

复合桩基沉降的一种解析解

杨军龙 陈 然

(浙江大学建筑工程学院, 杭州 310027)

孙邦臣

(核工业第七研究设计院宁波分院, 宁波 315040)

【摘 要】 在双折线模型基础上推导单桩桩侧摩阻力的分布,以明德林(Mindlin)课题的弹性理论求解桩底土体的沉降,推导了一系列单桩复合桩基沉降的解析表达式,计算结果可直接用于单桩分析。

【关键词】 荷载传递函数;复合桩基;单桩沉降解析解

【中图分类号】 TU473.1

An Analytical Solution for Settlement of Composite Piled Foundation

【Abstract】 The distribution of lateral friction of single pile is deduced by using bilinear model. And the settlement of single pile is calculated by MINDLIN elastic theory. Through the method mentioned above, a series of analytical solutions of the settlement of composite piled foundation are deduced. The calculated results can be used directly in analyzing the settlement of single pile.

【Key words】 load transfer function; composite piled foundation; the analytical solution of single pile's settlement

0 引言

当计算桩基础的承载力时,通常假定建筑物的重量全部由桩传至地基中去,承台仅起连接桩顶和传递上部荷载的构造作用。在上部土层为软土的端承桩及端承摩擦桩时,上述假定是正确的。

但是,在工程实践中,如在软土地区,上部土层经常有1~2 m的硬壳层。硬壳层具有一定的承载力,当上部结构的荷载较轻时可以作为天然地基直接利用;当上部结构的荷载较重时,则会因承载力不满足或下卧层沉降过大而不能直接利用,这时用上述假定则较为保守,应当考虑部分荷载通过承台直接传至地基,这种承台与桩基共同作用的观点应当说是正确的。这时正确求解承台与桩基的荷载分担比成为设计的关键。

浅基础的沉降一般均以弹性半空间表面作用一个竖向集中力时的 Boussinesq 课题为

基础。国标《建筑地基基础设计规范》(GBJ 7-89)^[1]中天然地基的沉降计算即为如此。因此笔者拟以布氏命题的位移解为基础求解桩与桩侧土之间的相对位移。

桩基设计最基本的一点是确定单桩沉降和承载力。目前对于单桩的分析,主要还是在承载力方面,对沉降的分析相对较少。通常单桩的沉降分析是基于明德林(Mindlin)^[2]课题的弹性理论解,如 Poulos(1968)^[3],杨敏等(1997)。其它比较著名的有 Randolph & Worth(1978)提出的剪切位移法和 Seed & Reese(1957)提出的荷载传递方法(通常也称为 $\tau-z$ 曲线方法)。荷载传递方法因形式简单、易于应用而得到了广泛的重视和应用,很多学者专家曾进行了不同角度的分析和研究,提出了许多实用的荷载传递函数模型,如双曲线模型,双折线模型,指数-对数模型等等。其中以双折线模型比较简单且较符合单

作者简介:杨军龙,1971年生,男,浙江宁波人,浙江大学岩土工程专业硕士研究生,主要研究方向为桩筏优化设计 & 地基处理,上部结构与基础共同作用理论。

桩实际工作状况,从而得到了广泛的应用。因此笔者拟在双折线模型(见图1)基础上推导单桩桩侧摩阻力的分布,以明德林课题的弹性理论求解桩底土体的沉降。

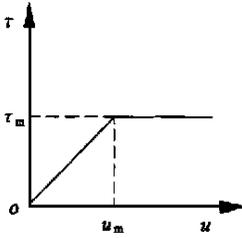


图1 双折线模型图

图1中： τ 为剪应力，kPa； τ_m 为剪应力极值，kPa； u 为剪切位移，mm； u_m 为剪切位移极值，mm。当 $u < u_m$ 时 $\tau = \lambda u$ ， λ 为折线模型弹性阶段的斜率。

1 桩土分析模型基本假设

假设：①长桩疏布，宽基浅埋，承台和基桩共同受荷；②桩截面均一；③不考虑有负摩阻力的情况；④桩侧土 $\tau-z$ 关系为理想弹塑性关系，基桩为纯摩擦桩；⑤桩侧土体剪应力达到 τ_m 时桩土间发生滑移；⑥土体为理想半空间弹性体，基桩在受荷过程中呈线弹性形状；⑦桩身长度范围内的土体压缩由承台分担的荷载产生，桩端以下土体压缩由桩基分担的荷载产生。

2 复合桩基的荷载传递机理

不带承台时，单桩桩身位移 s_z 和桩身荷载 P_z 随深度相关递减，桩侧摩阻力 q_z 自上而下逐步发挥，其发挥程度与桩土间的相对位移量有关。桩侧摩阻力在桩顶处发挥得最充分，传递值最大；向桩尖处逐渐减小，桩尖处发挥最小。

但是，当基桩带有承台时，其荷载传递机理则正好相反。由于承台的存在，限制了桩顶范围内的桩土相对位移，因而削弱了基桩上边部分的桩侧摩阻力发挥。当荷载水平较低时，由于刚性桩的弹性模量远大于土体的弹性模量，因而荷载几乎全部由基桩来承担；随着荷

载水平的增加，桩体与土体间的相对位移有所增加，部分荷载开始由承台来承担；作用在承台上的荷载使得桩身范围内的土体产生压缩，桩尖开始产生塑性刺入，桩尖处桩侧摩阻力得到充分发挥，基桩承担了更多的荷载；随着荷载水平的进一步增加，桩身范围内的土体继续被压缩，桩身与土体间的相对滑移自下而上进一步发展，直至整个基桩产生塑性刺入，基础达到极限荷载而发生破坏。

3 桩基桩侧摩阻力分析

本文的分析模型如图2和图3所示。上部土层厚 h_1 ，桩长为 l ，桩尖下压缩土层为一倍的桩长。

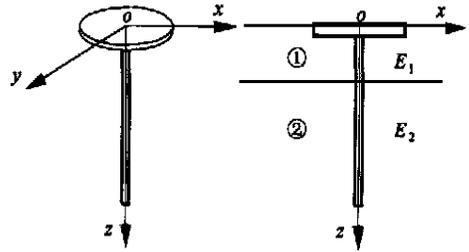


图2 复合桩基模型图

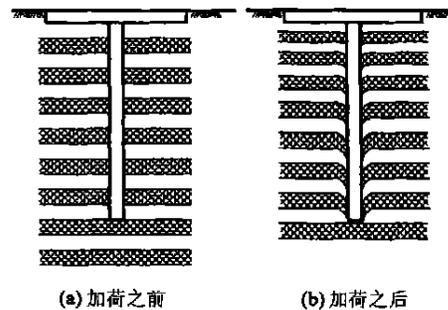


图3 复合桩基计算模型图

假设在某一级荷载 P 作用下，桩顶作用的集中力为 P_p ，承台作用于土体上的均布荷载为 p_0 ，由于桩的截面积仅占承台很少一部分面积，可以忽略不计，由此可得

$$P = P_p + p_0 \pi d^2 / 4 \quad (1)$$

式中： d 为圆形承台的直径，m。

在弹性半空间表面作用一个竖向集中力时，半空间内任意点所引起位移的布氏解答

为:

$$u = \frac{P(1+\mu)}{2\pi E} \left[\frac{z^2}{R^3} + 2(1-\mu) \frac{1}{R} \right] \quad (2)$$

式中: u ——任意点沿 z 方向的位移, m;
 R ——该点至原点 O 的距离, m;
 E ——弹性模量, MPa;
 μ ——泊松比。

承台中心下 z 深度处点的位移为:

$$s_z = \iint_A u \quad (3)$$

u 值为式(2)所得, 式(2)中 $P = p_0 r dr d\theta$; A 为承台面积(忽略桩的截面积)。

式(3)积分得:

$$s_z = \frac{p_0(1+\mu)}{E} \left[z - z^2 \left(\frac{d^2}{4} + z^2 \right)^{-0.5} \right] + \frac{2p_0(1-\mu^2)}{E} \left[\left(\frac{d^2}{4} + z^2 \right)^{0.5} - z \right] \quad (4)$$

由于承台对桩顶的约束作用, 桩顶和承台共同下沉。而对于刚性桩来说, 可以忽略桩身压缩引起的桩土相对位移, 因此桩土间的相对位移是由于桩身范围内的土体压缩而产生。由式(4)可得 z 深度处的桩土间位移为:

当 $z \leq h_1$ 时:

$$u_z = \Psi(s_0 - s_z) \quad (5)$$

式中 $E = E_1$, Ψ 为上层坚硬, 下层软弱的双层地基在荷载作用下的应力扩散系数, 其值与 E_1/E_2 的比值有关, 可由试验确定。

则当 $z > h_1$ 时:

$$u_z = \Psi(u_{h1} + s_{h1} - s_z) \quad (6)$$

式中 $E = E_2$

当桩土相对位移大于 u_m 时, 桩土产生滑移, 此时桩侧摩阻力由材料的性质决定, 不再随 u 的增大而线性增长。令 $u_z = u_m$ 则:

$$\Psi(u_{h1} + s_{h1} - s_z) = u_m \quad (7)$$

求解式(7)得:

$$z = z_{cr} = f(p_0) \quad (8)$$

至此得到桩侧摩阻力的完备解析解:

$$\begin{cases} q_z = \lambda_1 u_z & z \leq h_1 \\ q_z = \lambda_2 u_z & h < z \leq z_{cr} \\ q_z = \lambda_2 u_m & z_{cr} < z \leq l \end{cases} \quad (9)$$

上式在桩侧面积上积分得:

$$P_P = \int \pi d q_z dz \quad (10)$$

式(10)中右边函数为以 p_0 为未知数的函数, 因此可表示为:

$$P_P = G(p_0) \quad (11)$$

联立(1)与(11)可得 P_P 与 p_0 的值, 由此可得承台与桩基的荷载分担比。

4 基础沉降计算

复合桩基的沉降由两部分组成:

$$s = s_1 + s_2 \quad (12)$$

式中 s_1 由 p_0 产生, s_2 由 P_P 产生。由式(6)可得:

$$s_1 = \Psi(u_{h1} + s_{h1}) \quad (13)$$

由桩侧摩阻力产生的桩体沉降应用 Mindlin 解答求解。

美国学者明德林在 1936 年已求得半无限体内受集中力作用所引地基中应力的公式, 以此为基础的沉降计算中的弹性理论法曾由许多学者作过研究和改进, 其中例如 D'Appolonia 和 Romualdi(1963), Thuman 和 D'Appolonia(1965), Salas 和 Belzunce(1965), Geddes(1966)^[4], Poulos 和 Davis(1968)^[3], Mattes 和 Poulos(1969), Randolph 和 Worth(1978) 以及 Banerjee 和 Davis(1978) 等人。在国内, 近年来亦有一些研究者从事弹性理论法的改进和发展, 例如陈竹昌和王建华(采用弹性理论法分析搅拌桩性能的探讨, 1993), 宰金珉和宰金璋(《高层建筑基础分析与设计》, 1993)^[5]等。

已有的弹性理论法中的主要区别在于对桩侧的剪应力分布做了不同的假定, 大体上有如下三种: ①以作用在各单元桩段中点处圆截面上的均布荷载代替(如 Nair); ②以作用在各单元中点处桩轴线上的集中力代替(如 D'Appolonia 和 Romualdi, Thuman 和 D'Appolonia 等); ③以作用在各单元桩段四周圆环面积上的均布荷载代替(如 Poulos 和 Davis^[3], Mattes 和 Poulos)。研究表明, 第三种假定与桩的实际工作情况最为符合, 特别是对于短桩。但

是,对于较细长的桩,按照上述三种剪应力分布假定得到的解的差别甚小。因此,对于本文所推导的细长桩,将桩侧摩阻力离散成作用于桩轴线上的 n 个集中力在理论上是可行的。见图 4。

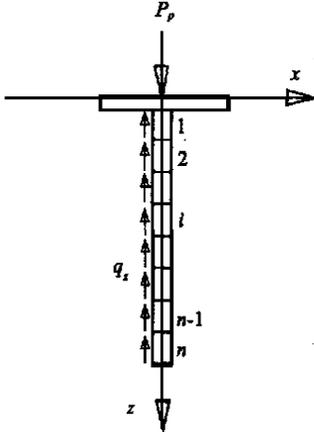


图 4 桩身单元划分图

明德林解答的竖向位移解为:

$$u = \frac{P(1+\mu)}{8\pi E(1-\mu)} \cdot \left[\frac{3-4\mu}{R_1} + \frac{8(1-\mu)^2 - (3-4\mu)}{R_2} + \frac{(z-c)^2}{R_1^3} + \frac{(3-4\mu)(z+c)^2 - 2cz}{R_2^3} + \frac{6cz(z+c)^2}{R_2^5} \right]$$

式中: $R_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z-c)^2}$;

$R_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z+c)^2}$;

c ——集中力作用的深度;

μ ——土的泊松比。

对应于桩端位置, $x=0$ $y=0$ $z=l$, 则:

$R_1=l-c$ $R_2=l+c$ 。代入上式得:

$$u = \frac{P(1+\mu)}{8\pi E(1-\mu)} \cdot \left[\frac{3-4\mu}{l-c} + \frac{8(1-\mu)^2 - (3-4\mu)}{l+c} + \frac{1}{l-c} + \frac{(3-4\mu)(l+c)^2 + 4cl}{(l+c)^3} \right] \quad (14)$$

对于第 i 个单元, $c_i = (n-i-0.5)l/n$, $P_i =$

$q_c \pi dl/n$, 代入式(14)可得第 i 个单元在桩端产生的位移 u_i , 叠加各单元位移可得:

$$s_2 = \sum_{i=1}^n u_i \quad (15)$$

值得注意的是,在用式(14)计算桩端附近单元引起的沉降时,如果单元划分的很小,则会出现畸变。为避免这一现象,可以按照文献[6]介绍的方法,取 $R_1 = d/3$ 来进行计算。

将式(13)与式(15)代入式(12)可得复合桩基的总沉降 s 。

5 算例

承台直径为 3.4 m, 板厚 0.5 m; 钢筋砼桩桩径 0.4 m, 桩长 20 m, 不考虑端阻力, 由极限侧摩阻力算得单桩极限承载力为 515 kN; 地基土为双层均质地基, 第一层土层厚 1.5 m, 压缩模量 E_1 为 10 MPa, 泊松比为 0.4, 土的承载力标准值为 50 kPa, 极限承载力 100 kPa (软弱下卧层已验算满足), 桩侧土极限侧摩阻力为 30 kPa; 第二层土层厚 40 m, 压缩模量 E_2 为 5 MPa, 泊松比为 0.4, 桩侧土极限侧摩阻力为 20 kPa; 承台埋深 0.5 m; 地下水位为 1 m; Ψ 值取 0.8; u_m 值取 8 mm; 上部结构传来的总荷载为 660 kN。当不设桩基时, 基底平均压力为 72.7 kN/m², 超过了地基承载力。

按照上节中的求解过程可求得:

$$p_0 = 30.5 \text{ kN/m}^2, \quad P_p = 385 \text{ kN}$$

将 p_0 及 P_p 代入式(13)及式(15)可得:

$$s_1 = 1.08 \text{ cm} \quad s_2 = 2.25 \text{ cm}$$

$$s = s_1 + s_2 = 3.33 \text{ cm}$$

桩身轴力分布及桩侧摩阻力分布见图 5 和图 6。

复合桩基的承载力安全系数可采用文献[7]中的关于疏桩基础的安全系数计算方法:

$$K_{sp} = K_s \frac{Q_s}{Q} + K_p \frac{Q_p}{Q}$$

式中 K_{sp} 为复合桩基的承载力安全系数; K_s 、 K_p 分别为桩间土和桩基承载力安全系数; Q_s 、 Q_p 分别为桩间土和桩承担的设计荷载;

Q 为作用在复合桩基上的设计荷载。则：

$$K_{sp} = \frac{100}{30.5} \cdot \frac{660 - 385}{660} + \frac{515}{385} \cdot \frac{385}{660} = 2.15 > 2$$

满足要求。

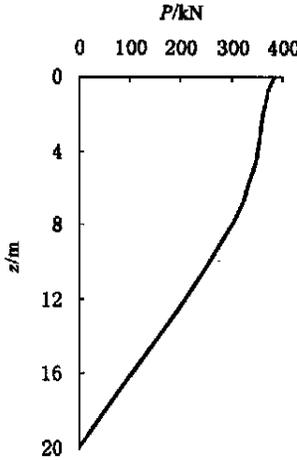


图5 桩身轴力分布图

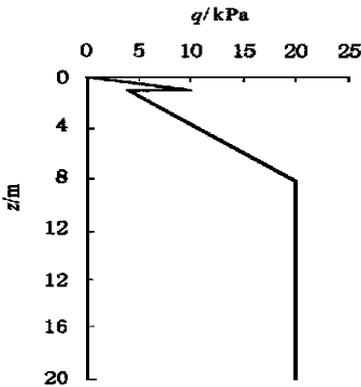


图6 桩侧摩阻力分布图

6 结论

1) 在软土地区进行的桩基设计, 当上部土层有硬壳层时, 仅考虑桩基承担上部荷载的设计是偏于保守的。而让土体承担部分荷载, 桩基部分或全部进入极限状态的设计是可行的, 而且安全系数亦能满足要求。

2) 复合桩基的沉降是一个复杂的问题, 其中桩在较大桩顶荷载下的非线性沉降、桩尖塑性贯入及土成层性的影响导致采用均质土弹性理论计算的沉降与实测沉降之间存在较大

差别。对于刚性桩而言, 桩尖塑性贯入应等于桩侧土体的压缩量, 以此为前提求解桩侧摩阻力, 进而求得桩基承载力是一种可行的方法。

3) 本文方法求解复合桩基的承载力时, 承台应有足够的面积。承台太小, 则复合桩基趋近于单桩; 基桩太短, 则复合桩基趋近于天然地基。疏桩基础中的桩基, 桩间距大于 6 d, 因而可用本文方法求解。

4) 本文的计算模型中未考虑桩侧摩阻力对桩身范围内土体的附加应力, 因而得出的结论中土体承担的荷载偏大, 桩基承担的荷载偏小。但在“长桩疏布, 宽基浅埋”原则下设计的桩基础, 应用本文方法的计算误差在工程上是可以接受的。

5) 对于刚性桩复合桩基而言, 桩的上端刺入或下端刺入是设计的关键。本文推导的是没有持力层的纯摩擦桩的情况, 由于桩的下端刺入, 桩侧摩阻力自下而上发展。而对于有良好持力层的桩, 桩与浅基间应设置 10~30 cm 的褥垫层, 在荷载的作用下, 桩基上端刺入, 桩侧摩阻力自上而下发展, 这时推导桩侧摩阻力时只需将式(5)改为:

$$u_z = \Psi_{s_z} \tag{16}$$

其余推导过程不变, 即可得到桩侧摩阻力的分布。但是, 桩端阻力的大小则主要由褥垫层的允许刺入量及桩端土的性质来确定。

6) 本文以土体为研究对象, 求解复合桩基中桩土分配比的方法, 可以直接应用于大间距群桩复合地基。此时桩土的相对位移应由整个筏板的荷载作用产生。

参 考 文 献

- 1 中华人民共和国城乡建设环境保护部. GBJ7-89 建筑地基基础设计规范. 北京: 中国建筑工业出版社, 1989
- 2 Mindlin R D. Force at a point in the interior of a semi-infinite solid. Jul Appl Phys, 1936, 7(5)
- 3 Poulos H G and Davis E H. Pile foundation analysis and design. New York: Wiley, 1980

- 4 Geddes J D. Stress in Foundation Soils due to Vertical Subsurface Loading. *Geotechnique*, 1996(3):231-255
- 5 辛金珉, 辛金璋. 高层建筑基础分析与设计. 北京: 中国建筑工业出版社, 1993
- 6 何德彦, 施云华. 明特林法计算桩沉降量中的一些探讨. *岩土工程技术*, 1999(1):31~33
- 7 郑刚, 顾晓鲁. 复合桩基设计若干问题分析. *建筑结构学报*, 2000(10)
- 8 陈明中, 龚晓南, 严平. 单桩沉降的一种解析解法. *水利学报*, 2000(8)
- 9 杨从军, 单华刚. 摩擦桩沉降变形规律及承载力确定的探讨. *岩土力学*, 2000, 21(2)
- 10 《桩基工程手册》编写委员会. 桩基工程手册. 北京: 中国建筑工业出版社, 1995

收稿日期:2001-06-18

《岩土工程技术》改为双月刊

经科学技术部批准(国科财字[2001]22号),《岩土工程技术》杂志从2002年第1期起将改为双月刊,每逢双月8日出版,定价:7元。订阅者可随时到当地邮局或向本刊编辑部索取订单订阅。

据有关国家标准和法规,并考虑到与国际标准接轨,结合本刊的具体情况,特制定了“关于文稿作者署名问题的重要约定”(详见本刊2000年第2期封3)、“论文摘要的编写规则及示例”(详见本刊2000年第3期第173页)、“插图的规范化及示例”(详见本刊2001年第1期封3)、“表格的规范化及示例”(详见本刊2000年第4期封3)、“参考文献的著录格式及示例”(详见本刊2000年第3期第129页)等等。希望广大作者向本刊投稿时,参照这些规则及示例,使论文标准化、规范化,达到出版要求,以便缩短出版周期,使论文更快的得到发表。希望广大科技工作者、专家、学者与本刊紧密合作,共同携手把《岩土工程技术》办得更好,加强技术创新,迎接知识经济的挑战!

我们的口号是:全心全意为读者和作者服务。

《岩土工程技术》编辑部

2001-08-22