

非均布荷载作用下各向异性地基应力分布

史美东

(福州大学土木建筑工程学院,福州 350002)

【摘要】 在集中力作用下应力表达式的基础上推导一组非均布荷载作用下考虑地基各向异性的应力分布公式,并讨论非均布荷载、地基各向异性对地基应力分布的影响。

【关键词】 非均布荷载;各向异性;应力分布

【Abstract】 The analytic formulas of stress in anisotropic soil under the nonlinear loaded area are derived. The influence of nonlinear loaded area and the anisotropy of soil on stress distribution is discussed.

【Key words】 nonlinear loading; anisotropy; stress distribution

0 引言

为了计算沉降量,首先应了解地基中的应力分布。目前地基应力计算中,多以基底接触压力分布为按直线变化的简单假定为依据,不考虑地基的各向异性。实际上,基底接触压力分布随基础刚度、荷载大小和土体性质而异。当荷载不大,塑性区域尚未扩展时,基底接触压力为非均匀分布,而且地基土总是呈现不同程度的各向异性。土的各向异性主要反映在土体的强度、刚度、渗透性等方面,影响应力分布的主要是土体刚度各向异性。笔者用积分法推导一组非均布荷载作用下条形基础、圆形基础考虑地基各向异性的应力分布公式,并讨论非均布荷载、地基各向异性对应力分布的影响,仅讨论与沉降计算密切相关的竖向附加应力 σ_z 的情况。

1 集中力作用下的应力表达式

朗·巴顿(Liang Barden)曾给出集中力作用下各向异性弹性半空间中任一单元体的竖向附加应力表达式为^[1]:

$$\sigma_z = \lambda z \quad (1)$$

式中: σ_z ——竖向附加应力,kPa;

z ——计算点 z 的坐标,m;

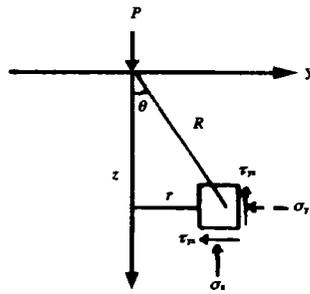


图1 集中力作用下地基中应力分布计算简图

$$\lambda = \frac{P}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}} \times \left[\frac{1}{\left(r^2 + \frac{z^2}{\alpha}\right)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{\left(r^2 + \frac{z^2}{\beta}\right)^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (2)$$

式中: P ——集中力,kPa;

r ——计算点至 z 轴的垂直距离,m;

α, β 由下两方程确定,且 α, β 应大于零;

作者简介:史美东,女,1996年毕业于浙江大学,硕士。现为福州大学土木建筑工程学院教师,主要从事土力学等教学及软土工程性质、基坑支护等方面的研究工作。

$$\left. \begin{aligned} \alpha\beta &= A_2/A_1 \\ \alpha + \beta &= (A_1A_2 - A_3^2 - 2A_3A_4)/(A_1A_4) \end{aligned} \right\} (3)$$

式中： α 、 β ——计算参数，量纲一的量；

A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 ——计算参数，kPa；

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{nE_v}{\phi}(1 - n\mu_{vh}^2) \\ A_2 &= \frac{E_v}{\phi}(1 - \mu_{hh}^2) \\ A_3 &= \frac{E_v}{\phi}n\mu_{vh}(1 + \mu_{vh}) \\ A_4 &= \frac{E_v n\mu_{vh}}{n\mu_{vh} + \mu_{vh} + 2n\mu_{vh}^2} \end{aligned} \right\} (4)$$

式中： n ——各向异性比，量纲一的量；

$$n = \frac{E_h}{E_v} = \frac{\mu_{hv}}{\mu_{vh}} \quad (5)$$

E_v ——竖直向弹性模量，kPa；

E_h ——任意水平方向的弹性模量，kPa；

μ_{vh} ——竖直向应力引起正交水平向应变的泊松比，量纲一的量；

μ_{hv} ——水平向应力引起正交竖直向应变的泊松比，量纲一的量；

μ_{hh} ——水平向应力引起正交水平向应变的泊松比，量纲一的量

$$\mu_{hh} = \frac{1}{2}(\mu_{vh} + \mu_{hv}) = \frac{1}{2}(1 + n) \mu_{vh} \quad (6)$$

则基础轴线上深度 z 处的竖向附加应力 σ_z 为：

圆基：

$$\sigma_z = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{R_0} 2q_0 \left(\frac{1-r^2}{R_0^2} \right) \frac{z}{2\pi(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})} \left[\frac{1}{(r^2 + a^2)^{3/2}} - \frac{1}{(r^2 + b^2)^{3/2}} \right] r dr = (I_a - I_b) q_0 \quad (10)$$

$$\text{式中： } I_a = \frac{2z}{\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}} \left[\left(\frac{2a^2}{R_0^2} + 1 \right) \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{R_0^2 + a^2}} \right) - \frac{1}{\sqrt{R_0^2 + a^2}} \right], (\text{量纲一的量}); \quad (11a)$$

$$I_b = \frac{2z}{\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}} \left[\left(\frac{2b^2}{R_0^2} + 1 \right) \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{\sqrt{R_0^2 + b^2}} \right) - \frac{1}{\sqrt{R_0^2 + b^2}} \right], (\text{量纲一的量}); \quad (11b)$$

$$a^2 = \frac{z^2}{\alpha}, \quad a = \frac{z}{\sqrt{\alpha}}, m; \quad (12a)$$

ϕ ——计算参数，量纲一的量

$$\phi = (1 + \mu_{hh})(1 - \mu_{hh} - 2n\mu_{vh}^2) \quad (7)$$

以上各参数还必须满足条件：

$$E_h, E_v > 0 \quad (8a)$$

$$-1 \leq \mu_{hh} \leq 1 - 2n\mu_{vh}^2 \quad (8b)$$

$$A_1A_2 \geq (A_3 + 2A_4)^2 \quad (8c)$$

2 圆形基础和条形基础下应力分布

2.1 基底压力呈二次抛物面分布

理论和试验研究表明：刚性或柔性基础若支承在砂土上，则在任何荷载作用下，基底接触压力从基础边缘的零增加到中心的最大值。设此分布为二次抛物面，其方程为：^[3]

$$\text{圆基： } q = 2q_0 \left(1 - \frac{r^2}{R_0^2} \right) \quad (9a)$$

$$\text{条基： } q = \frac{3}{2}q_0 \left(1 - \frac{y^2}{B^2} \right) \quad (9b)$$

式中： q ——基础底面任一点的基底接触压力，kPa；

q_0 ——基底压力平均值，kPa；

r ——圆基基础底面任一点距离圆心的距离，m；

R_0 ——圆基半径，m；

y ——条基基础底面任一点的 y 坐标，m；

B ——条基基础宽度的一半，m。

$$b^2 = \frac{z^2}{\beta}, \quad b = \frac{z}{\sqrt{\beta}}, m_0. \tag{12b}$$

条基:

$$\sigma_z = 2 \int_0^B \frac{3}{2} q_0 \left(1 - \frac{y^2}{B^2}\right) \frac{z}{2\pi(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})} \left[\frac{1}{(y^2 + a^2)^{3/2}} - \frac{1}{(y^2 + b^2)^{3/2}} \right] dy = \tag{13}$$

$$(I_a - I_b) q_0$$

式中:

$$I_a = \frac{3z}{2\pi(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})} \left[\frac{B}{\sqrt{B^2 + a^2}} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{B^2} \right) - \frac{1}{B^2} \ln \frac{B + \sqrt{B^2 + a^2}}{a} \right], \text{(量纲一的量)}; \tag{14a}$$

$$I_b = \frac{3z}{2\pi(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})} \left[\frac{B}{\sqrt{B^2 + b^2}} \left(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{B^2} \right) - \frac{1}{B^2} \ln \frac{B + \sqrt{B^2 + b^2}}{b} \right], \text{(量纲一的量)}. \tag{14b}$$

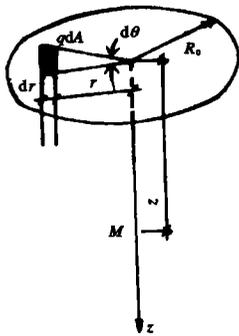


图2 圆形基础计算简图

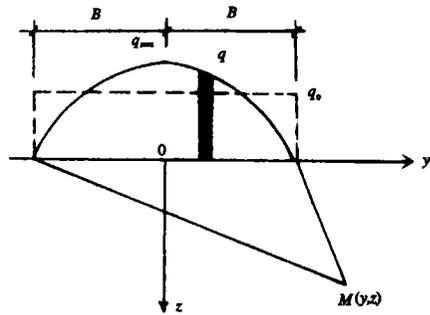


图3 条形基础计算简图

2.2 基底压力呈马鞍形分布

粘性土地基表面上的刚性基础,其基底压力分布易成图4形式。图中基底压力平均值为 q_0 ,最小值为 q_{min} ,最大值为 q_{max} ,基底压力分布的方程式为^[3]:

圆基: $q = \frac{2}{3} q_0 \left(1 + \frac{r^2}{R_0^2}\right) \tag{15a}$

条基: $q = \frac{3}{4} q_0 \left(1 + \frac{y^2}{B^2}\right) \tag{15b}$

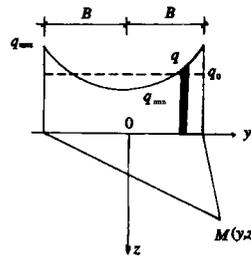


图4 条基马鞍形荷载计算简图

基础轴线上 z 深度处竖向附加应力 σ_z 为:

$$\sigma_z = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{R_0} \frac{2}{3} q_0 \left(1 + \frac{r^2}{R_0^2}\right) \frac{z}{2\pi(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})} \left[\frac{1}{(r^2 + a^2)^{3/2}} - \frac{1}{(r^2 + b^2)^{3/2}} \right] r dr = \tag{16}$$

$$(I_a - I_b) q_0$$

式中:

$$I_a = \frac{2z}{3(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})} \left[\left(1 - \frac{2a^2}{R_0^2}\right) \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{R_0^2 + a^2}}\right) + \frac{1}{\sqrt{R_0^2 + a^2}} \right], (\text{量纲一的量}); \quad (17a)$$

$$I_b = \frac{2z}{3(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})} \left[\left(1 - \frac{2b^2}{R_0^2}\right) \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{\sqrt{R_0^2 + b^2}}\right) + \frac{1}{\sqrt{R_0^2 + b^2}} \right], (\text{量纲一的量}). \quad (17b)$$

而均布荷载作用下不考虑土体各向异性时,根据法国数学家布辛内斯克(J. Boussinesq)的解答,圆形基础轴线上 z 深度处竖向附加应力 σ_z 为:

$$\sigma_z = \left\{ 1 - \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{R_0}{z}\right)^2 \right]^{3/2}} \right\} q_0 \quad (18)$$

两种情况下的应力比较可知:圆基轴线上竖向附加应力不仅和圆基半径 R_0 、基底压力平均值 q_0 、计算点到地面的垂直距离 z 有关,还和地基各向异性参数有关,考虑非均布荷载和地基各向异性时的竖向附加应力表达式复杂的多。

条基:

$$\begin{aligned} \sigma_z &= 2 \int_0^B \frac{4}{3} q_0 \left(1 + \frac{y^2}{B^2}\right) \frac{z}{2\pi(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})} \left[\frac{1}{(y^2 + a^2)^{3/2}} - \frac{1}{(y^2 + b^2)^{3/2}} \right] dy \\ &= (I_a - I_b) q_0 \end{aligned} \quad (19)$$

式中:

$$I_a = \frac{3z}{4\pi(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})B^2} \left[\frac{B(B^2 - a^2)}{a^2 \sqrt{B^2 + a^2}} + \ln \frac{B + \sqrt{B^2 + a^2}}{a} \right], (\text{量纲一的量}); \quad (20a)$$

$$I_b = \frac{3z}{4\pi(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})B^2} \left[\frac{B(B^2 - b^2)}{b^2 \sqrt{B^2 + b^2}} + \ln \frac{B + \sqrt{B^2 + b^2}}{b} \right], (\text{量纲一的量}). \quad (20b)$$

而均布荷载作用下不考虑土体各向异性时,根据布辛内斯克(J. Boussinesq)解答,条形基础轴线上 z 深度处竖向附加应力 σ_z 为:

$$\sigma_z = \frac{q_0}{\pi} \left(2 \cdot \arctan \frac{1}{2m} + \frac{m}{0.25 + m^2} \right) \quad (21)$$

式中: $m = \frac{z}{B}$, 量纲一的量。

条基轴线上竖向附加应力和条基宽度 B 、计算点到地面的垂直距离 z 、基底压力平均值 q_0 有关,还和地基各向异性参数有关。

3 算例讨论

以上海金山一大型油罐为例,计算其轴线下在几种不同基底压力分布和各向异性比 n 时的竖向附加应力。油罐半径 16m,基底平均压力 164.3kPa,泊松比 μ_{vh} 各土层都很接近,为 0.22,各向异性比 n 从 0.5 变化到 3.0。

图 5 表示当考虑基底压力为二次抛物面分布时,轴线上竖向应力随深度的变化。在靠近基底的深度范围内,各向异性对地基中竖向附加应力的影响可以忽略。随深度增加,各向异性的影响先增大又减小,当 $z/R_0 > 6$ 时,地基附加应力已经很小,各向异性的影响也很小。

图 6 表示当考虑基底压力为马鞍形分布时,轴线上竖向应力随深度的变化。各向异性对地基中竖向附加应力的影响在各个深度

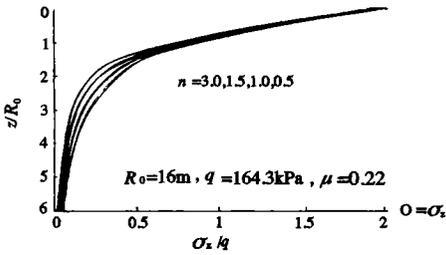


图5 二次抛物面荷载作用下
圆基轴线上竖向附加应力分布

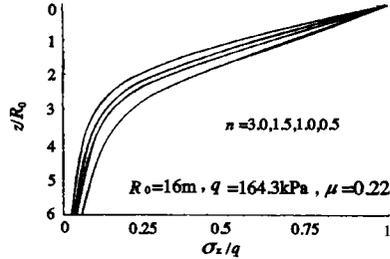


图6 马鞍形荷载作用下
圆基轴线上竖向附加应力分布

都有所加强,即使在浅层土中也不能忽略各向异性的影响。在基础轴线下相同深度处,马鞍形荷载作用下竖向附加应力大于二次抛物面荷载作用下的竖向附加应力,我们应重视马鞍形荷载作用下地基各向异性对竖向附加应力的影响。

计算表明,若考虑土的各向异性,在同一种基底压力分布下,应力主要受各向异性比 n 控制,泊松比的影响可忽略。随着各向异性比 n 值的增大,竖向附加应力逐渐减小,说明各向异性对应力起削减作用,各向异性比 n 值越大,则各向异性程度越高,削减的幅度越大,沿土层深度削减的速率越快。

参 考 文 献

- 1 Rap Kameswara N S V. Stress at different depths below loaded area. ASCE, 1970, 96(2): 779~782
- 2 Duncan J M. Seed H B. Anisotropy and stress re-orientation in clay. ASCE, 1966, 92(5): 21~25
- 3 Patrick A. Plane strain - contact stress distribution. beneath a rigid footing resting on a soft cohesive soil. Can Geotech J. 1980, 17: 114~122

收稿日期:1998-11-16

(上接 50 页)

用最大干密度计算压实度,判定压实质量。这种方法通常需时 1~2d,严重制约了机械化施工的速度,后应用 $D-\rho_s-\rho_d$ 三因素关系图,大大缩短了质检时间。

4 结 语

三峡坝区道路路基及场地平整工程均使用当地的风化砂做填方材料,1994~1997年,先后完成了 10 余个场平工程和 20 余条道路工程,总计回填风化砂 2 000 余万 m^3 。在这些工程施工质量控制中,应用 $D-\rho_s-\rho_d$ 三因素关系图对压实质量进行判定,共取样 1 625 个,起到了快捷、准确的目的,为快速

机械化施工创造了条件;在 $D-\rho_s-\rho_d$ 三因素关系图的应用过程中,根据料源的变化多次对 $D-\rho_s-\rho_d$ 图进行了校核,保证了 $D-\rho_s-\rho_d$ 图应用的可靠性。目前,上述工程已投入使用 1~3a,工程质量良好。

参 考 文 献

- 1 中国长江三峡工程开发总公司,长江科学院,水利部科技教育司主编. 长江三峡工程施工关键技术研究专题研究报告集. 武汉:湖北辞书出版社,1994. 96

收稿日期:1998-12-14