文章编号:1007-2993(2007)05-0261-04

## 刚性桩复合地基上筏板基础沉降计算

张 鹞 邓安福

(重庆大学土木工程学院,重庆 400045)

【摘 要】 采用一种桩-土体系共同作用的解析解考虑刚性桩复合地基,该解析解以剪切位移法为基础,进而通过其与垫层、筏板的相互作用计算筏板基础的沉降。用自编程序对算例计算的结果与 ANSYS 计算的结果进行对比,并与工程实测进行对比,结果吻合较好,表明该方法可行,有应用前景。

【关键词】 刚性桩复合地基; 垫层; 相互作用; 沉降

【中图分类号】 TU 472

## Calculation for Settlement of the Raft on Rigid Pile Composite Foundation

Zhang Yao Deng Anfu

(College of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045 China)

**[Abstract]** The rigid pile composite foundation is simulated by an analytical expression of pile—soil system, which is based on shear displacement method. Then, the settlement of the raft by considering the interaction of the rigid pile composite foundation, the cushion and the raft are caculated. The results calculated by the program agree with the results obtained by ANSYS and on—the—spot survey, which shows this method is practical and applicable.

**(Key Words)** rigid pile composite foundation; cushion; interaction; settlement

## 0 引 言

复合地基是在天然地基中设置一定比例的增强 体,并由原土体和增强体共同承担上部结构通过基 础传来的荷载的一种人工地基。而增强体采用刚度 较大的混凝土桩或高标号 CFG 桩的则称为刚性桩 复合地基。在基础底部与复合地基之间一般铺设一 定厚度的砂石垫层,它可以调节桩一土荷载分配,实 现土体与桩体共同承担荷载,同时能达到高层建筑 所要求的地基承载能力,目前在我国高层建筑中得 到广泛的应用<sup>[1-2]</sup>。

刚性桩复合地基的设计,一般是由变形控制的。 目前复合地基沉降的计算方法有规范计算法、复合 模量法和应力修正法。但这些方法难以准确地考虑 桩一土相互作用,计算结果均有一定的偏差<sup>31</sup>。本 文采用一种通过剪切位移法确立的桩与桩、桩与土 相互作用的解析解考虑刚性桩复合地基,然后通过 与垫层、筏板的共同作用计算筏板基础的沉降。

1 筏板刚度计算

对筏板基础采用 4 节点和 3 节点的 Mindlin 板单 元进行模拟,其中3节点单元用于不规则筏板的边角 部位。 筏板划分网格时将网格节点与地基上土节点和桩 节点相对应, 每个土节点和桩节点实际代表了其周围一 定大小的受力面积。 筏板的有限元网格划分见图 1。



图 1 筏板的有限元网格划分

根据有限元理论<sup>[4]</sup>可得筏板单元的刚度矩阵

$$\boldsymbol{k}^{e} = \boldsymbol{k}_{f}^{e} + \boldsymbol{k}_{s}^{e} \qquad (1)$$
$$\boldsymbol{k}_{f}^{e} = \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \boldsymbol{B}_{f}^{T} \boldsymbol{D}_{f} \boldsymbol{B}_{f} \mid \boldsymbol{J} \mid \mathrm{d} \boldsymbol{\xi} \mathrm{d} \boldsymbol{\eta}$$
$$\boldsymbol{k}_{s}^{e} = \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \boldsymbol{B}_{s}^{T} \boldsymbol{D}_{s} \boldsymbol{B}_{s} \mid \boldsymbol{J} \mid \mathrm{d} \boldsymbol{\xi} \mathrm{d} \boldsymbol{\eta}$$
$$\boldsymbol{D}_{f} = \frac{Et^{3}}{12(1-\mu^{2})} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\mu)/2 \end{bmatrix},$$

其中:

$$D_{s} = \frac{kEt}{2(1+\mu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$B_{f} = \begin{bmatrix} 0 & -\partial N_{i} / \partial x & 0 \\ 0 & 0 & \partial N_{i} / \partial y \\ 0 & \partial N_{i} / \partial y & \partial N_{i} / \partial x, \end{bmatrix}$$
$$B_{S} = \begin{bmatrix} \partial N_{i} / \partial x & -N_{i} & 0 \\ \partial N_{i} / \partial y & 0 & -N_{i} \end{bmatrix}$$

式中 $N_i$ 为单元形函数。

2 复合地基桩-土体系刚度计算

复合地基的计算模型见图 2。设每一层土体为 均质, 第 *i* 段桩与第 *i* 土层相对应。第 *i* 层土的剪 切模量和厚度(或与之对应的桩段长度)分别为  $G_i$ 和 $l_i$ , 地基土的泊松比为  $\mu_s$ , 桩长、桩径、桩间距、横 截面积和弹性模量分别为  $L \cdot d \cdot s \cdot A_p$  及  $E_p$ 。 桩长 范围内地基的土层数为 n, 刚性基岩层的埋深为 h, 垫层厚度为  $h_c$ 。



图 2 刚性桩复合地基计算模型

2.1 单桩柔度系数计算

根据剪切位移法以及文献[5]中提出的桩与桩 相互作用模型,当桩 *j*的桩顶施加荷载时,桩 *j*的桩 段*i*上端和下端的位移与轴力为:

$$\begin{cases} u(z_{ti}) \\ P(z_{ti}) \\ P(z_{bi}) \\ P(z_{bi}) \\ P(z_{bi}) \end{cases} = [f_1(z_{bi})] \begin{cases} \alpha_i \\ \beta_i \\ \alpha_i \\ \beta_i \end{cases}$$
(2) (3)

式中: Z ti、Z bi分别为桩段 i顶部和底部的z 向坐标;

 $\begin{bmatrix} f_{1}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{\lambda_{i}z} & e^{-\lambda_{i}z} \\ -E_{p}A_{p}\lambda_{i}e^{-\lambda_{i}z} & E_{p}A_{p}\lambda_{i}e^{-\lambda_{i}z} \end{bmatrix},$ 将其中 z 换为  $z_{ii}$ 、 $z_{bi}$ 即为上式中参数。其中  $\lambda_{i}$  为桩 j 的桩段 i 的荷载传递参数:  $\lambda_{i} = \sqrt{2\pi G_{i}/(E_{p}A_{p}\ln(2r_{m}/d))},$  $r_{m}$  为桩的影响半径, 根据文献[6] 研究表明,  $r_{m}$  可 根据具体情况取 6~10d。

由式(2)、式(3) 联立可解得

$$\begin{cases} u(z_{ti}) \\ P(z_{ti}) \end{cases} = F_i \begin{cases} u(z_{bi}) \\ P(z_{bi}) \end{cases}$$
(4)

其中:  $F_i$  为 $tilde{tilde{h}}$  的  $tilde{tilde{tilde{h}}}$  的  $tilde{tilde{tilde{h}}}$  的  $tilde{tilde{tilde{tilde{tilde{h}}}}$  的  $tilde{titett}}}}}}}}}}}}$ 

$$\boldsymbol{F}_{i} = \begin{bmatrix} \operatorname{ch}(\lambda_{i}l_{i}) & \operatorname{sh}(\lambda_{i}l_{i})/(E_{\mathrm{p}}A_{\mathrm{p}}\lambda_{i}) \\ E_{\mathrm{p}}A_{\mathrm{p}}\lambda_{i}\operatorname{sh}(\lambda_{i}l_{i}) & \operatorname{ch}(\lambda_{i}l_{i}) \end{bmatrix},$$

式中:  $l_i = z_{bi} - z_{ti}$ , 即为桩段 *i* 桩长。

由式(4),根据桩段界面处轴力和位移连续性由 桩顶递推至桩端可得单桩桩顶柔度系数

$$g = \frac{u(0)}{p(0)} = \frac{F(1,1) \ b + F(1,2)}{F(2,1) \ b + F(1,2)}$$
(5)

其中:  $\begin{bmatrix} F(1,1) & F(1,2) \\ F(2,1) & F(2,2) \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^{n} F_{i}$ 。  $\delta$  为桩端土的 柔度系数, 根据弹性半空间上的 Boussinesq 解, 并考 虑桩端刚度及深度影响可得  $\delta = (1 - \mu_{b}) / 2G_{b}d$ , 式中:  $\mu_{b}$ 、 $G_{b}$ 分别为桩端土的泊松比和剪切模量。 2.2 桩一桩相互作用 柔度系数计算

采用文献 5] 中的桩与桩相互作用模型, 忽略桩 端之间的相互作用, 仅考虑桩身之间的相互作用。

当桩 *j* 上作用有荷载时, 桩 *j* 的自由位移场衰 减函数为:

$$\Psi(s) = \frac{u_{jj}(s, z)}{u_{jj}(d/2, z)} = \begin{cases} \frac{\ln(r_{\rm m}) - \ln(s)}{\ln(2r_{\rm m}) - \ln(d)} & d/2 < s < r_{\rm m} \\ 0 & s \ge r_{\rm m} \end{cases}$$
(6)

而桩 *j* 受荷引起桩 *k* 任意深度处的位移和附加 轴力为:

$$\begin{cases} u_{kj}(z) \\ P_{kj}(z) \end{cases} = [f_2(z)] \begin{cases} \alpha \\ \beta \end{cases} + [f_1(z)] \begin{cases} \eta \\ \varphi \end{cases}$$
(7)

其中:

式中: 人 为仕意深度处的荷载传递参数。

由式(2)式(3)解得式(4),由式(7)可推得:

$$\begin{pmatrix} u_{kj}(z_{ii}) \\ P_{kj}(z_{ii}) \end{pmatrix} = \mathbf{FI} \left\{ \begin{array}{c} u_{jj}(z_{bi}) \\ P_{jj}(z_{bi}) \end{pmatrix} + \mathbf{F} \left\{ \begin{array}{c} u_{kj}(z_{bi}) \\ P_{kj}(z_{bi}) \end{pmatrix} \right\}$$
(8)

其中: *FI<sub>i</sub>* 为桩 *j* 和桩 *k* 的桩段 *i* 相互作用的变换矩 阵

$$FI_{i} = -\frac{\Psi(s)}{2} \begin{bmatrix} \lambda_{i}l_{i}\operatorname{sh}(\lambda_{i}l_{i}) \\ E_{p}A_{p}\lambda_{i}[\lambda_{i}l_{i}\operatorname{ch}(\lambda_{i}l_{i}) + \operatorname{sh}(\lambda_{i}l_{i})] \\ (\lambda_{i}l_{i}\operatorname{ch}(\lambda_{i}l_{i}) - \operatorname{sh}(\lambda_{i}l_{i})) / E_{p}A_{p}\lambda_{i} \\ \lambda_{i}l_{i}\operatorname{sh}(\lambda_{i}l_{i}) \end{bmatrix},$$

由(8)式,根据桩段界面处轴力和位移连续性由 桩顶递推至桩端可得桩一桩相互作用柔度系数:

$$\mathfrak{F}_{j}^{p} = \frac{u_{kj}(0)}{p_{jj}(0)} = \frac{FI(1,1) \ \mathfrak{F} + FI(1,2)}{F(2,1) \ \mathfrak{F} + F(2,2)}$$

$$\frac{F(1,1) \ \ black + F(1,2)(FI(2,1) \ \ black + FI(2,2))}{(F(2,1) \ \ black + F(2,2))^2}) \quad (9)$$

其中:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{FI}(1,1) & \mathbf{FI}(1,2) \\ \mathbf{FI}(2,1) & \mathbf{FI}(2,2) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{n} \prod_{t=1}^{i-1} \mathbf{F}_{t} \mathbf{FI}_{i_{t}=i+1} \mathbf{F}_{t}$$

2.3 桩-土相互作用柔度系数计算

根据单桩的柔度系数以及单桩自由位移场的衰减函数,可以求出在桩 *j* 作用单位荷载时,距桩轴线 任意距离 *S* 处土的竖向位移,即桩-土相互作用的 柔度系数

$$\check{q}_{j}^{p} = \check{g}_{g}^{s} = \Psi(s) \check{q}_{j} \tag{10}$$

其中:g为与桩轴线相距 s的土体单元编号。 2.4 土-土相互作用柔度系数计算

采用以分层总和法为基础的分层地基模型进行 计算<sup>17</sup>。将土体表面划分为若干个小网格,每一网 格中心对应一个节点。则节点 *k、j* 之间的相互作 用柔度系数为

$$\mathfrak{F}_{j} = \mathfrak{F}_{k} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\sigma_{kji}}{E_{ski}} h_{ki}$$
(11)

其中:  $\sigma_{kji}$ 为按 Boussinesq 解求得的 k 节点下第 i 土 层所产生的竖向平均附加应力;  $h_{ki}$ 、 $E_{ski}$ 分别为 k 节 点下第 i 土层的厚度和压缩模量。

由式(5)、式(9)、式(10)、式(11)可形成桩一土 体系的柔度矩阵,对其求逆可得到桩-土体系的刚度 矩阵 *K*<sub>sp</sub>。

3 考虑垫层的作用

对垫层采用 Winkler 地基模型(即分布的弹簧) 进行模拟,则垫层的柔度系数为

$$\hat{Q} = h_c / EA' \tag{12}$$

式中: A<sup>1</sup>为弹簧的考虑面积,可以取桩的横截面积 或土节点的对应面积; E 对应土节点取侧限压缩模 量,对应桩取变形模量。

将垫层的柔度系数考虑进桩-土体系的柔度矩 阵,只需将原矩阵的对角元修正为

$$\delta'_{ii} = \delta_i + h_c / EA' \tag{13}$$

将其代入桩-土体系的柔度矩阵,再求逆可得垫 层-桩-土体系的刚度矩阵 K<sub>spc</sub>。

4 共同作用的整体方程

对于筏板根据有限元原理可得平衡方程

$$\boldsymbol{K}_r \boldsymbol{U} = \boldsymbol{Q} - \boldsymbol{T} \tag{14}$$

式中:  $U_{x}K_{r}$  分别为筏板的位移矩阵和刚度矩阵; Q 为筏板所受外荷; T 为板底部所受反力。

同时, T 又是作用在垫层-桩-土体系上的力, 由

平衡关系可得

$$\boldsymbol{K}_{\text{spc}} \boldsymbol{U} = \boldsymbol{T} \tag{15}$$

相应矩阵扩为同阶后,将上式代入式(14)可得 (K<sub>spc</sub>+K<sub>r</sub>)U=Q (16)

由上式即可求出筏板的沉降。

5 程序设计

根据上述理论,在 Visual C++6.0 集成开发环 境中编写和调试面向对象程序 OOAPRPCFRS(Object-Oriented Analytical Program for Rigid Pile Composite Foundation—Raft System)<sup>[8-10]</sup>。该程序可用 于均质地基和层桩地基上刚性桩复合地基与筏板基 础共同作用的分析与计算。该程序主框图见图 3。



图 3 程序主框图

6 算例分析

算例 1(理论算例)设 10.5 m×10.5 m 的方形 筏板基础,板厚为 0.6 m。筏板下为 7×7 刚性桩 复合地基,桩长 6 m,桩径 0.5 m,桩距 1.5 m。垫层 厚0.2 m,变形模量为 25 M Pa, 泊松比为 0.25。筏 板上均布荷载为 250 kN/m<sup>2</sup>。地基土的性质指标 见表 1。

表1	地基土层性质指标

土层号	土层名称	<b>厚度</b> / m	E/MPa	$\mu_s$	
1	粉土	3. 0	7.5	0. 45	
	黏土				
2	粉土	5. 5	10. 5	0.45	

取 1/4 筏板面积,得计算简图(见图 4)。

采用自编程序和 ANSYS 分别对上述算例进行 计算,得到筏板基础沿 *x* 轴的沉降分布(见图 5.)



算例 2 采用文献[11] 中的算例 3 进行计算分 析。该工程筏板基础为 26.7 m×26.9 m,复合地基 桩长 16 m,桩径 0.415 m,桩间距 1.4 ~ 1.5 m, 150 mm厚碎石垫层。上部为 25 层剪力墙结构,2 层 地下室。各参数的取值见参考文献[11]。

采用自编程序计算的平均沉降值为 36.2 mm。 该工程结构封顶时的实测沉降为 21.4 mm, 预估最 终沉降量为 30.6~35.7 mm。

7 结 论

采用自编的面向对象程序对两算例进行了计 算,通过对比其结果,证明本文程序能够较好地对复 合地基筏板基础问题进行分析计算,具有一定的可

(上接第260页)

参考文献

- [1] 刘 波,韩彦辉. FLAC 原理、实例与应用指南[M]. 北京:人民交通出版社,2005.
- [2] 杨 勇,郭子雄,聂建国,等.型钢混凝土结构 AN-SYS 数值模拟技术研究[J].工程力学,2006,23(4): 79-85.
- [3] 张旭芝,苻飞跃,王星华.南京地铁软-流塑淤泥质地 层劈裂注浆试验研究[J].水文地质与工程地质, 2004,31(1):67-70.

行性,能为工程中刚性桩复合地基上筏板基础的沉 降计算提供参考。

本文只对基础进行了分析,没有考虑上部结构刚 度对基础的影响,所以筏板基础的不均匀沉降较大。

## 参考文献

- [1] 龚晓南.复合地基理论及工程应用[M].北京:中国建 筑工业出版社,2002.
- [2] 张爱军,谢定义.复合地基三维数值分析[M].北京: 科学出版社,2004.
- [3] 宋二祥,沈 伟,等. 刚性桩复合地基-筏板基体系 内力、沉降计算方法].岩土工程学报,2003,25(3): 268-272.
- [4] 朱伯芳.有限单元法原理与应用[M].北京:中国水 利水电出版社,1998.
- [5] M YLONAKIS, G. & GAZETAS, G. Settlement and additional internal forces of grouped piles in layered soil
   [J]. Geotechnique, 1998, 48(1): 55-72.
- [6] 张建辉. 层状地基上桩筏基础的分析方法及其布桩 优化研究 DJ. 重庆: 重庆建筑大学, 1999.
- [7] 董建国,赵锡宏.高层建筑地基基础-共同作用理论
  与实践[M].上海:同济大学出版社,1997.
- [8] 吴晓涵. 面向对象结构分析程序设计[M]. 北京: 科 学出版社, 2002.
- [9] 王 华. Visual C++6.0 编程实例与技巧[M].北 京:机械工业出版社, 1999.
- [10] 钱 能. C++6.0程序设计教程 M].北京:清华大 学出版社,1999.
- [11] 池跃君. 刚性桩复合地基工作性能及沉降计算方法的研究 DJ. 北京:清华大学,2002

收稿日期: 2007-08-20

- [4] 张照亮,赵德安,等.注浆黄土原位剪切试验分析[J].交通标准化,2006,(5):59-62.
- [5] 丁秀美,黄润秋,藏亚君.预应力锚索框架作用下附加应力的FLAC-3D模拟[J].成都理工大学学报(自然科学版),2003,30(4):339-345.
- [6] 孙训芳等编. 材料力学 M]. 北京:高等教育出版社, 2002.

收稿日期: 2007-08-20