

# 软土考虑 $K_0$ 固结非线性弹性模型的研究及其应用

王新波 毛鹏飞 翟松涛

(总装备部工程设计研究总院, 北京 100028)

**【摘要】** 通过研究软土各向等压固结不排水三轴试验和  $K_0$  固结不排水三轴试验的应力-应变关系的归一化性状, 建立一个软土考虑  $K_0$  固结非线性弹性模型, 并结合工程实例, 检验其适用性。

**【关键词】** 软土;  $K_0$  固结; 非线性弹性模型

**【中图分类号】** TU411.3

## Study and Application of a Nonlinear Elastic Model Considering $K_0$ -Consolidation for Soft Clay

**【Abstract】** Through researching the normalized behavior of stress-strain relationships in CIU tests and  $C K_0 U$  tests for soft clay, a nonlinear elastic model considering  $K_0$ -consolidation is established. Then by means of an engineering project, its applicability is tested.

**【Key words】** soft clay;  $K_0$ -consolidation; nonlinear elastic model

### 0 引言

在土体所具有的复杂的力学特性和影响因素中, 有两个方面值得特别注意: 一方面, 天然沉积的土体的力学性能是非线性的; 另一方面, 天然沉积的土体的初始应力状态并非是处于各向等压固结状态, 而通常是处于  $K_0$  固结状态。这两个方面对土体的应力-应变关系性状有很大影响。本文所建立的软土考虑  $K_0$  固结非线性弹性模型, 既能考虑土体的力学性能的非线性, 又能考虑土体的初始应力状态(即  $K_0$  固结状态)对土体的应力-应变关系的影响。

### 1 软土应力-应变关系的归一化性状研究

在上海地区的标准地层中, 第③、④、⑤层土都属于代表性的软土。为了对比研究, 对每一层土均取两组试样, 对其中一组试样做各向

等压固结不排水三轴试验, 而对另一组试样做  $K_0$  固结不排水三轴试验。在  $K_0$  固结阶段, 可以测定静止土压力系数  $K_0$  值: 土层③为 0.500; 土层④为 0.600; 土层⑤为 0.555。由于篇幅所限, 本文中凡涉及三个土层的类似图示, 均以第③层土为代表, 而第④层土与第⑤层土的具体图示详见文献[1]。

#### 1.1 各向等压固结不排水三轴试验的应力-应变关系的归一化性状研究

对各向等压固结不排水三轴试验的应力-应变关系曲线按围压  $\sigma_c$  进行归一化, 并绘制归一化应力-应变关系曲线, 见图 1。

从图中可以看出,  $\varepsilon_1 \cdot \sigma_c / (\sigma_1 - \sigma_3)$  与  $\varepsilon_1$  之间的关系基本为直线关系, 可用下式表示:

$$\frac{\varepsilon_1 \cdot \sigma_c}{\sigma_1 - \sigma_3} = a_1 + b_1 \cdot \varepsilon_1 \quad \text{即} \quad \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_c} = \frac{\varepsilon_1}{a_1 + b_1 \cdot \varepsilon_1} \quad (1)$$

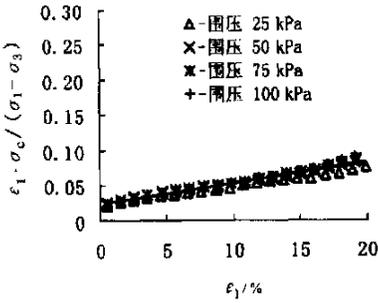


图1  $\epsilon_1 \cdot \sigma_c / (\sigma_1 - \sigma_3) - \epsilon_1$  关系曲线图

式(1)反映出各向等压固结不排水三轴试验的归一化应力-应变关系曲线具有双曲线形

表1 各向等压固结不排水三轴试验的归一化应力-应变关系曲线的参数表

土层序号	土层名称	$a_1$	$b_1$	$1/a_1$	$1/b_1$
③	淤泥质粉质粘土	0.023 61	0.416 67	42.355	2.400
④	淤泥质粘土	0.028 34	0.709 22	35.286	1.410
⑤	粘土	0.021 12	0.501 21	47.348	1.995

1.2  $K_0$  固结不排水三轴试验的应力-应变关系的归一化性状研究

对  $K_0$  固结不排水三轴试验的应力-应变关系曲线按侧向围压  $\sigma_c$  进行归一化,并将归一化应力-应变关系曲线绘制在坐标系中,见图2。

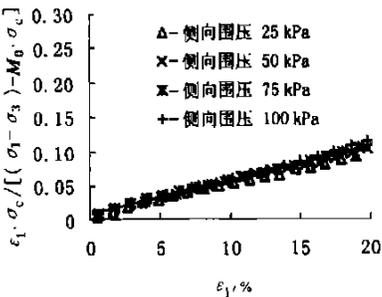


图2  $\epsilon_1 \cdot \sigma_c / [(\sigma_1 - \sigma_3) - M_0 \cdot \sigma_c] - \epsilon_1$  关系曲线图

图中  $M_0$  为  $K_0$  固结状态的  $(\sigma_1 - \sigma_3) / \sigma_c$  的值,  $M_0 = 1 / K_0 - 1$ , 其中  $K_0$  为静止土压力系数。从图中可以看出,  $\epsilon_1 \cdot \sigma_c / [(\sigma_1 - \sigma_3) - M_0 \cdot \sigma_c]$  与  $\epsilon_1$  之间基本为直线关系,可用下式

状。

各向等压固结不排水三轴试验的归一化应力-应变关系曲线的参数  $a_1$  和  $b_1$  的物理意义为:参数  $a_1$  的倒数为各向等压固结不排水三轴试验的归一化应力-应变关系曲线的初始切线斜率,是反映土体在相应条件下变形特征的特征值;参数  $b_1$  的倒数为各向等压固结不排水三轴试验的归一化应力-应变关系曲线的渐近线值,是反映土体在相应条件下强度特征的特征值。上海软土的各向等压固结不排水三轴试验的归一化应力-应变关系曲线的参数  $a_1$  和  $b_1$  值见表1。

表示:

$$\frac{\epsilon_1 \cdot \sigma_c}{(\sigma_1 - \sigma_3) - M_0 \cdot \sigma_c} = a_{k_0} + b_{k_0} \cdot \epsilon_1$$

即

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_c} - M_0 = \frac{\epsilon_1}{a_{k_0} + b_{k_0} \cdot \epsilon_1} \quad (2)$$

式(2)反映出  $K_0$  固结不排水三轴试验的归一化应力-应变关系曲线具有双曲线形状。

$K_0$  固结不排水三轴试验的归一化应力-应变关系曲线的参数  $a_{k_0}$  和  $b_{k_0}$  的物理意义为:参数  $a_{k_0}$  的倒数为  $K_0$  固结不排水三轴试验的归一化应力-应变关系曲线的初始切线斜率,是反映土体在相应条件下变形特征的特征值;参数  $b_{k_0}$  的倒数为  $K_0$  固结不排水三轴试验的归一化应力-应变关系曲线下移  $M_0$  后的渐近线值,是反映土体在相应条件下强度特征的特征值。上海软土的  $K_0$  固结不排水三轴试验的归一化应力-应变关系曲线的参数  $a_{k_0}$  和  $b_{k_0}$  值见表2。

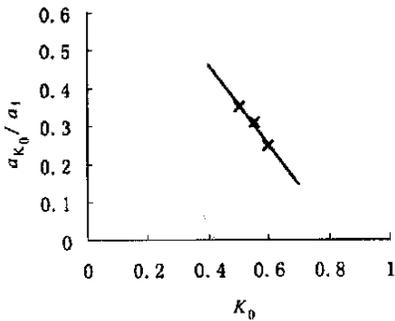
表2  $K_0$  固结不排水三轴试验的归一化应力-应变关系曲线的参数表

土层序号	土层名称	$a_{k_0}$	$b_{k_0}$	$1/a_{k_0}$	$1/b_{k_0}$
③	淤泥质粉质粘土	0.008 32	0.554 77	120.192	1.803
④	淤泥质粘土	0.007 08	0.656 14	141.243	1.524
⑤	粘土	0.006 51	0.560 28	153.610	1.785

### 1.3 $K_0$ 固结和各向等压固结不排水三轴试验的归一化应力-应变关系曲线的参数之间的关系

#### 1.3.1 $a_{k_0}/a_1$ 与 $K_0$ 之间的关系

$a_{k_0}/a_1$  与  $K_0$  的关系见图 3。

图3  $a_{k_0}/a_1$ - $K_0$  关系曲线图

从图 3 中可以看出,  $a_{k_0}/a_1$  与  $K_0$  值之间基本为直线关系, 可用下式表示:

$$\frac{a_{k_0}}{a_1} = m_a + n_a \cdot K_0 \quad (3)$$

对上海软土的  $a_{k_0}/a_1$  值及其相应的  $K_0$  值进行统计, 可以得到:

$$m_a = 0.881\ 07; n_a = -1.045\ 99。$$

式(3)可改写为:

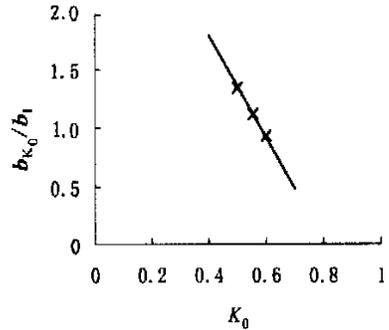
$$a_{k_0} = (m_a + n_a \cdot K_0) a_1 \quad (4)$$

#### 1.3.2 $b_{k_0}/b_1$ 与 $K_0$ 之间的关系

$b_{k_0}/b_1$  与  $K_0$  的关系见图 4。

从图 4 中可以看出,  $b_{k_0}/b_1$  与  $K_0$  值之间基本为直线关系, 可用下式表示:

$$\frac{b_{k_0}}{b_1} = m_b + n_b \cdot K_0 \quad (5)$$

图4  $b_{k_0}/b_1$ - $K_0$  关系曲线图

对上海软土的  $b_{k_0}/b_1$  值及其相应的  $K_0$  值进行统计, 可以得到:

$$m_b = 3.540\ 69; n_b = -4.368\ 32。$$

式(5)可改写为

$$b_{k_0} = (m_b + n_b \cdot K_0) b_1 \quad (6)$$

## 2 软土考虑 $K_0$ 固结非线性弹性模型研究

### 2.1 软土考虑各向等压固结非线性弹性模型研究

#### 2.1.1 考虑各向等压固结非线性弹性模型的建立

根据各向等压固结不排水三轴试验按围压归一化的应力-应变关系曲线, 可以推导出一个考虑各向等压固结的切线模量表达式:

$$E_t = \frac{\sigma_c}{a_1} \left[ 1 - \frac{b_1(\sigma_1 - \sigma_3)}{\sigma_c} \right]^2 \quad (7)$$

各向等压固结不排水三轴试验中的试样, 在剪切过程中, 因为处于不排水状态, 所以其体积保持不变, 故其切线泊松比表达式为:

$$\nu_t = 0.5 \quad (8)$$

从而, 式(7)和式(8)即构成了考虑各向等压固结非线性弹性模型。该模型共有两个参

数,即  $a_1$  和  $b_1$ 。

### 2.1.2 考虑各向等压固结非线性弹性模型参数的确定

对同一层土的一组试样,施加不同的围压  $\sigma_c$ ,分别进行各向等压固结不排水三轴试验,把相应的应力-应变关系曲线整理成如图 1 所示的直线,直线的截距和斜率即分别为参数  $a_1$  和  $b_1$  值。

## 2.2 软土考虑 $K_0$ 固结非线性弹性模型研究

### 2.2.1 考虑 $K_0$ 固结非线性弹性模型的建立

根据  $K_0$  固结不排水三轴试验按侧向围压归一化的应力-应变关系曲线,可以推导出一个考虑  $K_0$  固结的切线模量表达式:

$$E_t = \frac{\sigma_c}{a_{k_0}} \left[ 1 + b_{k_0} \left( \frac{1}{K_0} - 1 \right) - \frac{b_{k_0} (\sigma_1 - \sigma_3)}{\sigma_c} \right]^2 \quad (9)$$

$K_0$  固结不排水三轴试验中的试样,在剪切过程中,因为处于不排水状态,所以其体积保持不变,故其切线泊松比表达式仍为式(8)。

从而,式(9)和式(8)即构成了考虑  $K_0$  固结非线性弹性模型。该模型共有三个参数,即  $a_{k_0}$ 、 $b_{k_0}$  与  $K_0$ 。

当  $K_0 = 1$  时,  $K_0$  固结即为各向等压固结,同时  $a_{k_0}$  和  $b_{k_0}$  即为  $a_1$  和  $b_1$ ,显而易见,此时式(9)与式(7)完全相同。另外,考虑  $K_0$  固结非线性弹性模型的切线泊松比表达式又与考虑各向等压固结非线性弹性模型的切线泊松比表达式相同。这说明,考虑各向等压固结非线性弹性模型仅仅是考虑  $K_0$  固结非线性弹性模型当  $K_0 = 1$  时的特殊情况。

### 2.2.2 考虑 $K_0$ 固结非线性弹性模型参数的确定

#### 1) $a_{k_0}$ 和 $b_{k_0}$ 值的确定

首先,通过各向等压固结不排水三轴试验

确定  $a_1$  和  $b_1$  值,然后,由式(4)和式(6)即可分别确定  $a_{k_0}$  和  $b_{k_0}$  值。

#### 2) $K_0$ 值的确定

静止土压力系数  $K_0$  值可以由  $K_0$  固结仪或  $K_0$  固结三轴试验确定。

### 2.3 应力-应变计算结果与试验结果比较

利用考虑  $K_0$  固结非线性弹性模型所得到的计算结果与相应的  $K_0$  固结不排水三轴试验结果在总体上是比较接近的,见图 5。由此可见,本文所建立的软土考虑  $K_0$  固结非线性弹性模型能够考虑土体的初始应力状态(即  $K_0$  固结状态)对土体的应力-应变关系的影响。

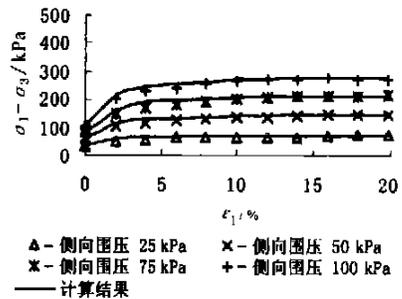


图 5 应力-应变关系曲线的计算结果与试验结果比较图

## 3 工程应用分析

### 3.1 工程概况

为了检验本文所建立的软土考虑  $K_0$  固结非线性弹性模型的适用性,以上海一幢 12 层的住宅建筑为工程实例进行计算分析<sup>①</sup>。

### 3.2 计算结果及分析

#### 3.2.1 地基变形

地基变形的计算结果与实测结果的比较见表 3。表中的实测结果是建筑物竣工时所测,由于此时建筑物的变形远未稳定,为了便于比较,故计算分析时选用由固结不排水三轴

① 上海四平大楼箱形基础测试研究报告·同济大学结构理论研究所土力学及基础工程教研室,1981

试验所确定的参数。

表3 地基变形计算结果与实测结果比较

计算模型	平均沉降 s/cm	平均横向倾斜 /%	平均纵向挠曲 /%
考虑 $K_0$ 固结非线性弹性模型	9.121	0.071 2	0.010 13
考虑各向等压固结非线性弹性模型	11.863	0.102 5	0.019 88
实测结果	7.648	0.046 8	0.009 04

从表中可以看出,利用考虑  $K_0$  固结非线性弹性模型计算所得到的地基变形比利用考虑各向等压固结非线性弹性模型所得到的计算结果小,且二者均大于实测结果;相对于考虑各向等压固结非线性弹性模型而言,利用考虑  $K_0$  固结非线性弹性模型计算所得到的地基变形较为接近于实测结果。从计算结果与实测结果的比较可见,在计算建筑物的地基变形时,应当考虑土体的初始应力状态(即  $K_0$  固结状态)的影响。

### 3.2.2 基底反力

相对于考虑各向等压固结非线性弹性模型而言,利用考虑  $K_0$  固结非线性弹性模型计算所得到的基底反力较为接近于实测结果,见图6。但总的来说,土体的初始应力状态(即  $K_0$  固结状态)对基底反力的影响程度小于其对地基变形的影响程度。

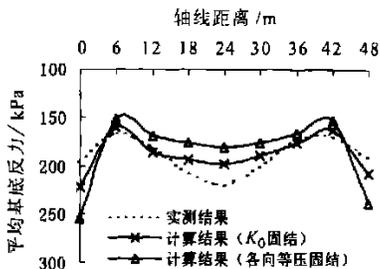


图6 纵向平均基底反力的计算结果与实测结果比较图

## 4 结论

1)上海软土的  $K_0$  固结和各向等压固结不排水三轴试验的应力-应变关系均具有归一化性状,并且其归一化应力-应变关系曲线不仅具有双曲线形状,而且参数之间还具有一定的关系。

2)本文从归一化应力-应变关系曲线出发,建立软土考虑各向等压固结非线性弹性模型,从而推广建立软土考虑  $K_0$  固结非线性弹性模型。该模型既能考虑土体的力学性能的非线性,又能考虑土体的初始应力状态(即  $K_0$  固结状态)对土体的应力-应变关系的影响。

3)在本文所建立的软土考虑  $K_0$  固结非线性弹性模型中,除了静止土压力系数  $K_0$  值需由  $K_0$  固结仪或  $K_0$  固结三轴试验获得以外,其余参数均可通过常规的各向等压固结不排水三轴试验获得。

4)相对于考虑各向等压固结非线性弹性模型而言,利用考虑  $K_0$  固结非线性弹性模型计算所得到的地基变形与基底反力都较为接近于实测结果,从而说明该模型在工程应用中具有一定的适用性。

5)需要说明的是,本文所建立的软土考虑  $K_0$  固结非线性弹性模型及其参数的确定是有一定条件的,其条件是:软土的  $K_0$  固结和各向等压固结不排水三轴试验的应力-应变关系不仅应该具有归一化性状,而且其归一化应力-应变关系曲线的参数之间还应该具有一定的关系。因此,对于不同地区的软土而言,应该首先进行试验研究,以确定其是否满足上述条件,如果满足,才能根据试验研究结果进行类似的模型研究。

## 参 考 文 献

- 1 王新波. 上海正常固结粘性土初始应力状态的试验研究及其应用:[学位论文]. 上海:同济大学

收稿日期:2001-11-27