

软土固结中孔压消散的有限元方法

张吉园 安 危 张志勇
(武汉水利电力大学, 武汉 430072)

【摘要】 在有限元中实现土体固结时孔压消散有两种方法, 并对一实例作了分析, 比较了它们的异同。

【关键词】 孔压消散; 二次荷载法; 流量改变法; 有限元法

【Abstract】 Two methods of pore pressure dissipation during consolidation via the finite element method are introduced. The difference between their numerical results is compared through analysing an in-situ project.

【Key words】 pore pressure dissipation; next load method; flow change method; finite element method

0 引言

1941年建立的比奥(Biot)固结理论, 由于考虑了孔隙水压力与变形的联系, 被称为较完善的“真固结理论”。近十几年来, 国内外学者利用有限元分析法对比奥固结问题进行了研究, 取得了可喜的成果。用有限元法解比奥固结方程, 将遇到如何将土体中的孔压转化为有效应力的问题。解决好这个问题, 直接影响到计算成果的价值, 尤其在模拟土中孔压随时间的变化过程方面, 具有重大意义。

如何解决这个问题而实现对软土固结中孔压消散, 有效应力增长过程, 中外学者的观点各有差异, 但都不外乎以下两种方法:

- 1) 二次荷载法;
- 2) 流量改变法。

笔者在综合前人成果的基础上, 采用常用的邓肯-张 $E-H$ 本构模型, 编制了平面问题的比奥固结有限元程序。根据上海炼油厂1050号油罐的地基固结变形实例资料, 笔者用上述两种方法分别进行了演算。本文将介

绍两种方法的原理及在有限元中的实现过程, 比较其计算结果, 并解释了两种方法的异同。

1 二次荷载法原理

由于外荷载的变化, 将引起土体中孔隙水压力的变化。外荷载的增加, 一部分转化为土体中的有效应力, 一部分将引起孔隙水压力的增加。所谓二次荷载法, 即将一次加荷后产生的孔压, 全部转化为外荷载, 再次作为加荷增量施加于土体, 将会得到第二次的孔压增量, 又将其转化为外荷, 如此类推下去, 从而模拟孔压的消散, 即土体的固结过程。

1.1 二次荷载法的有限元方程

在平面问题中, 由虚位移原理、有效应力原理和几何物理方程, 可推导出比奥固结的有限元平衡方程, 对弹性非线性本构模型或 $t \sim (t + \Delta t)$ 计算时段荷载匀速施加情形, 可将方程写成增量形式:

$$[k_e] \{\Delta \delta\} + [k_{ep}] \{\Delta p\} = \{\Delta R\} \quad (1)$$

式中: $[k_e]$ 为通常的单元劲度矩阵, 其对应于

结点位移; $[k_{ep}]$ 为对应于孔隙水压力的总刚度矩阵; $\{\Delta \delta\}$ 为结点位移增量; $\{\Delta p\}$ 为孔隙水压力增量; $\{\Delta R\}$ 为外荷增量。

根据达西定律, 在固结过程中通过计算域边界流出的流量的改变量为

$$\{\Delta Q\} = [k_p] \int_t^{t+\Delta t} \{p\} dt \quad (2)$$

式中: $[k_p]$ 为单元的渗透流量矩阵。

在二次荷载法中, 由上一级外荷增量而引起的孔压均转化为等价外荷施加于土体上, 故可将每一级计算的最初孔压视为零。故上式可写为:

$$\{\Delta Q\} = [k_p] \{\Delta p\} \Delta t \quad (3)$$

而计算域的体积改变量可表示为:

$$\{\Delta V\} = [k_{\varphi}]^T \{\Delta \delta\} \quad (4)$$

由 $\{\Delta Q\} = \{\Delta V\}$, 可以得到连续性方程:

$$[k_{ep}]^T \{\Delta \delta\} - [k_p] \{\Delta p\} \Delta t = 0 \quad (5)$$

联立式(1)、(5)可得比奥固结问题的有限元方程:

$$\begin{bmatrix} k_c & k_{\varphi} \\ k_{\varphi}^T & -\Delta k_{10} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta R \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

1.2 二次荷载的形成

由于有限元计算是按一个个 Δt 的时间间隔进行的, 这就使得二次荷载的形成十分方便。我们可把荷载分成为若干阶段分别在不同时刻施加, 在某一时刻, 将前面已加荷载中到该时刻尚未被有效应力平衡的那部分荷载, 即孔隙水压力对应的那部分荷载, 与该时刻新增加的荷载增量叠加在一起, 作以后各 Δt 的消散计算。假设我们把实际加荷过程分为四级, 如图 1 中虚线阶梯状所示。 $\{R_1\}$ 在时刻 t_1 施加, 把 t_1 到 t_2 分成若干 Δt , Δt 也可不等分隔, 用有限元计算在 $\{R_1\}$ 作用下, 这几个 Δt 后的孔隙水压力消散情况。当计算到 t_2 时, 发生的位移所对应的有效应力已经平衡了 $\{R_{11}\}$ 的荷载。由于孔隙水压力尚未完全消散, 尚有 $\{R_1\} - \{R_{11}\}$ 的荷载没有被平衡。此时又增加了第二级荷载 $\{R_2\}$, 则从 t_2

开始, 以 $\{R_1\} - \{R_{11}\} + \{R_2\}$ 作荷载进行下阶段的计算。计算到 t_3 时又将未平衡的荷载加上 $\{R_3\}$ 继续计算。如此反复可计算各级荷载。这样, 土体中任一时刻的位移, 孔隙水压力, 有效应力, 应变等的分布情况都可清楚地计算出来。

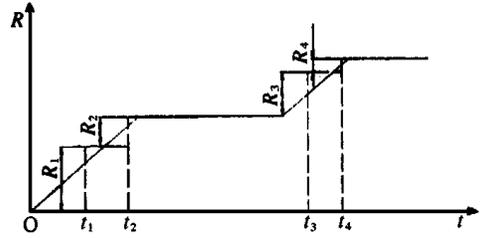


图 1 加荷过程图

2 流量改变法原理

土体中由于外荷作用, 将产生未平衡了的孔隙水压力, 由于各点压力水头的不同, 孔隙水将在土体中产生流动。随着孔隙水的流动, 土体中各领域的水量发生变化。随着时间的推移, 各点的孔隙水压力将趋于均衡, 即土体中各领域的水量变化量变小。根据粘土的饱和条件, 在固结过程中通过计算域边界流出的流量等于该领域的体积改变量, 利用达西定律计算出各计算时段的流量改变量, 通过有限元计算, 便可以得出相应的有效应力及孔压的改变量。

2.1 流量改变法的有限元方程

流量改变法的平衡方程与二次荷载法的相同, 即式(1)。两种方法的主要区别在于连续性方程的形成中。

对于式(2), 此处不将上一级的孔压转化为等价外荷, 而是让其参与下一级水量变化的计算。故:

$$\{p\} = \{p_t\} + \beta \{\Delta p\} \quad (7)$$

式中: $\{p_t\}$ —— t 时刻前一时段的孔隙水压力, kPa;

β —— 时刻差分系数, 其值取决于该时段内 $\{\Delta p\}$ 假定的变化

形式。

因此,式(2)为:

$$\{\Delta Q\} = [k_p] (\{p_1\} + \beta \{\Delta p\}) \Delta t \quad (8)$$

由 $\{\Delta Q\} = \{\Delta V\}$,有:

$$[k_\phi]^T \{\Delta \delta\} - \beta \Delta t [k_p] \{\Delta p\} = \{\Delta R_w\} \quad (9)$$

式中: $\{\Delta R_w\}$ 为 t 时刻结点孔隙水压力所对应的结点力矢量。

$$\{\Delta R_w\} = \Delta t [k_p] \{p_1\} \quad (10)$$

于是,可得方程组:

$$\begin{bmatrix} k_e & k_{ep} \\ k_\phi^T & -\beta \Delta t k_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta R \\ \Delta R_w \end{Bmatrix} \quad (11)$$

比较式(6)和式(11)可以看出,上一级孔压对下一级计算的影响,在二次荷载法中体现在 $\{\Delta R\}$ 的改变上,而在流量改变法中则体现在 $\{\Delta R_w\}$ 的改变上。

3 实例计算

本文以上海金山炼油厂 1050 号油罐充水预压及使用过程为实例,以两种方法对该油罐地基的固结过程进行了计算,并将计算结果与实测结果对照。实例工程概况及实测资料来自文献[1],计算模型及参数的选取见文献[1]、[2]。油罐直径 $D=40.63$ m,实测资料表明,基础下 36 m 的沉降已经很小,故计算深度取为 40 m,水平计算宽度取 1.5 倍半径,即 30 m。

采用邓肯-张 E^u 本构模型,分别对第 2 次充水完(1971 年 2 月)、投产 2 年(1973 年 2 月)和投产 9 年(1980 年 1 月)油罐基础边缘沉降量进行了计算。

在使用流量改变法计算中,为了得到稳定的解,在[0.5,1]范围内,对 β 取不同的数值进行了计算。计算中发现,当 $\beta=1$ 时,其计算结果与二次荷载法结果完全相同,可将二次荷载法看作流量改变法的一个特例。

为了直观,将 $\beta=1$ (亦即二次荷载法)、 $\beta=0.5$ 、 $\beta=0.8$ 时的计算结果及实测结果绘于同一曲线图内。各工况的情形分别见图 2、图 3 和图 4。从图中可以看出,计算结果与实

测结果较为吻合。其中 $\beta=0.5$ 时的计算结果较为偏大, $\beta=1$ 时计算结果较为偏小。

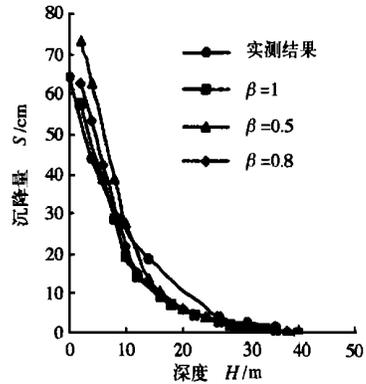


图 2 第 2 次充水深度-沉降关系曲线

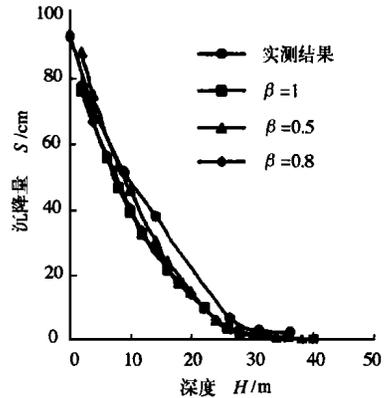


图 3 投产 2 年深度-沉降关系曲线

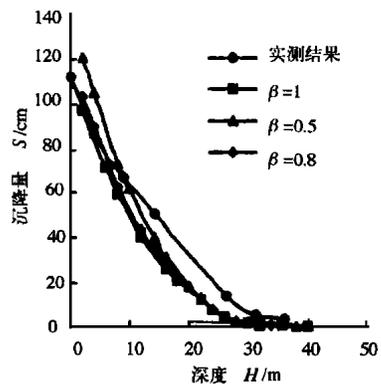


图 4 投产 9 年深度-沉降关系曲线

造成 β 的取值对计算结果的影响原因在于,计算时段内孔隙水压力增量 Δp 的变

(下转 38 页)

同砾石含量的 $\rho_{d \max}$ 实测资料时,可直接用本文提出的经验公式(3)、(4)并结合式(1)进行计算已能满足要求。但从试验成果的规律、计算的吻合程度及与工程性质的密切关系看,以击后(试后)砾石含量计算较为合理,至于 ρ_s 多大时才对理论式进行修正,有关作者提出了各自的看法^[1,4],但均没有明确砾石含量是试前值还是试后值,且对砾石的界限粒径存在分歧。总的看来,本文提出的当击前砾石含量大于 10%,击后砾石含量大于 35% 时开始修正较为反映实际。

3 结 语

①用砾质土做为防渗体,考虑到现场条件与室内存在一定差异等不利因素,为确保土料的防渗效果,建议施工时宜控制压后砾石含量 $\geq 50\%$, $< 0.074 \text{ mm}$ 含量 $> 10\%$ 为宜,并应采用重型机具碾压密实。

②砾质土的击实(压实)后干密度与土料母岩性质、风化程度关系密切。

③当缺乏砾质土不同砾石含量的最大干

密度实测资料时,建议用本文提出的经验公式计算较为合理,而砾质土的最优含水量可利用细料($< 5 \text{ mm}$)最优含水量与粗料吸着含水量按击后(压后)粗细料比例换算求得,其计算误差完全满足规范要求。

④从试验成果的规律性、各项计算的精度及与工程性质的密切关系看,以击后(试后)砾石含量反映砾质土有关物理力学指标或计算较为合理。

参 考 文 献

- 1 王继庄等. 软岩风化料高土石坝防渗体的工程特性. 岩土工程学报, 1991, 13(3): 3~12
- 2 南京水利科学院等. SDS01-79 土工试验规程(上册). 北京: 水利出版社, 1981. 86~88
- 3 杨荫华. 土石料压实和质量控制. 北京: 水利电力出版社, 1992. 58~65
- 4 顾淦臣编著. 土石坝地震工程. 南京: 河海大学出版社, 1989. 238~240

收稿日期: 1999-06-23

(上接 33 页)

化形式与 β 的取值不相符合。当 β 取 0.5 时,即假定 Δp 的变化为三角形变化形式;当 β 取 1 时,即假定 Δp 的变化为直线均匀变化。显然,这两种假定过分简化了孔压变化形式。由此,造成了计算结果的误差。而取 $\beta=0.8$ 时,其结果介于前面两者之间,说明了合理的取用 β 值是减少误差的方法。另外,将计算时段 Δt 选取的尽量小也是减少误差的有效方法。

4 结 语

比奥固结理论是考虑孔隙水压力与土的固结变形耦合的严格的固结理论。为了在有限元计算中实现其耦合过程,本文总结了孔压消散到有效应力引起固结变形的两种方法。流量改

变法是通过各计算时段流量的改变来实现孔压到变形的变化。而二次荷载法是通过孔压等效荷载的改变来实现的。计算结果表明,二次荷载法可看作流量改变法在 $\beta=1$ 时的特例。为了减少计算误差,足够小的计算时段 Δt 与合理的 β 取值是行之有效的方法。

参 考 文 献

- 1 徐至钧,魏汝龙等. 圆形油罐地基变形特性的研究. 见中国土木工程学会主编. 第三届土力学及基础工程学术会议论文集. 北京: 中国建筑工业出版社, 1981, 228~239.
- 2 王志建等. 软土地基 Biot 固结的一种有限元方法. 岩土工程学报, 1990, 12(6): 91~98

收稿日期: 1999-06-25