

墙后填土有超载情况下朗肯与 库仑土压力理论的比较分析

揭冠周 介玉新 李广信 伍彦峰
(清华大学水利水电工程系, 北京 100084)

李岳军
(中国水利水电建设工程咨询公司, 北京 100011)

【摘要】 朗肯土压力理论和库仑土压力理论是计算土压力问题的基本理论, 在工程中应用非常广泛。在应用时应当注意针对实际情况进行合理选择, 否则将会造成不同程度的误差。通过算例对挡土墙后填土表面有超载情况下的土压力计算进行了讨论。

【关键词】 朗肯土压力理论; 库仑土压力理论; 土压力; 挡土墙

【中图分类号】 TU476

Comparison between Rankine's Earth Pressure Theory and Coulomb's Earth Pressure Theory under Uniform Loading

【Abstract】 Rankine's earth pressure theory and Coulomb's earth pressure theory are the two basic theories in the analysis of earth pressure on retaining walls. Though the two theories have been widely used, how to use them properly is still a problem to be concerned. Otherwise, great error may be induced. Different methods based on the two theories to analyze the earth pressure on a retaining wall are presented and compared while the wall is loaded with a uniform load. It is thought that this paper may be of some use in the further understanding of the two theories.

【Key words】 Rankine's earth pressure theory; Coulomb's earth pressure theory; earth pressure; retaining wall

0 引言

朗肯理论和库仑理论均属于极限状态土压力理论, 用这两种理论计算出来的都是墙后填土处于极限平衡状态下的主动和被动土压力。但两者研究的出发点和途径不同。朗肯理论是从研究土中一点的极限平衡应力状态出发, 首先求出作用在竖直面上的土压力强度 p_a 或 p_p 及其分布形式, 然后计算作用在墙背上的总土压力 E_a 或 E_p 。因此, 朗肯理论属于极限应力法。库仑理论则是根据墙背和滑裂面之间的土

楔体整体处于极限平衡状态, 用静力平衡条件求出作用在墙背上的总土压力 E_a 或 E_p , 需要时再求出土压力强度 p_a 或 p_p 及其分布形式。因而库仑理论属于滑动楔体法^[1]。

应用朗肯理论要求墙背竖直、光滑, 墙后填土表面水平, 而库仑理论的适用性比较广, 可以考虑墙背粗糙、墙背倾斜和填土表面倾斜等情况。由于朗肯理论比较简便, 所以人们经常用朗肯理论计算土压力。当墙后填土表面有超载时, 人们常用一些简化方法来处理。但

这些简化方法何时准确, 何时误差很大需要斟酌, 下面就一个算例进行讨论。

1 墙后填土表面有均布荷载下的土压力计算

见图 1 所示。墙高 H , 墙背垂直光滑, 上覆均布荷载 q , 均布荷载与墙背距离为 a , 墙后填土粘聚力 c 取 0, 内摩擦角为 φ , 重度为 γ 。

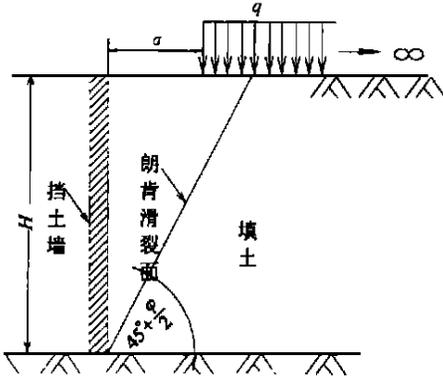


图 1 挡土墙结构示意图

依照库仑理论, 假定破裂面与墙背夹角为 θ (见图 2)。由滑动楔体受力平衡得出:

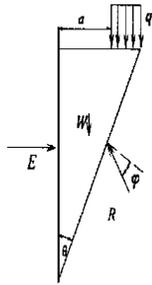


图 2 滑动楔体受力平衡示意图

当 $0 < \theta < \arctan(\frac{a}{H})$ 时,

$$E = \frac{1}{2} \gamma H^2 \tan \theta \times \tan(90^\circ - \theta - \varphi);$$

当 $\theta > \arctan(\frac{a}{H})$ 时, $E = [\frac{1}{2} \gamma H^2 \tan \theta + q(H \tan \theta - a)] \times \tan(90^\circ - \theta - \varphi);$

E 是 θ 的函数, $E-\theta$ 曲线的最大值就是库仑主动土压力。为便于直观了解, 取挡土墙墙高 $H=6$ m, 墙后填土 $c=0$, 内摩擦角 $\varphi=30^\circ$, 重度 $\gamma=18$ kN/m³ 为例计算, 墙后填土超载 q 依次取 0 kPa, 50 kPa, 100 kPa 等, 改变

距离 a 的值分别进行计算。

1.1 用库仑理论计算

1) $a=0$ 时

取 $q=50$ kPa 进行计算。假定破裂面与挡土墙夹角为 θ , 可以算出 E 与 θ 的关系曲线, 计算结果见图 3, 其峰值即为主动土压力 E_a 。

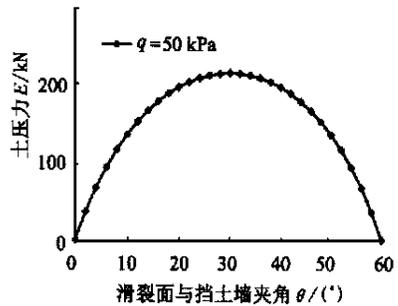


图 3 $E-\theta$ 关系曲线图($a=0$)

从图 3 中得出主动土压力 $E_a=280$ kN, 对应潜在滑裂面与挡土墙夹角 $\theta=30^\circ$ 。这一结果与朗肯理论计算结果是相同的。

2) $a = \frac{1}{2} H \cot(45^\circ + \frac{\varphi}{2}) = 1.73$ m 时

分别取 $q=0$ kPa, 50 kPa, 100 kPa 进行计算, 计算结果见图 4。从图 4 中可以得出:

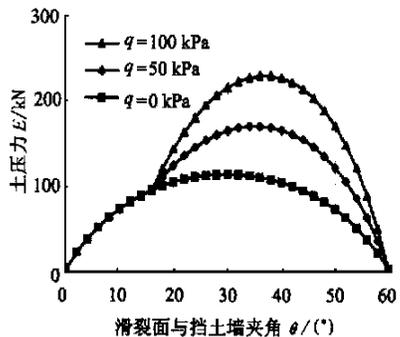


图 4 $E-\theta$ 关系曲线图($a=1.73$ m)

当 $q=0$ kPa 时, 计算结果同朗肯理论计算结果相同, 主动土压力 $E_a=108$ kN, 对应滑裂面与挡土墙夹角 $\theta=30^\circ$;

当 $q=50$ kPa 时, 主动土压力 $E_a=163.3$ kN, 对应滑裂面与挡土墙夹角 $\theta=36^\circ$;

当 $q=100$ kPa 时, 主动土压力 $E_a=$

221.8 kN, 对应滑裂面与挡土墙夹角 $\theta=37^\circ$ 。可以看出 q 的存在不但改变了 E_a 的大小, 而且使潜在滑裂面的位置也发生了改变, 即滑裂面向后移。

$$3) a = H \cot(45^\circ + \frac{\varphi}{2}) = 3.46 \text{ m 时}$$

见图 5。此时上覆荷载在朗肯理论计算的滑裂面边缘。分别取 $q=0 \text{ kPa}$, 50 kPa , 100 kPa 进行计算。计算结果见图 6。从图 6 中可以得出:

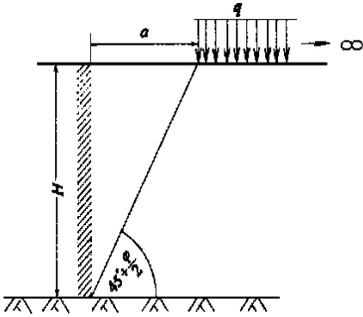


图 5 挡土墙结构示意图($a = 3.46 \text{ m}$)

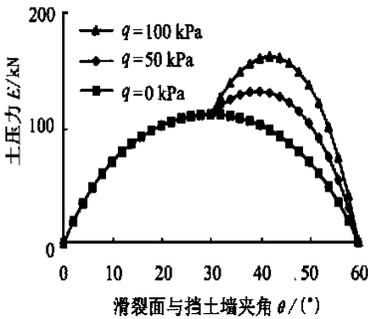


图 6 $E-\theta$ 关系曲线图($a = 3.46 \text{ m}$)

当 $q=50 \text{ kPa}$ 时, 主动土压力 $E_a = 127.5 \text{ kN}$, 对应 $\theta=40^\circ$;

当 $q=100 \text{ kPa}$ 时, 主动土压力 $E_a = 157.8 \text{ kN}$, 对应 $\theta=42^\circ$;

可以看出虽然上覆荷载 q 在朗肯理论滑裂面的边缘上, 但只要 q 大于零, 就影响到 E_a 的大小及潜在滑裂面的位置, 使潜在滑裂面向后移。

$$4) a = 2H \cot(45^\circ + \frac{\varphi}{2}) = 6.93 \text{ m 时}$$

此时上覆荷载离墙背较远, 对土压力影响

较小。分别取 $q=0 \text{ kPa}$, 300 kPa , 1000 kPa 进行计算, 计算结果见图 7。

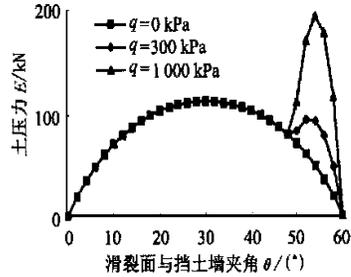


图 7 $E-\theta$ 关系曲线图($a = 6.93 \text{ m}$)

当 $q=300 \text{ kPa}$ 时, 曲线上出现两个峰值, 由于第一个峰值比第二个峰值要大, 所以应取第一个峰值, 即主动土压力 $E_a = 108 \text{ kN}$, 对应 $\theta=30^\circ$ 。这一结果与朗肯理论计算结果相同, 说明此时 q 对挡土墙没有影响。

当 $q=1000 \text{ kPa}$ 时, 曲线上也出现两个峰值, 但第二个峰值较大, 应为所求主动土压力, 于是 $E_a = 186.7 \text{ kN}$, 对应 $\theta=54^\circ$ 。

$$5) a \geq H \cot \varphi = 10.39 \text{ m 时}$$

当滑裂面与挡土墙夹角太大时, 即 $\theta \geq 90^\circ - \varphi$ 时(见图 8), 从力的平衡中求解会得出 $E_a \leq 0$ 的结论。

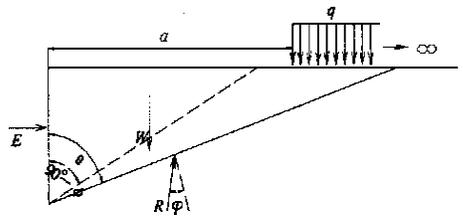


图 8 滑动楔体受力平衡示意图($a \geq H \cot \varphi$)

所以当 $a \geq H \cot \varphi$ 时, 无论 q 多大, 对整个土压力已无影响, 计算结果与朗肯理论计算结果相同: $E_a = 108 \text{ kN}$, $\theta = 30^\circ$ 。

1.2 用朗肯理论计算

当墙后填土有超载时, 人们通常采用简化方法: 仍然用朗肯理论计算土压力系数, 而把超载按一定角度向下扩散, 近似计算其对挡土墙土压力的影响^[3]。这种近似方法有两种, 分别见图 9 和图 10。本文计算也采用两种方法:

方法一: 超载按图 9 所示方式扩散^[2];

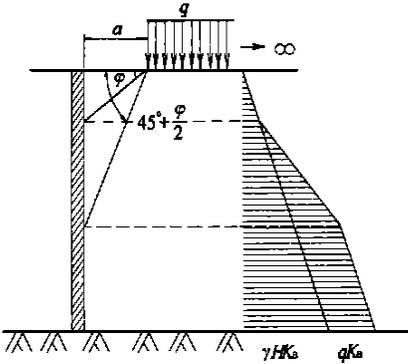


图 9 超载扩散方式一示意图

方法二: 超载按图 10 所示方式扩散^[3]。

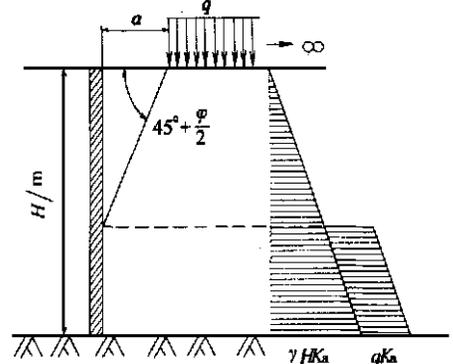


图 10 超载扩散方式二示意图

两种方法计算所得结果及库仑理论计算

的结果见表 1。

表 1 库仑理论与朗肯理论计算土压力比较表

上覆荷载位置	上覆荷载 q/kPa	库仑理论计算 E_d/kN	朗肯理论简化计算 E_d/kN		朗肯理论与库仑理论的比较/%	
			方法一	方法二	方法一	方法二
$a=0$	$q=0$	108	108	108	0.0	0.0
	$q=50$	208	208	208	0.0	0.0
$a=\frac{1}{2}H\cot(45^\circ+\frac{\varphi}{2})$	$q=50$	163.3	174.7	158	7.0	-3.2
	$q=100$	221.8	241.3	208	8.8	-6.2
$a=H\cot(45^\circ+\frac{\varphi}{2})$	$q=50$	127.5	141.3	108	10.8	-15.3
	$q=100$	157.8	174.7	108	10.7	-31.6
$a=2H\cot(45^\circ+\frac{\varphi}{2})$	$q=300$	108	133	108	23.1	0.0
	$q=1000$	186.7	191.3	108	2.5	-42.2
$a>H\cot\varphi$	q 为任何值	108	108	108	0.0	0.0

注: 方法一中超载按图 9 所示方式扩散, 方法二中超载按图 10 所示方式扩散

可以看出朗肯理论简化方法一计算结果比库仑理论计算结果大, 而简化方法二计算结果比库仑理论计算结果小。当 $a < H\cot(45^\circ + \frac{\varphi}{2})$ 时, 两种简化方法与库仑理论计算结果相差还不算大, 但是当 $a \geq H\cot(45^\circ + \frac{\varphi}{2})$ 时, 计算结果差别很大。例如, 当 $a = H\cot(45^\circ + \frac{\varphi}{2}) = 3.46 \text{ m}$, $q = 100 \text{ kPa}$ 时, 方法二计算值比库仑理论计算值小 31.6%; 当 $a = 2H\cot(45^\circ + \frac{\varphi}{2}) = 6.92 \text{ m}$, $q = 300 \text{ kPa}$ 时, 方法一计算值比库仑理论计算值大 23.1%, $q = 1000 \text{ kPa}$ 时, 方法二计算值比库仑理论计算值小 42.2%。由表 1 所列结果可见, 人

们通常采用的简化方法是否合适值得商榷。

2 结论

1) 当挡土墙墙后填土有均布荷载 q 作用时, 挡土墙所受的主动土压力、潜在滑裂面位置都会受到影响。影响程度与上覆荷载大小及荷载与墙背之间的距离有关。可以仿照库仑理论用滑动楔体法计算作用在墙背上的主动土压力及潜在滑裂面位置。计算结果表明, 当 $a \leq H\cot(45^\circ + \frac{\varphi}{2})$ 时, 只要 q 大于零, 主动土压力均因 q 的存在而增大, 潜在滑裂面也向后移, 即潜在滑裂面与水平面的夹角小于 $45^\circ + \frac{\varphi}{2}$; 当 $H\cot(45^\circ + \frac{\varphi}{2}) < a < H\cot\varphi$ 时, $E-\theta$ 曲线上会出现两个极值点, E_a 应取两

(下转第 141 页)

由表 2 可以看出,由于湿陷系数选用不恰当,地基的湿陷量有较大的差异,增加了地基处理的难度。

因此,建议今后对黄土地基土的压缩与湿陷试验应采用双线法,可测定地基各分层土样在相应的起始含水量(w_{sh})和重度(γ_d),分级加荷的 $p-\delta$ 曲线见图 3。供地基在实际压力(含自重压力)下的湿陷系数,供湿陷等级评价和湿陷量计算。

用双线法对每层土只需测定符合该层土(w_0, γ_d)的 $p-\delta$ 曲线,供设计单位采用,给勘察单位增加试验工作量有限,但有较大的实用效益。

关于黄土浸水湿陷性规律和特征,我国学

者已经积累了极丰富的科学研究与实践经验,但在黄土湿陷量的计算方法上还存着缺陷。本文所提计算方法,既考虑了基础形状、尺寸、基底压力大小和地基持力层中附加应力(含自重压力)的分布水平等,全面反应了地基土的物理力学性质、受力和变形情况,计算结果也较符合实际,可供工程设计参考。

参 考 文 献

- 1 刘祖典. 黄土力学与工程. 西安: 陕西科技出版社, 1996
- 2 罗宇生. 湿陷性黄土地基评价. 岩土工程学报, 20(4) 1998
- 3 GBJ 25-90 湿陷性黄土地区建筑规范

收稿日期: 2001-04-13

(上接第 133 页)

者之中较大者;当 $a \geq H \cot \varphi$ 时,无论 q 多大,对 E_a 均无影响。

2) 把均布荷载按一定角度向下扩散的简化方法的计算结果与库仑理论计算结果在 $a < H \cot(45^\circ + \frac{\varphi}{2})$ 时差别还不算大,但当 $a \geq H \cot(45^\circ + \frac{\varphi}{2})$ 时,简化方法与库仑理论计算结果就可能出现很大差别。这在计算中应该注意,不宜盲目套用简化方法。另外,简化方法假定不管 q 多大,破裂角(潜在滑裂面与水平面的夹角)与 $q=0$ 时一致,即始终为 $45^\circ + \frac{\varphi}{2}$ (墙背竖直光滑时),这种假定也是不太妥当的。从库仑理论计算结果可以看出,滑裂面位

置实际上会因 q 的存在而后移。这在依据潜在滑裂面位置进行设计计算的情况下应当引起注意,比如加筋挡土墙的筋材长度设计问题。从本文的初步计算结果可以看出,用上述这两种简化方法计算墙背主动土压力是否合适值是商榷。

参 考 文 献

- 1 陈仲颐,周景星,王洪瑾. 土力学. 北京: 清华大学出版社, 1994
- 2 雍景荣,朱凡,胡岱文. 土力学与基础工程. 成都: 成都科技大学出版社, 1995
- 3 中华人民共和国冶金工业部. YB 9258-97 建筑基坑工程技术规范. 北京: 冶金工业出版社, 1997

收稿时期: 2001-04-20