社. 2000
- 4 邹万杰, 韦立德. 改进的 BP 网络在嵌岩桩承载力预测中的应用. 广西工学院学报. 2003, 13(3):
- 5 谷安成. 嵌岩桩端承力的发挥程度问题. 人民珠江, 1997, 2

收稿日期:2005-07-12

(上接第 226 页)

通过检测,神经网络对样本仿真的相对误差在 0~0.05 的范围内波动,各训练总标准差和仿真总标准差均在 0.3 的范围内。

4 结论

根据负温钢纤维混凝土的强度影响因素,首次对复杂环境下的钢纤维混凝土建立了神经网络强度预测模型,并同时预测出钢纤维混凝土的抗压强度、抗折强度、抗拉强度以及抗剪强度。误差检测结果表明,本文的强度预测精度满足要求,说明了所建预测模型的合理性。

参 考 文 献

- 1 杨朝晖,刘浩吾,陆金池. 混凝土强度预测与设计的神经网络方法. 水力发电学报, 1997, 56(1): 33~40

- 2 田继平,刘 幸,李 昕. 应用神经网络预测混凝土的强度. 建筑技术开发, 2004, 31(6): 50~52
- 3 思科技产品研发中心编著. Matlab6. 5 辅助神经网络分析与设计. 北京:电子工业出版社, 2003. 64~69
- 4 沈 清,胡德文,时 春. 神经网络应用技术. 北京:国防科技大学出版社. 1993. 23~30
- 5 隋永芹,陈建兵. 道路钢纤维混凝土力学性能及耐磨耗性能的研究. 东北公路, 2001, 24(3): 19~21
- 6 张彦春,胡晓波,白成彬. 钢纤维混凝土高温后力学强度研究. 混凝土, 2001(9): 50~53
- 7 王海涛,王 丰,韩菊红. 环境条件对钢纤维混凝土强度的影响. 河南科学, 2004, 22(4): 522~524

收稿日期:2005-06-27