

# 砂井地基平面问题转换及其应用

陈建锋 石振明 陈竹昌

(同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092)

**【摘要】** 考虑砂井地基的井阻和涂抹区效应, 建立了轴对称砂井和平面砂墙之间渗透系数以及几何尺寸的关系式, 使砂井地基等效成平面砂墙处理。采用修正剑桥模型的二维平面应变 Biot(比奥特)固结有限元对一高速公路塑料排水板路基的沉降预测, 显示结果与实测沉降结果比较接近。

**【关键词】** 砂井; 塑料排水板; 修正剑桥模型; 比奥特; 有限元

**【中图分类号】** TU472.3

## Transformation of Axisymmetric Vertical Drains into Plain Vertical Drains and Its Applications

**【Abstract】** The relationship of coefficients of permeability and geometry (drain spacing) between axisymmetric vertical drains and plain vertical drains is established, considering both well resistance and smear zone effects. Thus matching the two problems can be achieved by adjusting the geometry and the permeability of soil. The settlement of one PVD embankment of express road is predicted with finite element method of Biot theory, adopting modified Cambridge model (MCM). The predicted results show close to the measurements.

**【Key word】** vertical drains; PVD; modified Cambridge model; Biot; finite element method

### 0 引言

砂井地基是指在天然地基里打设袋装砂井或塑料排水板, 再进行堆载预压的地基。试验和工程实践表明, 在软粘土地基中设置一定间距和深度的砂井, 将大大加快软粘土地基的固结完成时间, 缩短工期, 以及提高地基的强度和稳定性。因此, 砂井地基在沿海软土地区得到了广泛应用。

在一般的工程设计计算中, 为简便, 都把砂井地基简化成单井地基, 按轴对称固结来分析。Barron(巴隆, 1948)和 Hansbo(汉丝玻, 1981)都各自导出了砂井的轴对称固结解。若采用有限元来分析, 由于砂井地基在空间上是一个三维问题, 严格地说应该采用三维固结有限元来计算。但在实际计算中, 为了避免三维问题的巨大工作量, 应尽可能将砂井地基三维

问题转化成平面二维问题来处理。

文献[1]和[2]在把砂井地基按平面问题有限元来计算时, 由于砂井的间距小, 为了得到合理的孔隙水压力分布, 把砂井间距放大, 把土的水平向渗透系数按井距放大倍数的平方放大, 使放大前后水平向固结系数相等。这样做只是使放大前后的轴对称砂井水平向固结等效了, 没有最终将砂井地基等效成平面问题。

本文在已有文献的基础上推导出同时考虑井阻和涂抹区影响的平面问题水平向平均固结度公式, 并使之与汉丝玻导出的轴对称砂井的平均固结度相等, 得到两者渗透系数和几何尺寸关系的公式, 从而使砂井地基转换为平面应变问题。

## 1 砂井地基平面问题转换

### 1.1 轴对称砂井的水平向平均固结度

汉丝玻(1981)对轴对称砂井(见图 1a)推

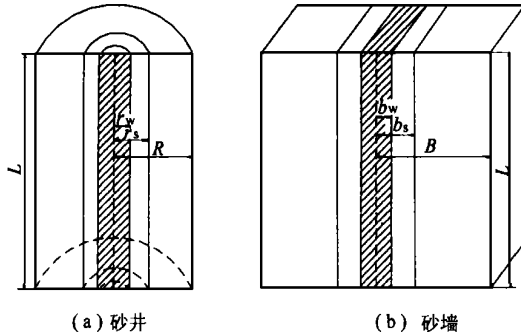


图 1 轴对称的砂井和平面问题的砂墙示意图

$$\bar{U}_h = 1 - \exp\left[-\frac{8T_h}{\mu}\right] \quad (1)$$

式中:  $\mu = \ln(n/s) + (k_h/k'_h)\ln(s)$

$$-0.75 + \pi z(2l-z)k_h/q_w \quad (2)$$

如果不考虑井阻,只考虑涂抹区影响,则

$$\mu = \ln(n/s) + (k_h/k'_h)\ln(s) - 0.75 \quad (3)$$

如果既不考虑井阻,也不考虑涂抹区影响,则

$$\mu = \ln(n) - 0.75 \quad (4)$$

$T_h$  为水平向固结的时间因子

$$T_h = \frac{C_h t}{4R^2} \quad (5)$$

上述公式中,  $n=R/r_w$ ,  $s=r_s/r_w$ ,  $R$ 、 $r_s$ 、 $r_w$  分别为砂井的影响半径、涂抹区半径和砂井的等效半径,  $m$ ;  $q_w$  为砂井的流量,  $m^3/s$ ;  $k_h$  为非扰动区(非涂抹区)水平向渗透系数,  $m/s$ ;  $k'_h$  为涂抹区水平向渗透系数,  $m/s$ ;  $\gamma_w$  为孔隙水的重度,  $kN/m^3$ ;  $C_h$  为水平向固结系数,即

$$C_h = \frac{k_h}{\gamma_w m_v} \quad (6)$$

式中:  $m_v = a/(1+e)$ , 称为体积压缩系数,其中  $a$  为压缩系数,  $MPa^{-1}$ ;  $e$  为孔隙比。

### 1.2 平面问题水平向平均固结度

Hird(赫德, 1992)曾把汉丝玻理论等效转化成平面问题<sup>[3]</sup>,但他没有考虑涂抹区的影响;因此,本文拟考虑涂抹区的影响,推导出在

导了比较简洁的包含涂抹区和井阻影响的固结方程<sup>[3]</sup>。对轴对称排水,在  $t$  时刻,  $z$  深度处的水平向平均固结度  $\bar{U}_h$  可表示成

$t$  时刻  $z$  深度平面问题水平向平均固结度

$$\bar{U}_{hp} = 1 - \exp\left[-\frac{-8T_{hp}}{\mu_p}\right] \quad (7)$$

式中:  $\mu_p = \omega + \xi(2lz - z^2) + \Psi \frac{k_{hp}}{k_{hps}}$  (8)

其中系数  $\omega = \frac{2}{3} - \frac{2b_s}{B} + \frac{2b_s^2}{B^2} - \frac{2b_s^3}{3B^3}$  (9)

$$\xi = \frac{2k_{hp}(B-b_w)^2}{Q_w B^3} \quad (10)$$

$$\Psi = \frac{2}{B}(b_s - b_w) - \frac{2}{B^2}(b_s^2 - b_w^2) + \frac{2}{3B^3}(b_s^3 - b_w^3) \quad (11)$$

$T_{hp}$  为时间因子  $T_{hp} = \frac{C_{hp} t}{4B^2}$  (12)

式中:  $C_{hp} = \frac{k_{hp}}{m_v \gamma_w}$  (13)

为固结系数。

上述公式中,下标  $p$  表示平面问题;  $k_{hps}$  表示砂墙中涂抹区水平向渗透系数,  $m/s$ ;  $k_{hp}$  表示砂墙中非涂抹区水平向渗透系数,  $m/s$ ;  $B$ 、 $b_s$ 、 $b_w$  分别表示砂墙的影响半径、涂抹区半径和等效半径,  $m$ 。其中  $b_s$  和  $b_w$  可以通过砂井和砂墙面积等效的方法求得。对于正方形排列的砂井,  $b_s = \pi r_s^2/(4R)$ ,  $b_w = \pi r_w^2/(4R)$ ; 对于三角形分布的砂井,  $b_s = 1.143\pi r_s^2/(2R)$ ,  $b_w = 1.143\pi r_w^2/(2R)$ ;  $Q_w = k_w \cdot (2b_w)$ ,  $k_w$  为砂墙中

填充材料的渗透系数,  $m/s$ 。

### 1.3 轴对称砂井等效成平面砂墙

考虑到砂井地基主要是水平向渗流固结, 因此使轴对称砂井和砂墙的水平向平均固结度式(1)与式(7)相等, 则认为两者等效, 那么可以得到

$$k_{hp} = \frac{B^2 \mu_p k_h}{R^2 \mu k_h} \quad (14)$$

上式将砂井地基等效成不同几何尺寸的平面应变问题, 既可以让  $B = R$ , 也可以使  $B > R$ , 即可以根据平面应变有限元计算需要调整砂墙的间距(砂墙间距为  $2B$ ), 而只要采用相应的水平向渗透系数  $k_{hp}$  就可以了。

若不考虑井阻问题, 即认为砂墙中的渗透系数  $k_w \gg k_{hp}$ , 则可以去掉式(8)的  $(2lz - z^2)$  部分; 并且 Terzaghi 等人(1996)建议<sup>[4]</sup>, 若缺少实测资料通常可以假设非扰动区的水平向渗透系数是扰动区(涂抹区)水平向渗透系数的 2 倍。于是式(14)可以简化成

$$k_{hp} = \frac{B^2}{R^2} \frac{\omega + 2\Psi}{\ln(n/s) + 2\ln(s) - 0.75} k_h \quad (15)$$

如果  $B \gg b_s$ , 则由式(9)和(11),  $\omega = 2/3$ ,  $\Psi = 0$ , 上式变为

$$k_{hp} = \frac{2B^2}{3R^2} \frac{k_h}{\ln(n/s) + 2\ln(s) - 0.75} \quad (16)$$

若既不考虑井阻, 也不考虑涂抹区影响, 那么上式进一步简化为

$$k_{hp} = \frac{2B^2}{3R^2} \frac{k_h}{\ln(n)} \quad (17)$$

## 2 计算实例

计算所用的是二维平面应变比奥特固结有限元程序, 采用修正剑桥本构模型。需要说明的是, 上面公式在推导过程中作了一些简化, 忽

略了侧向变形以及假定侧向边界不透水, 这与实际问题是有所出入的。但是轴对称砂井和砂墙在推导水平向平均固结度时所作的假设是相同的, 而且砂井地基主要发生的是垂直向固结, 因此本文对实际问题计算中采用上面导出的公式进行转换, 并将计算结果与实测结果进行比较。

某高速公路路基采用 SPB-1 型塑料排水板, 三角形分布, 间距 1.0 m, 长 10 m。塑料排水板可以按下式换算成相当直径的砂井

$$d = \alpha \frac{2(b + \delta)}{\pi} \quad (18)$$

式中:  $\alpha$  为换算系数, 在 0.6 ~ 0.9 之间;  $b$  为排水板宽度;  $\delta$  为排水板厚度。这里排水板宽度 100 mm, 厚度 4.6 mm, 取  $\alpha$  为 0.75, 则可以得到塑料排水板的等效直径  $d$  为 50 mm, 即  $r_w = 25$  mm。汉丝玻<sup>[5]</sup>认为, 涂抹区的半径  $r_s$  差不多是插板机等效半径的 2 倍。而插板机等效半径要大于排水板等效半径, 这里取  $r_s = 150$  mm。

有限元计算时, 将排水板的间距放大 4 倍, 即  $B = 2.0$  m。由于  $r_s$  换算得到的  $b_s = 0.04$  m, 因此, 可以认为  $B \gg b_s$ 。另外, 由于排水板是中空的, 固结过程中水流流速也比较慢, 因此不考虑井阻效应。那么可以采用式(16)进行渗透系数的换算, 这里  $n = 20$ ,  $s = 6$ , 则  $k_{hp} = 2.64k_h$ 。

地基土构成及土性指标见表 1, 第二层土以下是比较厚的粉砂层和硬粘土, 因此地基土只取上面二层土。计算模型、堆载过程以及计算和实测结果见图 2 和图 3。图 2 中竖向的虚线表示放大间距的砂墙位置, 除地面为透水边界, 其余三边界都设定为不透水边界。

表 1 地基土构成及土性指标

土层	厚度 $h/m$	重度 $\gamma/kN \cdot m^{-3}$	渗透系数 $k_v/(m \cdot s^{-1})$	渗透系数 $k_h/(m \cdot s^{-1})$	压缩指数 $C_c$	回弹指数 $C_s$	泊松比 $\nu$	应力比 $m$
粉质粘土	2.00	19.0	$4.18 \times 10^{-7}$	$8.40 \times 10^{-7}$	0.06	0.005	0.30	1.30
淤泥质粉质粘土	8.00	17.5	$2.79 \times 10^{-7}$	$5.60 \times 10^{-7}$	0.11	0.019	0.36	1.02

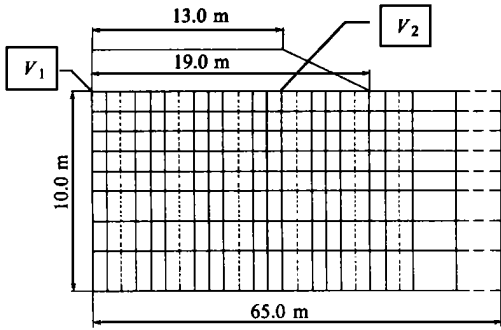


图2 计算模型图

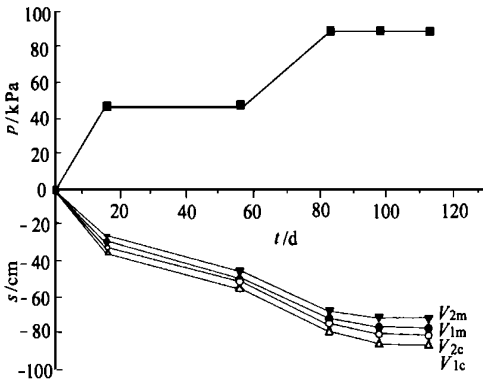


图3 荷载、沉降-时间关系图

图3中,  $V_{1m}$ 和  $V_{2m}$ 分别为路堤中心线地面和路肩以下地面的实测沉降,  $V_{1c}$ 和  $V_{2c}$ 则为对应点的计算值。由图可知, 计算值比实测值

偏大一些, 但还是比较接近, 误差在 20%以内。

### 3 结语

本文将砂井地基转换为平面应变的砂墙地基, 以便于平面有限元计算。尽管作了一些必要的假设, 计算结果与实测结果还是比较吻合, 因此, 本文所提出的轴对称砂井和平面砂墙的等效公式可以应用于实际砂井地基工程的计算。

### 参 考 文 献

- 1 李大梁等. 砂井地基弹塑性固结变形有限单元分析. 水利水运科学研究, 1983(3): 55~61.
- 2 沈珠江等. 软土地基真空排水预压的固结变形分析. 岩土工程学报, 1986(3): 7~15.
- 3 C. C. Hird, etc. Finite element modeling of vertical drains beneath embankments on soft ground. Geotechnique, 1992(3): 499~511.
- 4 W. Zhou, etc. Probabilistic design method of prefabricated vertical drains for soil improvement. JGGE, ASCE, 1999(8): 659~664.
- 5 B. Indraratna, etc. Performance of embankment stabilized with vertical drains on soft clay. JGGE, ASCE, 1994(2): 257~273.

收稿日期: 2000-09-28

## 《岩土工程技术》2000年合订本有售

《岩土工程技术》2000年合订本(一~四期)已出版, 定价: 25元。欲购者, 可将款项从邮局寄北京573信箱《岩土工程技术》杂志社(邮编100053)刘荣先收, 并注明“《岩土工程技术》2000年合订本”字样。

《岩土工程技术》杂志社

2000-12-18