

# 地下结构局部超载侧压力计算

王广月  
(山东工业大学 济南 250061)

**【摘要】**本文从布辛尼斯克 (Boussinesq) 解出发, 推导了局部超载侧压力的计算公式, 并给出了计算参数表, 利用此公式和表格进行侧压力计算, 比较方便、简单。

**【关键词】**地下结构 侧压力 均布荷载

**【Abstract】** This paper deduces the formulation for calculating lateral pressure with local surcharge based on the solution of Boussinesq. And gives the calculative parameters table. It is simple and easy to calculate the lateral pressure using the given formula and table.

**【Keywords】** Underground structure, Lateral pressure, Uniform load

## 1 概述

在计算地下结构侧压力时, 常遇到破裂体范围内局部垂直荷载的作用问题, 尤其在老厂改造过程中无法避免。例如: 改扩建时的旧柱基对新结构的作用, 地面堆载, 施工吊车履带等作用在旧结构破裂体范围内, 以及深基挡墙受地面荷载作用等。长期以来, 在工程实践中采用朗肯理论计算局部超载侧压力, 即采用图 1 所示的计算简图。该法存在

不足之处:

(1) 局部超载直接从地面向下沿  $45^\circ + \varphi/2$  角传递到墙背乘主动土压力系数即为水平荷载, 未体现垂直荷载随深度扩散的含义, 显然数值偏大;

(2) 沿  $45^\circ + \varphi/2$  角下传, 使其对墙背的作用点下移, 对不同结构 (悬臂、有端支承墙等) 产生有利或不利的弯矩和剪力值, 对悬臂结构力臂减少, 偏于不安全;

(3) 同土力学的附加压力传布理论有出入, 地面荷载作为附加压力, 一般在很浅 (压板下) 处传递较多, 深处较少, 较大的侧压力也理应在压板下不远处, 且不是同一数值的定位处。

文献 [2] 运用弹性理论的布辛尼斯克公式计算侧压力, 该方法能较确切地反映墙背受载状况。本文进一步讨论矩形面积上受均布荷载作用的侧压力计算, 从布辛尼斯克解出发, 推导了上述条件下的侧压力计算公式, 利用此公式进行侧压力计算, 比较简单、方便。

## 2 集中荷载作用下的侧压力计算

布辛尼斯克公式为空间解, 其水平应力公式为:

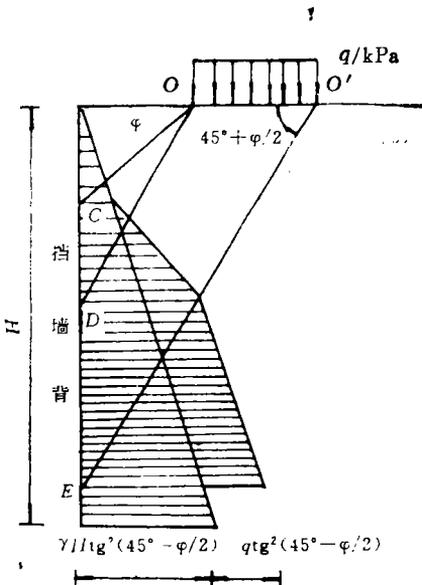


图 1 墙背局部超载的朗肯理论计算

$$\sigma_x = \frac{3P}{2\pi} \left\{ \frac{x^2 z}{R^5} + \frac{1-2\mu}{3} \left[ \frac{R^2 - Rz - z^2}{R^3(R+z)} - \frac{x^2(2R+z)}{R^2(R+z)^2} \right] \right\} \quad (1)$$

式中  $P$  —— 作用于坐标原点与地面垂直的集中力(kN);

$R$  —— 土体中任一点 $M$ 的向径(m);

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$= \sqrt{r^2 + z^2}$$

$\mu$  —— 泊松比。

其作用如图2所示。

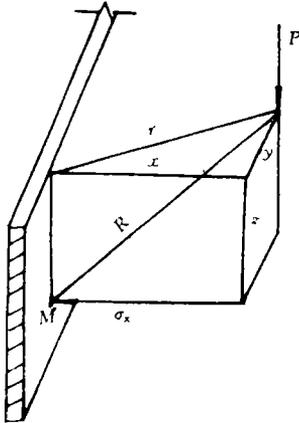
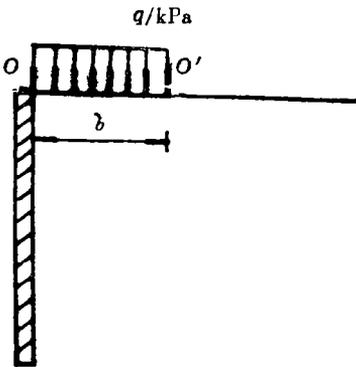


图2 集中荷载作用下布氏公式的空间解

30年代末期曾有人用集中力试验了墙背的水平应力，其分布形状和最大侧压应力位



置非常符合布氏公式中的第一项，即：

$$\sigma_x = \frac{3Px^2 z}{2\pi R^5} \quad (2)$$

最大侧压应力离地面的深度大概等于自墙背至集中力间距离的一半，但试验值较计算值大得多(有时甚至大1倍)。人们承认和研究了这个差距。如日本1972年的《建筑基础结构设计规范》(正文部分)采用了此公式，并将 $\sigma_x$ 提高一倍。确切的增值有待进一步试验研究解决，在未解得增大值之前，笔者认为采用日本规范用计算值增大一倍是合适的，即用：

$$\sigma_x = \frac{3Px^2 z}{\pi R^5} \quad (3)$$

### 3 矩形面积上受均布荷载作用下的侧压力计算

#### 3.1 矩形面积长边边缘中点下的侧压力计算

如图3所示，在矩形面积 $l \times b$ 上作用着均布荷载，为计算矩形面积长边边缘中点 $O$ 下某点 $M$ 的侧压力 $\sigma_x$ ，可在矩形面积范围内取单元面积 $dA = dx dy$ ，作用在单元面积上的分布荷载可用集中力 $dP = q dx dy$ 表示，这时挡墙中 $M$ 点的侧压力值 $\sigma_x$ 可用公式(3)在矩形面积范围内进行积分求得，即：

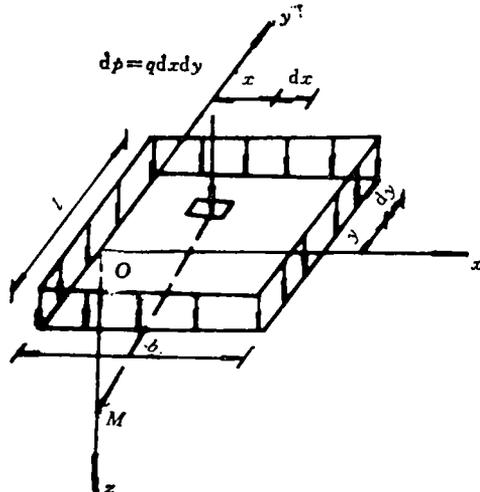


图3 均布矩形荷载长边边缘中点下的侧压力计算

$$\sigma_x = \int_{y=-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_{z=0}^{z=b} \frac{3x^2 z q}{\pi R^5} dx dy = \frac{3zq}{\pi} \int_{y=-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_{z=0}^{z=b} \frac{x^2}{(x^2 + y^2 + z^2)} dx dy$$

$$= \frac{2}{\pi} \left[ \arcsin \frac{\sin\left(\arctan \frac{l}{2z}\right)}{\sqrt{\frac{z^2 + b^2}{b^2}}} - \frac{lbz}{(b^2 + z^2)\sqrt{l^2 + 4z^2 + 4b^2}} \right] \cdot q \quad (4)$$

或  $\sigma_x = \frac{2}{\pi} \left[ \arcsin \frac{\sin\left(\arctan \frac{m}{2n}\right)}{\sqrt{1 + n^2}} - \frac{m \cdot n}{(1 + n^2)\sqrt{m^2 + 4n^2 + 4}} \right] \cdot q = \alpha_1 \cdot q \quad (5)$

式中  $\alpha_1 = \frac{2}{\pi} \left[ \arcsin \frac{\sin\left(\arctan \frac{m}{2n}\right)}{\sqrt{1 + n^2}} - \frac{m \cdot n}{(1 + n^2)\sqrt{m^2 + 4n^2 + 4}} \right]$

$$m = \frac{l}{b}, \quad n = \frac{z}{b}$$

式中  $l$  —— 矩形面积长边边长;  
 $b$  —— 矩形面积短边边长。

### 3.2 矩形面积短边边缘中点下的侧压力计算

如图4所示，在矩形面积  $l \times b$  上作用着均布荷载，为计算矩形面积短边边缘中点下某点  $M$  的侧压力  $\sigma_x$ ，可在矩形面积范围内取单元体面积  $dA = dx dy$ ，作用在单元面积上的分布荷载可用集中力  $dP = dx dy$  表示，这时挡墙中  $M$  点的侧压力值  $\sigma_x$  可用公式(3)在矩形面积范围内进行积分求得，即：

$$\sigma_x = \int_{y=-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{z=0}^{z=l} \frac{3x^2 z q}{\pi R^5} dx dy = \frac{3zq}{\pi} \int_{y=-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{z=0}^{z=l} \frac{x^2}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} dx dy$$

$$= \frac{2}{\pi} \left[ \arcsin \frac{\sin\left(\arctan \frac{b}{2z}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{l}\right)^2}} - \frac{lbz}{(l^2 + z^2)\sqrt{b^2 + 4l^2 + 4z^2}} \right] \cdot q \quad (6)$$

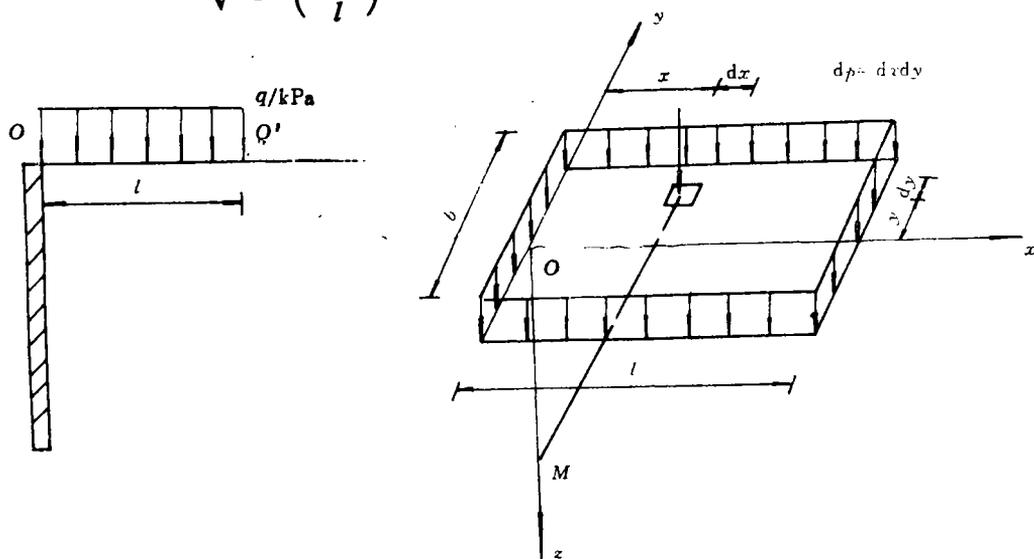


图4 矩形均布荷载短边边缘中点下的侧压力计算

$$\text{或 } \sigma_x = \frac{2}{\pi} \left[ \arcsin \frac{\sin\left(\arctan \frac{1}{2n}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{n}{m}\right)^2}} - \frac{m \cdot n}{(m^2 + n^2)\sqrt{1 + 4m^2 + 4n^2}} \right] \cdot q = \alpha_b \cdot q \quad (7)$$

$$\text{式中 } \alpha_b = \frac{2}{\pi} \left[ \arcsin \frac{\sin\left(\arctan \frac{1}{2n}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{n}{m}\right)^2}} - \frac{m \cdot n}{(m^2 + n^2)\sqrt{1 + 4m^2 + 4n^2}} \right]$$

$$\text{其中 } m = \frac{l}{b}, n = \frac{z}{b}$$

3.3 均布矩形荷载距挡墙一定距离时侧压力的计算

如图5所示,局部超载作用在距挡墙L处,其侧压力的计算可采用叠加原理。过a、d两

点分别作ba、cd的延长线交挡墙于e、f,将荷载面积abcd看作是由I(febc)与II(fead)之差,则:

$$\sigma_x = (\alpha_{I I} - \alpha_{I II}) \cdot q \quad (8)$$

$$\text{或 } \sigma_x = (\alpha_{b I} - \alpha_{b II}) \cdot q \quad (9)$$

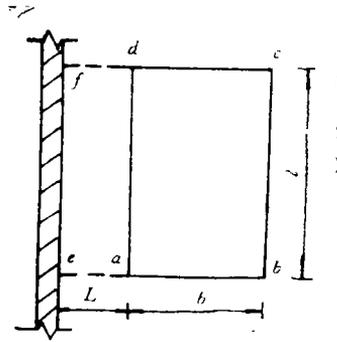
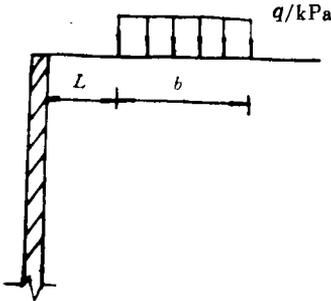


图5 挡墙距荷载一定距离时侧压力的计算

4 算例

试画出如图6所示离墙4.5m,土面接触压力为100kPa,接触面积为3m×3m的油罐对刚性挡墙的侧向压力分布曲线。求出

压力强度以后,求作用在条宽为1m的墙上的总受力,并求出合力离墙底的位置y(取墙高为7.5m)。

如图6所示,过d、e分别作辅助线,矩形

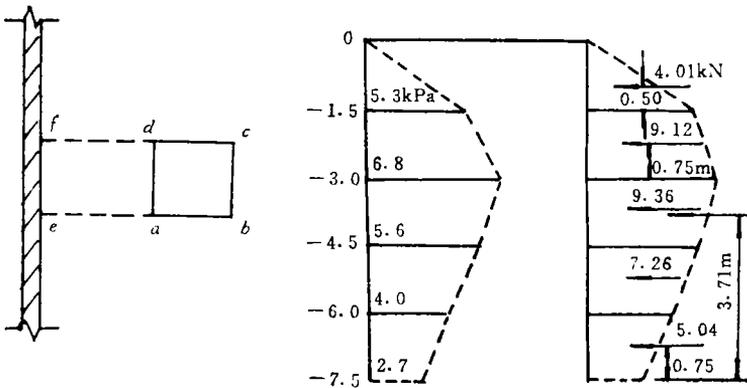


图6 侧压力计算实例

表 1 算例计算过程表

z/m	l/b		z/b	α <sub>b</sub>		σ <sub>x</sub> =(α <sub>bI</sub> -α <sub>bII</sub> )q /kPa
	I	II		α <sub>bI</sub>	α <sub>bII</sub>	
0.0	2.5	1.5	0.0	1.000	1.000	0.0
1.5	2.5	1.5	0.5	0.464	0.411	5.3
3.0	2.5	1.5	1.0	0.232	0.164	6.8
4.5	2.5	1.5	1.5	0.127	0.071	5.6
6.0	2.5	1.5	2.0	0.073	0.033	4.0
7.5	2.5	1.5	2.5	0.044	0.017	2.7

荷载面abcd在挡墙上产生的侧压力可看作两个矩形荷载面I (fcbe) 和矩形荷载面II (fae) 之差的合成, 计算过程见表1。其压力分布见图6, 然后找出合力的大小和位置。

除第一个压力面积是三角形, 其合力作用在2/3高度处外, 假定每个压力面积的合力均近似作用在高度的中点处, 如图6所示, 因此,

$$P_1 = 5.35 \times \frac{1.5}{2} = 4.01 \text{ kN},$$

$$P_2 = (5.35 + 6.81) \times \frac{1.5}{2} = 9.12 \text{ kN},$$

等等

$$R = \sum P_i = 4.01 + 9.12 + 9.36 + 7.26$$

$$+ 5.04 = 34.79 \text{ kN}$$

对于底部力矩总和为:

$$34.79 \bar{y} = 5.04 \times 0.75 + 7.26 \times 2.25$$

$$+ 9.36 \times 3.75 + 9.12 \times 5.25$$

$$+ 4.01 \times 6.5$$

$$\bar{y} = 3.71 \text{ m (如图6所示)}$$

### 5 结语

(1) 以布辛尼斯克解为基础, 推导了矩形面积上受均布荷载作用下地下结构上所受侧压力的解析表达式, 并给出了均布荷载距地下结构l距离处的侧压力计算方法。

(2) 为了计算方便, 笔者已将公式(5)、(7)中的参数值α<sub>i</sub>、α<sub>b</sub>计算出来, 列于表2、表3, 供计算时查取。

表 2 α<sub>i</sub>值计算表

n	m	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	10.0	>10.0
		0.0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.1	0.831	0.845	0.845	0.859	0.863	0.866	0.871	0.873	0.873	0.873	0.873	0.873	0.874
0.2	0.675	0.699	0.714	0.725	0.732	0.737	0.748	0.750	0.751	0.752	0.752	0.752	0.752
0.4	0.424	0.455	0.477	0.493	0.504	0.512	0.530	0.535	0.537	0.538	0.538	0.538	0.538
0.6	0.259	0.286	0.307	0.322	0.334	0.343	0.365	0.371	0.373	0.374	0.375	0.375	0.375
0.8	0.159	0.179	0.195	0.208	0.218	0.226	0.248	0.255	0.257	0.259	0.260	0.260	0.260
1.0	0.099	0.113	0.125	0.135	0.143	0.150	0.169	0.176	0.179	0.180	0.181	0.182	0.182
1.2	0.063	0.073	0.081	0.088	0.095	0.100	0.116	0.123	0.126	0.128	0.129	0.129	0.129
1.4	0.041	0.048	0.054	0.059	0.064	0.068	0.082	0.088	0.091	0.092	0.093	0.094	0.094
1.6	0.028	0.032	0.037	0.041	0.044	0.047	0.058	0.064	0.066	0.068	0.069	0.069	0.069
1.8	0.019	0.023	0.026	0.029	0.031	0.034	0.042	0.047	0.049	0.051	0.052	0.052	0.052
2.0	0.014	0.016	0.018	0.020	0.022	0.024	0.031	0.035	0.037	0.039	0.040	0.040	0.040
3.0	0.003	0.004	0.005	0.005	0.006	0.006	0.008	0.010	0.011	0.012	0.013	0.014	0.014
4.0	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002	0.003	0.004	0.004	0.005	0.006	0.006	0.006
5.0	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003
6.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002
7.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001

表 3  $\alpha_n$  值计算表

$n \backslash m$	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	10.0	>10.0
0.0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.1	0.831	0.844	0.851	0.856	0.860	0.863	0.869	0.871	0.872	0.873	0.874	0.874
0.2	0.675	0.698	0.713	0.723	0.730	0.735	0.747	0.752	0.754	0.755	0.757	0.757
0.4	0.424	0.461	0.486	0.504	0.517	0.526	0.550	0.559	0.563	0.565	0.569	0.569
0.6	0.259	0.299	0.329	0.350	0.367	0.379	0.412	0.425	0.431	0.434	0.439	0.440
0.8	0.159	0.194	0.223	0.246	0.264	0.278	0.317	0.333	0.341	0.345	0.352	0.353
1.0	0.099	0.128	0.153	0.174	0.192	0.206	0.249	0.268	0.277	0.282	0.290	0.292
1.2	0.063	0.085	0.106	0.125	0.141	0.155	0.199	0.219	0.230	0.236	0.246	0.247
1.4	0.041	0.058	0.075	0.091	0.105	0.118	0.161	0.182	0.194	0.201	0.212	0.214
1.6	0.028	0.040	0.054	0.067	0.079	0.090	0.131	0.153	0.166	0.173	0.185	0.188
1.8	0.019	0.029	0.039	0.050	0.060	0.070	0.108	0.130	0.143	0.151	0.164	0.167
2.0	0.014	0.021	0.029	0.037	0.046	0.054	0.089	0.111	0.124	0.133	0.147	0.150
3.0	0.003	0.005	0.008	0.011	0.014	0.018	0.037	0.054	0.066	0.075	0.092	0.096
4.0	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.007	0.017	0.028	0.038	0.045	0.063	0.068
5.0	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.009	0.015	0.022	0.029	0.045	0.050
6.0	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.005	0.009	0.014	0.019	0.033	0.038
7.0	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.003	0.006	0.009	0.012	0.025	0.029

(3) 对于圆形面积受均布荷载作用的情况, 可变换成为  $l = b = \sqrt{A}$  的等效方形基础之后进行计算 ( $A$  为圆形面积)。

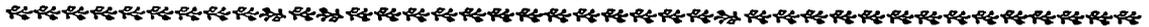
参 考 文 献

1 天津大学等四院合编. 地基与基础. 北京,

中国建筑工业出版社, 1978

2 朱旦仁. 应用布氏公式计算局部超载侧压力. 工业建筑, 1994 (1)  
 3 唐念慈等译. 基础工程分析与设计. 北京, 中国建筑工业出版社, 1987

收稿日期: 1996-08-22



(上接第56页)

下处理: 如果点位未移动, 则承认该起始点为原等级的控制点, 可作为第 2 期网的起算点。如果移动了, 则应从起始点中剔除, 认为它已不是原等级的控制点, 视其为未知点, 按降级处理。这时, 如有必要且有可能的话, 则可按文献[3]中介绍的用“储备精度”法将其恢复为原等级的控制点, 其工作量也不大。

参 考 文 献

1 杜永昌. 三角网起始数据的统计检验和分析. 测绘通报, 1983, №2  
 2 曾卓乔. 变形观测网的平差和变形分析. 测绘通报, 1983, №2  
 3 黄懋胥. 工业厂区现状图测量. 北京, 测绘出版社, 1983, 11  
 4 测量平差基础[增订本]. 武汉测绘学院, 1982  
 5 线性代数(第二版). 上海交通大学, 1983