

# 衡重式挡土墙土压力的非线性分析

宗全兵<sup>1</sup> 戴自航<sup>2</sup> 廖伙木<sup>3</sup>

(1. 河海大学岩土工程研究所, 江苏南京 210098; 2. 福州大学环境与资源学院, 福建福州 350002;  
3. 河海大学水资源与环境学院, 江苏南京 210098)

**【摘要】** 通过对挡土墙土压力非线性分析方法的研究, 推导出了衡重式挡土墙土压力计算的数解公式, 并编制了相应的计算程序, 一般的直线型墙背挡土墙和折线型墙背挡土墙土压力计算均可作为本文计算公式的特例。通过对一折线型墙背重力式挡土墙的土压力计算与实测结果比较表明, 由本文公式所得的解与实测结果很接近。

**【关键词】** 衡重式挡土墙; 折线型墙背; 非线性土压力; 水平层

**【中图分类号】** TU 476.4

## Analysis of Non-linear Distribution of Earth Pressure on the Back of Balance Weight Retaining Wall

Zong Quanbing<sup>1</sup> Dai Zihang<sup>2</sup> Liao Huomu<sup>3</sup>

(1. Research Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing Jiangsu 210098 China;  
2. The College of Environment & Resource, Fuzhou University, Fuzhou Fujian 350002 China;  
3. The College of Water Resource & Environment, Hohai University, Nanjing Jiangsu 210098 China)

**【Abstract】** A theoretical formula about the non-linear distribution of active pressure acting on the back of balance weight retaining wall has been deduced by researching the horizontal layer analysis. In fact, the general retaining wall and the broken segmental back wall can be looked as a special case of this formula. According to this formula, a general program for calculating non-linear earth pressure has been developed. By comparing the theoretical solution gained from the program with the result of testing a weight retaining wall, it indicates that the theoretical solution is practicable in calculating the active earth pressure on the back of retaining wall.

**【Key Words】** balance weight retaining wall; segmental back; non-linear earth pressure; horizontal layer

### 0 概述

挡土墙是用来支撑陡坡并保持墙后岩土体稳定的一种墙形构筑物, 其中仅依靠墙身自重维持系统稳定性的挡土墙称为重力式挡土墙。由于挡土墙所承受的荷载主要是墙后的土压力, 故土压力计算是挡土墙设计的主要工作之一。对于衡重式挡土墙的土压力计算一般处理成折线型墙背挡土墙, 而后分别针对上、下墙计算土压力。对于这一类复杂墙背的挡土墙常用的计算方法有延长墙背法、校正墙背法等近似计算方法, 关于精确的理论计算的研究并不多。杨雪强考虑到传统的土压力计算理论在计算折线型墙背土压力中的一些缺点, 基于土的塑性极限平衡理论, 得出了折线型墙背挡土墙土压力上限解的计算公式和计算方法<sup>[1, 2]</sup>, 但其对土压力强度的分布仍设定为直线分布。事实上, 国内外许多现

场观测和室内试验结果<sup>[3~7]</sup>均表明, 土压力沿墙背的分布是非线性的, 土压力的合力作用点位于 0.36~0.5 倍墙高范围内, 这与库仑理论和朗肯理论的土压力分布模型有较大的差别。

1895 年, X. 杨森首先利用水平薄层分析法计算圆筒形深仓仓壁上散粒体压力<sup>[4]</sup>, E. A. 伽夫拉申科 (1937)、Φ. M. 希里耶夫 (1955) 和 M. E. 卡岗 (1960) 通过研究挡土墙后土体单元层的极限平衡条件得出了非线性分布的土压力计算方法<sup>[5]</sup>, 而后国内王渭章等<sup>[7]</sup>利用薄层分析法得出了直线型墙背土压力分布的非线性解。自此以后, 这种薄层分析法在国内引起了众多研究者的注意<sup>[8~10]</sup>。

目前, 对于带衡重台的挡土墙土压力的计算, 无论是用传统的库仑理论或朗肯理论, 还是其它的一些计算方法都缺乏令人信服的理论基础, 至于墙后

土压力分布的理论阐述就更少。而事实上,普通的直线型墙背挡土墙和折线型墙背挡土墙均可视为衡重式挡土墙的特例,故研究衡重式挡土墙的土压力计算具有普遍的现实意义。本文即依据水平层分析法的基本原理详细研究了衡重式挡土墙非线性土压力的计算方法,并得出了其土压力非线性分布的解析解。

### 1 衡重式挡土墙非线性土压力计算公式推导

衡重式挡土墙见图1,其中墙背的倾角正负号按从铅直线顺时针旋转到墙背时为负,从逆时针方向旋转到墙背时为正,图1中 $\alpha_1$ 为正, $\alpha_2$ 为负。并设上下墙的摩擦角分别为 $\delta_1$ 和 $\delta_2$ ,图中 $\theta$ 为可能的破裂角, $BS$ 为通过墙踵的直线型破裂面, $ACDB$ 为墙背,衡重台 $CD$ 宽为 $b$ 。设墙后为均质无粘性填土,其内摩擦角 $\varphi$ 、重度 $\gamma$ ,填土表面水平且作用有均布荷载 $q_0$ 。竖向坐标为 $z$ ,原点位于墙顶,向下为正,并设在破裂楔体内的竖向土压力 $q(z)$ 沿水平方向为均匀分布。为不失一般性,在公式推导过程中直接计算作用于墙背上的主动土压力,并设作用于衡重台上的土压力与同一高度处破裂楔体内的竖向土压力相同,且不考虑衡重台上的摩擦力。

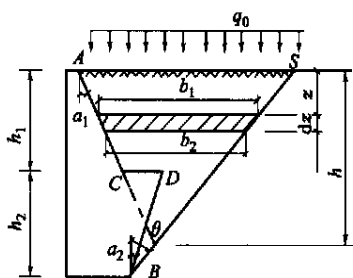


图1 挡土墙的分析模型

#### 1.1 水平层的几何分析

由图1可知水平层的上下边长分别为:

$$b_1 = (h - z)(\tan \alpha_i + \tan \theta) \quad (1)$$

$$b_2 = b_1 - dz(\tan \alpha_i + \tan \theta) = b_1 - (x_1 + x_2) \quad (2)$$

其中, $x_1 = dz \tan \alpha_i$ , $x_2 = dz \tan \theta$

式中: $b_1$ 、 $b_2$ 为水平层在顶部和底部由墙背 $ACDB$ 到破裂面 $BS$ 的水平距离; $z$ 、 $dz$ 为水平层顶部到墙顶的铅直距离和水平层的厚度; $\alpha_i$ 为墙背的倾角,其中 $i=1,2$ ,计算上墙时 $i=1$ ,计算下墙时 $i=2$ ; $\theta$ 为假想破裂面与铅直线之间的夹角; $h$ 为墙背的计算高度,即计算墙背与破裂线 $BS$ 的交点到墙顶的高度,由图1得知可按如下公式计算:

$$h = \begin{cases} h_1 + (b + h_2(\tan \alpha_2 + \tan \theta)) / (\tan \alpha_1 + \tan \theta) & z < h_1 \\ h_1 + h_2 & z \geq h_1 \end{cases} \quad (3)$$

对于一般的衡重式挡土墙其上墙多采用俯斜墙背,故可以保证式(3)中墙背的计算高度 $h$ 始终是有意义的。

#### 1.2 水平层的受力分析

根据前述假设,在墙后的破裂楔体中取出一水平薄层,埋深为 $z$ ,其受力见图2。

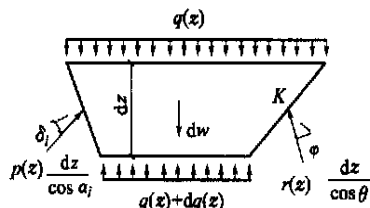


图2 水平层的受力分析

在水平层的上下表面受到均布的竖向土压力 $q(z)$ 和 $q(z) + dq(z)$ ,其中 $dW = \gamma dz (b_1 + b_2) / 2 \approx \gamma b_1 dz$ ,为水平层的自重。由水平层在水平方向上的受力平衡可得:

$$r(z) = p(z) \frac{\cos \theta \cos (\alpha_i + \delta)}{\cos \alpha_i \cos (\theta + \varphi)} \quad (4)$$

式中: $r(z)$ 为破裂面上的土压力强度; $p(z)$ 为墙背对水平层的作用力强度,与作用于墙背的土压力强度是作用力与反作用力关系; $\delta$ 为墙背对土体的摩擦角,其中 $i=1,2$ ,计算上墙时 $i=1$ ,计算下墙时 $i=2$ ;

由竖直方向上的受力平衡,并略去高阶无穷小量,可得:

$$dq(z) = \gamma dz + q(z) \frac{dz}{h - z} - p(z) \times \frac{\sin (\alpha_i + \delta) + \cos (\alpha_i + \delta) \tan (\theta + \varphi)}{\cos \alpha_i (\tan \alpha_i + \tan \theta)} \frac{dz}{h - z} \quad (5)$$

同样,对 $K$ 点取力矩平衡,并略去高阶无穷小量有:

$$dq(z) = \gamma dz + 2q(z) \times \frac{dz \tan \alpha_i}{(h - z)(\tan \alpha_i + \tan \theta)} - 2p(z) \times \frac{\sin (\alpha_i + \delta) dz}{(h - z) \cos \alpha_i (\tan \alpha_i + \tan \theta)} \quad (6)$$

由式(5)和式(6)可得:

$$p(z) = \xi q(z) \quad (7)$$

其中, $\xi = \frac{\cos \alpha_i (\tan \alpha_i - \tan \theta)}{\sin (\alpha_i + \delta) - \cos (\alpha_i + \delta) \tan (\theta + \varphi)}$ ,为与墙背倾角 $\alpha_i$ 、墙背摩擦角 $\delta$ ,和破裂角 $\theta$ 有关

的常数。显然, 当计算的破裂角  $\theta$  给定时, 土压力  $p(z)$  与破裂楔体内该水平线上的竖向土压力  $q(z)$  成正比。

将式(7)代入式(5), 则得破裂楔体中竖向应力的控制微分方程为:

$$dq(z) = \gamma dz + \eta q(z) \frac{dz}{h-z} \quad (8)$$

式中, 系数  $\eta$  为:

$$\eta = 1 - \frac{\xi(\sin(\alpha_1 + \delta) + \cos(\alpha_1 + \delta)\tan(\theta + \varphi))}{\cos \alpha_1(\tan \alpha_1 + \tan \theta)}$$

### 1.3 挡土墙墙背土压力分析

对于衡重式挡土墙, 可以分别针对上、下墙利用前述公式, 计算作用于墙背上的主动土压力强度和主动土压力的合力, 并利用衡重台处的竖向土压力  $q(h_1)$  或其上土柱的自重压力作为其上的土压力。

#### 1.3.1 上墙土压力计算 ( $z < h_1$ )

由控制微分方程(8), 并结合边界条件  $q(0) = q_0$ , 即可得出  $q(z)$  和作用于墙背的主动土压力强度  $p(z)$ 。计算时取  $\xi = \xi(\alpha_1, \delta, \theta, \varphi)$ ;  $\eta = \eta(\alpha_1, \delta, \theta, \varphi)$ ;  $h = h_1 + (b + h_2(\tan \alpha_2 + \tan \theta)) / (\tan \alpha_1 + \tan \theta)$ ,  $h$  为计算墙高, 其中  $b$  为悬臂的宽度。

$$q(z) = \begin{cases} \gamma z + q_0 & \eta = 0 \\ \frac{q_0 h^\eta}{(h-z)^\eta} + \frac{\gamma}{1+\eta} \left[ \frac{h^{1+\eta}}{(h-z)^\eta} - (h-z) \right] & \eta \neq 0 \end{cases} \quad (9)$$

作用于悬臂上的土压力:

$$q_1 = \begin{cases} \gamma h_1 + q_0 & \eta = 0 \\ \frac{q_0 h^\eta}{(h-h_1)^\eta} + \frac{\gamma}{1+\eta} \left[ \frac{h^{1+\eta}}{(h-h_1)^\eta} - (h-h_1) \right] & \eta \neq 0 \end{cases} \quad (10)$$

由式(7)可知, 作用于上墙墙背的主动土压力强度为:

$$p(z) = \begin{cases} \xi \gamma z + \xi q_0 & \eta = 0 \\ \frac{\xi q_0 h^\eta}{(h-z)^\eta} + \frac{\xi \gamma}{1+\eta} \left[ \frac{h^{1+\eta}}{(h-z)^\eta} - (h-z) \right] & \eta \neq 0 \end{cases} \quad (11)$$

则作用于上墙墙背的主动土压力合力  $P_1$  及其作用点到墙顶的竖向距离  $z_1$  不难由下述的积分公式求得(由于篇幅所限, 不予列出):

$$P_1 = \int_0^{h_1} [p(z) / \cos \alpha_1] dz \quad (12)$$

$$z_1 = \int_0^{h_1} p(z) z dz \left/ \left[ \int_0^{h_1} p(z) dz \right] \right. \quad (13)$$

#### 1.3.2 下墙土压力计算 ( $z \geq h_1$ )

同样, 由控制微分方程(8)并注意到此时边界条件应取  $q(h_1) = q_1$ , 且  $\xi = \xi(\alpha_2, \delta, \theta, \varphi)$ ,  $\eta = \eta(\alpha_2, \delta, \theta, \varphi)$ ; 同时, 取下墙的计算高度为  $h = h_1 + h_2$ 。则可得下墙范围内的竖向土压力计算公式

如下:

$$q(z) = \begin{cases} \gamma(z-h_1) + q_1 & \eta = 0 \\ \frac{q_1 (h-h_1)^\eta}{(h-z)^\eta} + \frac{\gamma}{1+\eta} \left[ \frac{(h-h_1)^{1+\eta}}{(h-z)^\eta} - (h-z) \right] & \eta \neq 0 \end{cases} \quad (14)$$

而作用于下墙墙背的主动土压力强度为:

$$p(z) = \begin{cases} \xi \gamma(z-h_1) + \xi q_1 & \eta = 0 \\ \frac{\xi q_1 (h-h_1)^\eta}{(h-z)^\eta} + \frac{\xi \gamma}{1+\eta} \left[ \frac{(h-h_1)^{1+\eta}}{(h-z)^\eta} - (h-z) \right] & \eta \neq 0 \end{cases} \quad (15)$$

作用于下墙墙背的主动土压力合力  $P_2$  及其到墙顶的竖向距离  $z_2$  分别为:

$$P_2 = \int_{h_1}^{h_1+h_2} [p(z) / \cos \alpha_2] dz \quad (16)$$

$$z_2 = \int_{h_1}^{h_1+h_2} p(z) z dz \left/ \left[ \int_{h_1}^{h_1+h_2} p(z) dz \right] \right. \quad (17)$$

## 2 挡土墙非线性土压力分析示例

依据上述公式, 笔者编制了相应的计算程序, 在程序中可完成对最不利破裂面的自动搜索, 并可打印出任一可能破裂面时墙背主动土压力分布图形和主动土压力合力的相关信息。同时, 在程序中考虑到衡重式挡土墙基底面积较小, 对地基承载力要求较高, 以及挡土墙对抗倾覆、抗滑移等要求, 而采用了多种计算控制准则, 可计算出不同情况下的最不利破裂角。

利用本文的计算公式, 计算了文献[8]中所给出的某码头大型重力式挡土墙(见图3)的土压力分布情况, 并与实测值进行比较。挡土墙上墙高为1.5 m, 为直立墙背, 下墙高6 m, 为俯斜墙背, 倾角为 $33^\circ$ ; 填土的  $\gamma = 18.4 \text{ kN/m}^3$ ,  $\varphi = 32^\circ$ 。填土与墙背摩擦角按  $\delta = 0 \sim 0.33\varphi$  确定, 上、下墙背均取为 $7^\circ$ 。

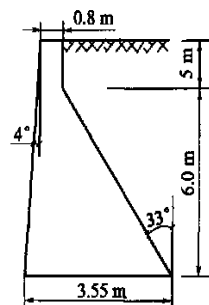


图3 某码头大型重力式挡土墙

各测点的实测值与本文公式的计算值的比较见表1, 墙背的土压力分布图形见图4。为了作进一步的比较, 在表1和图4中还给出了延长墙背法的计算结果。对比表明, 仅在靠近墙顶和接近墙踵处延长墙背法的计算结果略优于本文计算方法; 但是, 无论是从土压力总体分布曲线还是土压力合力的计算而言, 本文的理论计算值与实测结果的接近程度都要明显优于延长墙背法, 而且其与实测值的接近程度很好, 仅在墙踵处土压力与实测值发生了较大的偏差, 这主要是由于在接近墙踵处 $h-z$ 的值趋近于0, 由式(15)可知当系数 $\eta > 0$ 时土压力强度会趋近于无穷大, 显然这种情况下在墙踵处土压力强度的计算结果是不合理的, 并且式(16)和(17)的积分无意义。对于这一问

题, 可采用如下方式近似地解决, 即当 $\eta = \eta(\alpha_2, \delta_2, \theta, \varphi) > 0$ 时, 可将式(16)和式(17)的积分上限取:  $h = h_1 + h_2 - \Delta h$  或将下墙的计算高度取  $h = h_1 + h_2 + \Delta h$ , 其中 $\Delta h > 0$ 。只要适当地选用 $\Delta h$ 值, 即可减小土压力在墙踵处的失真。

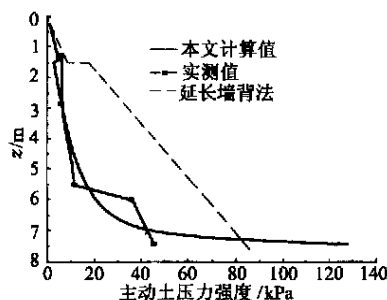


图4 土压力强度分布曲线

表1 某码头大型重力式挡土墙压力实测值<sup>8)</sup>与计算值的比较

Z/m	土压力/kPa			土压力合力/kN		
	实测值	延长墙背法	本文计算值	实测值	延长墙背法	本文计算值
1.30	6.3	6.94	4.47			
2.88	5.8	33.20	6.03			
5.50	12.0	64.43	16.89	$P_1 = 5.35$	$P_1 = 6.01$	$P_1 = 3.87$
6.00	36.2	69.20	21.30	$P_2 = 105.5^*$	$P_2 = 311.4$	$P_2 = 163.01$
7.45	45.9	85.90	200.20			

注: \* 设墙顶土压力为零, 墙踵土压力值采用线性外推

### 3 结论

本文依据水平层分析法的基本原理, 利用对各段墙背采用不同的计算高度值以及各段墙背转折处墙后破裂楔体中竖向土压力的连续性条件, 并通过分段求解水平层分析的控制微分方程, 从而得出衡重式挡土墙非线性土压力的数解公式, 并对此编制了相应的计算程序。显然, 本文中的公式除可用于衡重式挡土墙主动土压力的计算外, 还可用于普通的直线型墙背挡土墙(取 $b=0, \alpha_1=\alpha_2, \delta_1=\delta_2$ )和折线型墙背挡土墙(取 $b=0$ )。对于衡重式挡墙, 当取上墙墙背倾角为 $\arctan\left[\tan\alpha_1 + \frac{b}{h_1}\right]$ , 再取 $b=0$ 时, 即可将其转化为折线型挡土墙加以计算(若可能出现第二破裂面时, 应以第二破裂面倾角为上墙墙背倾角)。同时, 针对水平层分析法在接近墙踵时有时会出现土压力趋近于无穷大的情况, 提出了一种较为合理的解决办法。

通过对某码头大型重力式挡土墙土压力实测值<sup>8)</sup>与计算值的比较表明, 本文的计算成果与实测结果是比较一致的, 仅在接近墙踵处出现了较大的偏差, 但总体而言其结果要明显优于目前常用的延长墙背法的计算结果。进一步地分析表明, 只要适当地制定好最不利破裂面的自动搜索准则, 本文公

式的分析成果具有较好的数值稳定性。

### 参考文献

- 1 杨雪强. 对挡土墙折线型墙背上主动土压力的研究. 西安矿业学院学报(增刊), 1999(9): 15~18
- 2 杨雪强. 对折线墙背上主动土压力和挡土墙稳定状态的研究. 中国公路学报, 2000(7): 15~19
- 3 王元战, 王海龙, 张文忠. 挡土墙土压力分布. 中国港湾建设, 2000(4): 1~5
- 4 罗强, 蔡英, 邵启豪. 成都粘土重力式挡土墙的工程试验. 西南交通大学学报, 1995, 30(3): 270~274
- 5 Terzaghi K. Large Retaining Wall Test, I. Pressure of Dry Sand. Engineering News Record, 1934, 112(5): 136~140
- 6 丁克. 克列因著. 散粒体结构力学. 陈万佳译. 北京: 中国铁道出版社, 1983. 6~8; 212~248
- 7 王涓章, 吴亚中著. 墙背土压力分布计算的新理论及其工程应用. 北京: 人民交通出版社, 1996. 42~62; 8~11
- 8 张军, 王贻荪. 应用薄层离散技术确定挡土墙主动土压力. 长沙交通学院学报, 2000, 16(1): 84~87
- 9 阮波, 冷伍明, 李亮. 土压力非线性分布的研究. 长沙铁道学院学报, 2001, 19(4): 73~76
- 10 李永刚, 李俊伟. 挡土墙主动土压力非线性分布. 太原理工大学学报, 2003, 34(2): 196~198

收稿日期: 2004-12-20