

基于隶属函数选取的岩土工程模糊可靠度分析

孙杰 牟在根 张晓

(北京科技大学, 北京 100083)

【摘要】 目前岩土工程中模糊可靠度计算时隶属函数的选取还没有一个统一标准, 针对这种现状进行研究, 选取了三种具有代表性的隶属函数, 并将其分别应用于岩土工程中的两种典型结构: 地下连续墙和挡土墙, 通过模糊可靠度的计算以及比较分析, 得出如何选取优化隶属函数的有益结论, 对工程应用具有实际的指导意义。

【关键词】 模糊可靠度; 挡土墙; 地下连续墙; 隶属函数

【中图分类号】 TU 476

Analysis of the Fuzzy Reliability in Geotechnical Engineering Based on Choosing the Membership Functions

Sun Jie Mu Zaigen Zhang Xiao

(Civil & Environment college of USTB, Beijing 100083)

【Abstract】 The fuzzy probability of two typical structures in geomechanics engineering, underground diaphragm wall and retaining wall, is calculated by three representational membership functions and a probability density function for the performance function. Then some useful conclusions on choosing the optimal membership function are obtained.

【Key Words】 fuzzy probability; retaining wall; underground diaphragm wall; membership functions

0 引言

长期以来, 结构稳定性是岩土工程中研究的重要问题之一。在结构稳定性分析中存在着大量的不确定性因素, 主要包括随机不确定性和模糊不确定性。例如土体的重度与内摩擦角等都可以看作是随机变量, 结构的失稳则可以看作是随机过程。结构的稳定性也是一个模糊概念, 在失稳与稳定之间存在着一个模糊过渡区。因此将结构的失稳看作是一个模糊概率事件, 并同时考虑其随机性和模糊性两种不确定性因素, 利用概率理论与模糊数学建立分析岩土工程中结构稳定性的方法, 更符合客观实际。

1 模糊可靠度分析原理及计算方法

结构的负荷能力、适用性能、耐久性能等统称为结构功能。结构功能通常以极限状态为标志, 结构到达它不能完成预定功能之前的一种特殊状态, 即临界状态, 称为结构的极限状态。极限状态可用结构的功能函数予以精确表达^[1]。

$$Z = g(R, S) \quad (1)$$

对于功能函数的这一表达式, 不同的情况可以取不同的具体形式。这里不妨取这种简单的形式:

$$Z = R - S \quad (2)$$

式中功能函数 Z 表达了结构抗力对荷载的富裕程度, 故有时称为安全裕量。其值大于 0 时结构处于可靠状态, 小于 0 时, 处于失效和破坏状态, 等于 0 时结构处于极限状态。在结构稳定性分析中, R 为抗滑力、 S 为滑动力。在计算分析中, 结构功能函数为非线性函数。对于结构功能函数 $Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$, 若基本随机变量 $X_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 均服从正态分布, $X_i \sim N(\mu_{X_i}, \sigma_{X_i}^2)$, $(i = 1, 2, \dots, n)$, 且诸 X_i 相互独立, 将 Z 在平均值处按泰勒级数展开, 仅保留线性项, 有

$$Z \approx g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}) + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_{\mu_{X_i}} (X_i - \mu_{X_i}) \quad (3)$$

即可得平均值和标准差的近似公式为:

$$\mu_Z \approx g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}) \quad (4)$$

$$\sigma_Z = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)_{\mu} \sigma_{X_i} \right]^2} \quad (5)$$

式中: μ_{X_i} 为 X_i 的平均值; $\left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)_{\mu}$ 表示各偏导数均在 $\mu_{X_i} (i = 1, 2, \dots, n)$ 处取值。

根据可靠指标定义,有

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \approx \frac{g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^2 \cdot \sigma_{X_i}^2 \right]}} \quad (6)$$

结构失效概率可表示为:

$$P_f = f(Z < 0) = \int_F f(z) dz = \Phi(-\beta) \quad (7)$$

式中: F 为结构的失效域; $f(z)$ 为结构功能函数的概率密度函数^[2]。

由于事物本身存在着中间过渡现象及对事物划分标准边界的不清晰,一个元素只是在一定程度上属于一个集合,描述这种程度的就是模糊数学中的隶属函数^[3]。当考虑结构由“完全失稳”到“完全稳定”之间的中介过渡性时,引入可以表征结构稳定性的隶属函数 $\mu_A(z)$ 。工程中常用的隶属函数的形式有半梯形分布、二次抛物线形分布、半正态分布、岭型分布等^[4]。由于结构的失稳既具有模糊性又具有随机性,为一模糊随机事件,根据模糊数学的理论,其发生的概率为:

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} f(z) \mu_A(z) dz \quad (8)$$

当 μ_A 表示失效程度时, μ_A 接近于 0 时,失效的可能性小;当 $\mu_A = 0.5$ 时,处于最模糊状态,可作为传统分析时的极限平衡状态;当 $\mu_A = 1$ 时,失效的可能性大。分别用表征结构稳定性的三种隶属函数^[5]进行分析比较。

降半梯形分布:

$$\mu_A(z) = \begin{cases} 0 & z \geq b \\ \frac{b-z}{b-a} & a < z < b \\ 1 & z \leq a \end{cases} \quad (9)$$

$$\mu_A(z) = \begin{cases} 0 & z \geq E(S) \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{E(S) - (-E(S))} \left(z - \frac{E(S) + (-E(S))}{2} \right) & -E(S) < z < E(S) \\ 1 & z \leq -E(S) \end{cases} \quad (15)$$

在计算分析中,若视结构的几何尺寸为常量,将土体的重度 γ 及抗剪指标 c, φ 等作为随机正态变量,简化假设 R, S 也服从正态分布,则 Z 近似服从正态分布,其概率密度函数为:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_z} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z - E(Z)}{\sigma_z} \right)^2 \right] \quad (16)$$

将式(13)、(14)、(15)、(16)分别代入式(8)即可求得结构失稳的模糊概率 \hat{p}_f , 结构失稳的模糊可靠度为:

二次抛物线形分布:

$$\mu_A(z) = \begin{cases} 0 & z \geq b \\ \left(\frac{b-z}{b-a} \right)^2 & a < z < b \\ 1 & z \leq a \end{cases} \quad (10)$$

岭形分布:

$$\mu_A(z) = \begin{cases} 0 & z \geq b \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{b-a} \left(z - \frac{b+a}{2} \right) & a < z < b \\ 1 & z \leq a \end{cases} \quad (11)$$

由于结构的功能函数具有随机性,可用其均值进行模拟。由式(2)得:

$$E(Z) = E(R) - E(S) \quad (12)$$

式中: $E(Z)$ 为功能函数均值; $E(R)$ 为抗滑力均值; $E(S)$ 为滑动力均值。

当结构处于极限平衡状态时, $E(Z) = 0$, 即 $E(R) = E(S)$, 此时 $\mu_A(z) = 0.5$; 一般结构的稳定安全系数 K 取为 1.5, 可认为当 $K \geq 2$ 时, $\mu_A(z) = 0$, 此时 $E(R) = 2E(S)$, $E(Z) = E(R) - E(S) = E(S)$ 。将 Z 用均值 $E(Z)$ 模拟, 代入(9)、(10)、(11)中分别可得:

$$\mu_A(z) = \begin{cases} 0 & z \geq E(S) \\ \frac{E(S) - z}{2E(S)} & -E(S) < z < E(S) \\ 1 & z \leq -E(S) \end{cases} \quad (13)$$

$$\mu_A(z) = \begin{cases} 0 & z \geq E(S) \\ \left(\frac{E(S) - z}{2E(S)} \right)^2 & -E(S) < z < E(S) \\ 1 & z \leq -E(S) \end{cases} \quad (14)$$

$$\beta = \Phi^{-1}(1 - \hat{p}_f) \quad (17)$$

常规的概率极限状态设计对于结构失效的认识还是基于一种“点状态”, 而实际结构中的“失效”是一个渐进的过程。因此引入隶属函数的模糊可靠度比常规可靠度更加符合客观实际。

2 实例计算

2.1 实例 1

北京某标志性工程深基坑地下连续墙结构示

意图见图1。其中,每延米锚杆拉力 $F=2\ 200\ \text{kN/m}$,标准差 $\sigma_1=22\ \text{kN/m}$,土体重度 $\gamma=21\ \text{kN/m}^3$,标准差 $\sigma_2=2.1\ \text{kN/m}^3$,内摩擦角 $\varphi=30^\circ$, $c=0$,计算结构稳定性的模糊可靠度。土体的主动土压力可按规范法计算,查表可得主动土压力系数 $K_0=0.33$ 。

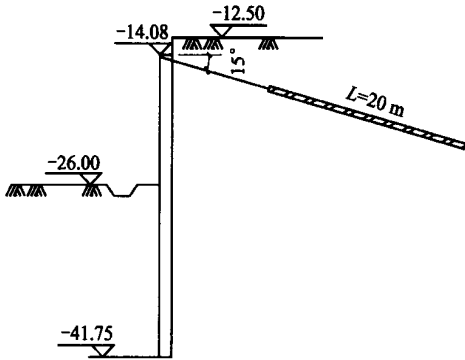


图1 地下连续墙示意图

1)计算静止土压力

静止土压力计算公式^[6]

$$E_0 = \frac{1}{2} K_0 \gamma H^2 \quad (18)$$

式中: E_0 为作用在每延米墙体上的静止土压力合力, kN/m ; H 为墙体高度, m 。

根据式(18)可分别计算出作用在墙体左右两侧土体静止土压力

$$E_a = 859.5\ \text{kN/m} \text{ 及 } E_b = 2\ 964.5\ \text{kN/m}$$

2)计算功能函数 Z 的均值及方差

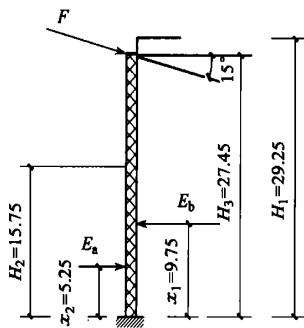


图2 结构计算简图

(1)抗滑力均值

$$E(R) = F \times \cos 15^\circ \times H_3 + E_a \times x_2 = 62\ 843, \text{kN}$$

式中: x_2 为墙体左侧静止土压力合力作用点距墙体固端的距离, m ; H_3 为锚杆拉力作用点距墙体固端的距离, m 。

(2)滑动力均值

$$E(S) = E_b \times x_1 = 28\ 905, \text{kN}$$

式中: x_1 为墙体右侧静止土压力作用点距墙体固端的距离, m 。

(3)功能函数 Z 均值

$$E(Z) = E(R) - E(S) = 33\ 939, \text{kN}$$

(4)功能函数 Z 方差

由式(5)可得功能函数 Z 方差 $\sigma_z = 2\ 512.8\ \text{kN}$

将计算结果分别代入式(16)、(13)、(14)、(15)及式(8)可得结构的模糊概率分别为: $\hat{p}_f =$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(z) \mu_A(z) dz = \begin{cases} 0.3653 \times 10^{-3} \\ 0.1078 \times 10^{-4} \\ 0.2658 \times 10^{-4} \end{cases}, \text{由式(17)并}$$

查表得,结构稳定性的模糊可靠度分别为:

$$\beta = \Phi^{-1}(1 - \hat{p}_f) = \begin{cases} 3.4 \\ 3.8 \\ 3.8 \end{cases}$$

实例2

某重力式挡土墙,墙后用级配良好的砂砾料回填(见图3),其中砌体重度 $\gamma_1=24\ \text{kN/m}^3$,标准差 $\sigma_1=2.4\ \text{kN/m}^3$;回填料重度 $\gamma_2=20.6\ \text{kN/m}^3$,标准差 $\sigma_2=2.06\ \text{kN/m}^3$, $\varphi=32^\circ$, $c=0$;墙背平直,光滑。计算挡土墙稳定性的模糊可靠度。

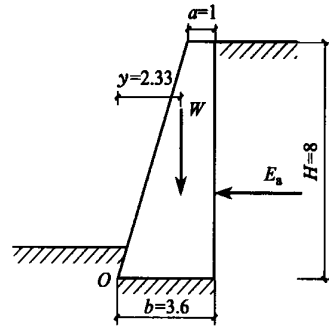


图3 重力式挡土墙计算简图

不计墙前填土的被动土压力。墙后填土的主动土压力可按规范法计算,查表可得主动土压力系数 $K_0=0.199$ 。

经计算,结构的模糊概率分别为:

$$\hat{p}_f = \int_{-\infty}^{+\infty} f(z) \mu_A(z) dz = \begin{cases} 0.3540 \times 10^{-3} \\ 0.3104 \times 10^{-4} \\ 0.7540 \times 10^{-4} \end{cases}$$

由式(17)并查表得,结构稳定性的模糊可靠度分别为:

$$\beta = \Phi^{-1}(1 - \hat{p}_f) = \begin{cases} 3.3 \\ 3.9 \\ 3.8 \end{cases}$$

3 结论

选用了三种典型的隶属函数以及常用的功能函
(下接第207页)

场地,对未消除全部湿陷量的地基,应根据地下水位可能上升的幅度,采取防止增加不均匀沉降的有效措施^[2]。

3)对于增湿形成的饱和黄土,地基处理可按下列方法进行:“对于湿陷性黄土在近期浸水饱和后土的湿陷性消失并转化为高压压缩性的饱和黄土”,在确定地基处理厚度时,“应进行地基变形计算”,“应对基底下压缩层范围内压缩系数 a_{1-2} 大于 0.4 MPa^{-1} 或压缩模量小于 6 MPa 的土层进行处理”^[3]。显然,这样的处理结果,既可提高土的承载力,降低土的压缩性,又可消除或基本消除可能恢复的湿陷性,取得一举两得的效果。

4)对因增湿效应造成的湿陷类型和湿陷等级降低的黄土,当预测其湿陷性有可能部分或全部恢复时,应按对湿陷性黄土的要求进行地基处理。

5)对于同一场地或同一建筑物范围内因局部地段地表水入渗造成的饱和黄土与湿陷性黄土并存、压缩性与湿陷性都不均匀的现象,应先断绝水的来源,再进行处理。鉴于土的性质差异难以在短时间内消除,宜针对不同性质土层采取不同处理措施。

6)采用桩基础时,承台与桩端之间的桩侧土大部分不会变形,基本上保持原有结构。当有可能发生减湿效应时,桩侧土的湿陷性或自重湿陷性也有可能部分或全部恢复。应根据对湿陷性恢复程度的预测,提出桩侧阻力按饱和状态正侧阻力或负摩擦

力^[2]取值的建议。

4 结论

1)湿陷性黄土的湿陷性不是一成不变的。在诸多影响黄土湿陷性变化的因素中,环境水起着重要的作用。其中气候异常年份降水量激增的影响尤为显著。

2)环境水的变化引起湿陷性黄土中含水率的变化,从而引发土的增湿效应和减湿效应。增湿效应使黄土的湿陷性减弱或消失,并转化为高压压缩性;减湿效应则使黄土的湿陷性向着增湿前的状态恢复。这已由西安地区一些工程实践所证实。

3)应根据当地气候条件、场地岩土条件、水文地质条件、建筑施工进程、建筑设计措施(包括地基处理方法)及人类活动等诸多因素进行综合分析,用动态的观点和方法对增湿效应和减湿效应进行评价和预测,提出防治措施的建议。

4)研究黄土的增湿效应和减湿效应具有重要的实际工程意义。本文是根据西安地区部分工程经验总结出来的,有待于积累更多的资料,进行系统的研究。

参 考 文 献

- [1] 郑晏武. 中国黄土的湿陷性[M]. 北京:地质出版社, 1982:168-172.
- [2] GB 50025-2004 湿陷性黄土地区建筑规范[S].
- [3] JGJ 79-2002 建筑地基处理技术规范[S].

收稿日期:2006-04-20

(上接第 202 页)

数,对岩土工程中常遇到的地下连续墙和挡土墙进行了结构模糊可靠度计算分析,结果表明:

1)三种隶属函数中,采用降半梯形隶属函数计算所得的结果与采用二次抛物线分布和采用岭形分布相比,计算所得的结构模糊可靠度偏低,即计算结果偏于保守。

2)采用二次抛物线分布和采用岭形分布所得结果差别很小。

3)根据《建筑结构可靠度设计统一标准》(GB 50068-2001)中关于结构承载力极限状态可靠指标规定,结合本文的分析结果,建议工程中结构安全等级为二级时采用降半梯形分布,结构安全等级为一级时采用二次抛物线分布或梯形分布形式。

参 考 文 献

- [1] 赵国藩. 工程结构可靠性理论与应用[M]. 大连:大连理工大学出版社, 1996:232-250.
- [2] 谭东耀,王光远. 结构随机模糊优化的广义可靠度法[J]. 哈尔滨建筑工程学院学报, 1989, 22 (2):15-26.
- [3] 谭德远. 建筑基坑支护结构稳定性的概率与模糊概率分析[J]. 中外建筑, 2000(6):67-69.
- [4] 李胡生. 岩土参数随机一模糊统计中的隶属函数形式[J]. 同济大学学报, 1993, 21 (3):316-369.
- [5] 李安贵,张志宏,段凤英. 模糊数学及其应用[M]. 北京:冶金工业出版社. 2000:145-173.
- [6] 刘大鹏. 土力学[M]. 北京:清华大学出版社. 2005:194-195.

收稿日期:2006-04-21