

边坡临界高度卡尔曼公式之工程应用

蒋忠信

(铁道第二勘察设计院岩土工程公司, 四川成都 610031)

【摘要】 对边坡临界高度这一工程地质和岩土工程问题, 古典的卡尔曼分析法至今仍有生命力和应用价值。全面归纳了确定一般边坡、直立边坡和具张裂隙边坡的临界高度的卡尔曼公式, 并提出了应用这些公式的方法和条件, 以工程滑坡、路堑边坡、挡墙基坑和天然危岩为例示范了公式的工程应用。

【关键词】 边坡; 临界高度; 卡尔曼公式; 工程应用

【中图分类号】 U 492. 8; U 642. 2

Engineering Application of Culmann's Formula on Critical Height of Slope

Jiang Zhongxin

(Geotechnic Engineering Co., The 2nd Railways survey and Design Institute, Chengdu 610031 China)

【Abstract】 The classical Culmann's way still has vitality and application worth to the critical height problem of slope on engineering geology and geotechnical engineering. The Culmann's formulas calculating critical height of ordinary, vertical and fissure slopes are induced, the application ways and conditions of the formulas are referred. The engineering application of the formulas are demonstrated with a landslide engineering, a cutting slope, a pit of retaining wall and a natural dangerous rock slope.

【Key Words】 slope; critical height; Culmann's formula; engineering application

1 问题的提出

边坡(包括人工边坡、自然斜坡与陡崖)处于极限平衡状态时的临界高度值是评价坡体稳定性和设计边坡结构的重要依据, 历来是工程地质和岩土工程界十分关注的问题。对于既定的边坡, 其坡度和岩土体的物理力学性质是确定的, 依据土力学原理推算临界坡高成为一种便捷途径。因此, 自 18 世纪库伦土压力理论问世并经朗金等发展以来, 对于临界坡高的研究就经久不息。

早在 19 世纪后半叶, 卡尔曼(Culmann. C., 1866)就分析了一般边坡的临界高度。之后, 太沙基(Terzaghi. K., 1993)等对卡尔曼法进行了修正, 分析顶面有张裂隙的边坡和直立边坡的临界高度, 形成边坡临界高度理论公式系列。今天, 尽管时光流逝了上百年, 科学技术经历了飞速发展, 但古典的卡尔曼法^[1]仍具有顽强的生命力, 其确定边坡临界高度的公式还有实际应用价值。

但不无遗憾的是, 人们对这些久远的科学遗产的认识似乎在逐渐淡化, 应用也远不够全面^[2-3], 甚

至至今还有重复性的推演结果发表^[4]。因此, 重温边坡临界高度卡尔曼理论公式系列, 强化的这些公式在岩土工程和地质灾害防治工程中的应用, 对于信息时代的岩土工程师仍然是必要的。

2 一般边坡临界高度公式及应用

2.1 一般边坡的卡尔曼法临界高度理论公式^[1]

对顶面平缓而顺直的边坡或斜坡, 设组成坡体的均质岩土体的重度为 γ , 粘聚力为 c , 内摩擦角为 φ , 边坡的坡度为 θ , 潜在破裂角为 α , 则顺潜在滑动面的下滑力(见图 1)

$$T = W \sin \alpha \quad (1)$$

顺潜在滑动面的抗滑力:

$$F = W \cos \alpha \tan \varphi + cL \quad (2)$$

式中: W 为潜在滑体的重力, 对于单宽坡体:

$$W = \gamma hL \cos \alpha / 2 \quad (3)$$

式中: h 为边坡顶至潜在滑动面的垂直高度:

$$h = H(1 - \tan \alpha / \tan \theta) \quad (4)$$

L 为潜在滑动面的长度;

H 为边坡高度。

基金项目: 铁道第二勘察设计院 2007 年业务建设项目

作者简介: 蒋忠信, 1941 年生, 男, 汉族, 四川广安人, 教授级高级工程师, 从事灾害地质与岩土工程工作。E-mail: jiangzhongxin

@vip.163.com

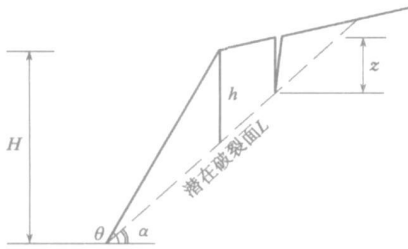


图1 边坡稳定性分析之卡尔曼法

当边坡处于极限平衡状态时, H 为边坡临界高度。此时, $T=F$, 由式(1)、式(2), 有

$$W \cos \alpha \tan \varphi + cL = W \sin \alpha$$

将式(3)、(4)代入上式, 整理化简得一般边坡的卡尔曼公式:

$$H = (2c/\gamma) \sin \theta / [\sin(\theta - \alpha)(\sin \alpha - \cos \alpha \tan \varphi)] \quad (5)$$

也可写为:

$$H = (2c/\gamma) \sin \theta \cos \varphi / [\sin(\theta - \alpha) \sin(\alpha - \varphi)]$$

在临界条件下有:

$$\alpha = (\theta + \varphi) / 2 \quad (6)$$

此时, 卡尔曼公式可进一步简化^[1]:

$$H = (4c/\gamma) \sin \theta \cos \varphi / [1 - \cos(\theta - \varphi)] \quad (7)$$

可见, 一般边坡的临界高度 H 与边坡坡度 θ 和岩土体物理力学特性 γ 、 c 、 φ 有关。对于特定的边坡, 其 γ 、 c 、 φ 既定, 临界高度 H 与坡度 θ 呈负相关关系, 即边坡坡度愈缓, 其临界高度愈高。

2.2 应用原则

1) 对一般边坡或斜坡, 应用卡尔曼公式可推求临界高度或坡度, 即对既定坡度的边坡推求其临界高度, 或对既定高度的边坡反推其极限稳定坡度, 用以判定边坡的稳定性。既有高度大于临界高度或既有坡度陡于极限稳定坡度的边坡不稳定, 既有高度小于临界高度或既有坡度缓于极限稳定坡度的边坡则稳定。

2) 对已知滑动面角度 α 的边坡或滑坡, 用式(5)推求其临界高度值, 或据下式推求其极限稳定坡度值。式中 c 、 φ 用滑动面的值。

$$\cot \theta = \cot \alpha - 2c / [\gamma H \sin 2\alpha (\tan \alpha - \tan \varphi)] \quad (8)$$

3) 对未出现滑动面的边坡和斜坡, 用式(7)推求其极限高度值, 或据式(7)反求其极限稳定坡度值。式中 c 、 φ 用岩土体的值。

4) 公式的应用是有条件的。

这包括:

①对坡面形态, 要求整个坡面为二折线形, 即由边坡面和缓直的坡顶面构成。对不够平顺的坡面,

应直线化处理。

②对坡体中的岩土体, 要求性质均一, 物理力学指标无明显差异。对不均质的岩土坡体, 其物理力学参数可近似地采用加权平均值。

③边坡中无地下水富集和泄出, 地下水动力作用可忽略。

2.3 应用示例

2.3.1 成都牧马山西南民航管理局办公区北侧滑坡

该滑坡位于岷江 II、II 级阶地之间的斜坡中上部, 系前缘开挖输水干渠形成临空面而引发的土质牵引式滑坡, 建于滑体上的多层框架建筑物已遭破坏而废弃。滑坡现处于欠稳定状态, 正在进行工程整治。滑坡体纵长 60~90 m, 沿干渠宽 400 m, 平均厚 5 m, 体积约 $15 \times 10^4 \text{ m}^3$ 。

以断面 7 为例, 滑坡体由含卵石粘性土组成, 滑床由粉质粘土及其下的白垩系泥岩构成, 其间的滑动面中下段较顺直, 最深达 8.8 m。

滑坡参数如下:

1) 滑坡剪出口以上的干渠边坡高 $H = 3.4 \text{ m}$, 坡度 $\theta = 70^\circ$;

2) 滑动面平均坡度 $\alpha = 14^\circ$;

3) 现场试验得: 滑体重度 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$, 滑动面的粘聚力 $c = 5 \text{ kPa}$, 内摩擦角 $\varphi = 5.5^\circ$ 。

按式(5), 边坡的临界高度:

$$H = 2 \times 5 \times \sin 70^\circ / [20 \times \sin(70^\circ - 14^\circ) \times (\sin 14^\circ - \cos 14^\circ \times \tan 5.5^\circ)] = 3.82 \text{ m}$$

计算所得的临界高度(3.82 m)略大于边坡实际高度(3.4 m), 与滑坡处于欠稳定状态在不利工况下可能失稳的现状是相符的, 整治滑坡势在必行。

2.3.2 路堑边坡坡率

路堑边坡岩土一般非均质。由下而上, 岩土体风化渐盛, 力学性质变差, c 、 φ 值降低, 是导致挖方边坡向上逐级放缓的原因之一^[2]。

按高 20 m 后放缓一级边坡的规定^[3], 据经验, 假定自下而上的 3 级边坡坡体分别位于弱、中、强风化带, 其 $\varphi = 40^\circ$ 、 35° 、 32° , γ 、 c 均近似为定值, 则当最下一级边坡的临界坡度为 53.13° (1:0.75) 时, 据式(7)有:

$$4c/\gamma = 20 \times [1 - \cos(53.13^\circ - 40^\circ)] / (\sin 53.13^\circ \times \cos 40^\circ) = 0.8532$$

因此下、中两级边坡的平均坡度按式(7)应为:

$$40 \times [1 - \cos(\theta - 37.5^\circ)] / (\sin \theta \times \cos 37.5^\circ) = 0.8532, \text{ 得: } \theta = 46.49^\circ. \text{ 留出两级边坡间宽 } 2 \text{ m 的平台, 则中级边坡的坡率为:}$$

$(40/\tan 46.49^\circ - 2.0 - 20 \times 0.75)/20 = 20.972/20 = 1.0486$ 。即中级边坡的坡率约为 1:1.05。

全部三级边坡的平均坡度按式(7)应为:

$60 \times [1 - \cos(\theta - 35.67^\circ)] / (\sin \theta \times \cos 35.67^\circ) = 0.8532$ 得: $\theta = 42.86^\circ$ 。留出两级边坡间宽 2 m 的 2 级平台, 则上级边坡的坡率为:

$(60/\tan 42.86^\circ - 2.0 \times 2 - 20 \times 0.75 - 20 \times 1.0486)/20 = 1.2343$ 。即上级边坡的坡率约为 1:1.23。

上述 3 级边坡的坡率自下而上分别为 1:0.75、1:1.05、1:1.23。这与规范采用的 1:0.75、1:1、1:1.25 的坡率系列近于一致。

3 直立边坡的临界高度公式及应用

3.1 直立边坡的卡尔曼临界高度理论公式

对直立的边坡, 其边坡角 $\theta = 90^\circ$, $\sin \theta = 1$, $\sin(\theta - \alpha) = \cos \alpha$, 故式(5)可简化为:

$$H = 2c / [\gamma \cos \alpha (\sin \alpha - \cos \alpha \tan \varphi)] \quad (9)$$

式(9)即为直立边坡的卡尔曼公式。

由 $\alpha = (45^\circ + \varphi/2)$ (10)

式(9)可写为另一形式:

$$H = 4c / [\gamma (\cos \varphi - 2 \cos^2 \alpha \tan \varphi)] \quad (11)$$

式(11)进一步化简为:

$$H = (4c/\gamma) \tan(45^\circ + \varphi/2) \quad (12)$$

可见, 直立边坡的临界高度 H 仅与岩土体物理力学特性 γ 、 c 、 φ 有关。对于特定的边坡, 其 γ 、 c 、 φ 既定, 临界高度 H 是一个定值, 与岩土体内摩擦角和粘聚力正相关, 与岩土体重量 γ 负相关。

3.2 应用原则

1) 对直立的工程基坑和危岩, 可应用简化的卡尔曼公式推求其临界高度。基坑深度大于临界高度的基坑边坡不稳定, 基坑深度小于临界高度的基坑边坡则稳定。

2) 对已知破裂面角度 α 的基坑和危岩, 用式(9)推求其临界高度值; 对未出现破裂面的基坑和危岩, 用式(12)推求其临界高度值。

3) 公式的应用条件除前述 2.2(4)外, 基坑和危岩壁应近于垂直, 危岩底部应没有凹腔。

3.3 应用示例——南昆铁路林逢膨胀泥岩路基试验工点挡土墙基坑坍塌

该工点是南昆铁路膨胀岩土路基试验工点, 位于百色新生代断陷盆地中, 由下第三系那读组膨胀泥岩组成, 岩体具中-强膨胀性、碎裂性和低强度性, 工程地质性质极差。膨胀性试验平均值, 蒙脱石含量为 27.3%, 自由膨胀率为 75.5%, 干燥饱和吸水

率为 45.1%; 岩体被节理面、层理面、风化裂隙和微断层网状切割成碎裂状; 现场试验无侧限抗压强度仅 34 kPa, 干湿循环后强度急剧衰减^[9]。

在作为试验工程之一的浆砌片石护坡加脚墙的路堑试验段, 挡土墙高 3 m, 基坑深 1.5 m。对挡墙基坑采用昼夜连续作业进行跳槽开挖, 每槽长仅 5 m, 基坑都难以稳定, 多数坑壁坍塌, 牵没 2 m 宽的墙顶平台和其后厚 30 cm 的浆砌石护坡^[7]。

挡墙基坑坑壁直立, 计算参数如下:

1) 破裂角 $\alpha = \arctan(3.0/2.3) = 52.5^\circ$;

2) 泥岩体 $\gamma = 20.1 \text{ kN/m}^3$;

3) 因处于气候剧烈影响层, 按经历一次干湿循环计, 经试验, 泥岩体的抗剪强度衰减为 $c = 5.0 \text{ kPa}$, $\varphi = 5.7^\circ$ ^[9]。

按式(9), 基坑开挖临界高度:

$$H = 2 \times 5/20.1 \times \cos 52.5^\circ \times (\sin 52.5^\circ - \cos 52.5^\circ \times \tan 5.7^\circ) = 1.12 \text{ m}$$

由于临界高度(1.12 m)小于基坑深度(1.5 m), 可以判定基坑不会稳定, 发生坍塌是可以理解的。深仅 1.5 m 的基坑跳槽开挖都难以稳定, 工点膨胀岩强度之低是试验之初所始料未及的。

4 有张裂隙边坡的临界高度公式及应用

4.1 顶面有张裂隙边坡的临界高度理论公式

4.1.1 平顶边坡

太沙基(1945)以平顶边坡为例, 设顶面有垂直张裂隙边坡的临界高度为 H^* , 垂直张裂隙的深度为 z , 推导顶面有垂直张裂隙边坡的临界高度公式^[1]:

$$H^* - z = (\gamma/2c) [H^{*2} \sin(\theta - \alpha) (\sin \alpha - \cos \alpha \tan \varphi) / \sin \theta] - (\gamma/2c) [z^2 \cos \alpha (\sin \alpha - \cos \alpha \tan \varphi)]$$

对比式(5)

$$H = (2c/\gamma) \sin \theta / [\sin(\theta - \alpha) (\sin \alpha - \cos \alpha \tan \varphi)]$$

对比式(9)

$$H = 2c / [\gamma \cos \alpha (\sin \alpha - \cos \alpha \tan \varphi)],$$

$$\text{则 } H^* - z = H^{*2} / H - z^2 / H$$

$$\text{即: } H^* = H - z \quad (13)$$

式(13)即顶面有张裂隙一般边坡的临界高度公式, 表明顶面有张裂隙一般边坡的临界高度值为无裂隙时临界高度与裂隙深度之差值。

4.1.2 直立边坡

洛内斯和汉迪(Lohnes and Handy, 1968)对美国西部黄土有裂隙直立边坡的板状坍塌的临界高度 H^* 进行推导, 得到与式(13)相同的结果^[1]。

经推导得:

$$H^* + z = 2c / [\gamma \cos \alpha (\sin \alpha - \cos \alpha \tan \varphi)]$$

对比式(8): $H = 2c / [\gamma \cos \alpha (\sin \alpha - \cos \alpha \tan \varphi)]$

故 $H^* = H - z$

即对一般边坡或直立边坡, 顶面有张裂隙者的临界高度值为无裂隙时临界高度与裂隙深度之差值。

对直立边坡, 张裂隙的最大深度 z_0 为:

$$z_0 = (2c / \gamma) \tan(45^\circ + \varphi / 2) \quad (14)$$

即直立边坡张裂隙最大深度可达无裂隙时临界高度之一半。

4.2 应用原则

1) 对顶面有张裂隙的边坡、基坑或危岩, 应用前述公式求得无裂隙时的临界高度值 H 后, 再减去裂隙垂直深度 z 即得有裂隙时的临界高度 H^* 。边坡高度、基坑深度或危岩高度大于临界高度 H^* 则不稳定, 反之则稳定。

2) 公式的应用条件除前述 2.2(4) 外, 要测得张裂缝的垂直深度, 裂缝中无地下水充盈和活动。

4.3 应用示例——四川宣汉县华景镇危岩

该危岩区位于前河右岸岸坡顶部岩崖, 由侏罗系中统沙溪庙组近水平产状的巨厚层砂岩夹泥岩构成。高 6~20 m, 连绵长近 700 m, 共有 13 个危岩点。危岩崩塌频发, 危害全镇居民生命财产安全, 正投巨资进行整治。

以 way-1 危岩点为例。该危岩体平面呈新月形, 长 19 m, 体积 910 m³。危岩体主要发育 3 组裂隙, 其中 1 组张裂隙的走向近于与坡面平行, 控制危岩的稳定性。

way-1 危岩的有关计算参数如下:

1) 危岩高 10 m, 近直立, 坡度 $\theta = 85^\circ$;

2) 顶平, 崖顶以内 6 m 处发育张裂缝, 垂直深度 $z = 3$ m;

3) 岩体重度 $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$; 岩体抗剪强度指标 $c = 45 \text{ kPa}$, $\varphi = 25^\circ$ 。

据式(7)、式(13)得危岩临界高度:

$$H = (4 \times 45 / 25) \times \sin 85^\circ \times \cos 25^\circ / [1 - \cos(85^\circ - 25^\circ)] = 13.0, \text{ m}$$

$$H^* = 13.0 \text{ m} - 3.0 \text{ m} = 10.0 \text{ m}.$$

临界高度 H^* 与实际高度 (10 m) 相当, 表明危岩处于极限稳定状态, 一遇风吹草动即可能崩塌, 加

以整治是必要的。

5 结论

1) 采用古典的卡尔曼分析法所得的边坡临界高度理论公式是一个系列, 包括适用于一般边坡的式(5)、式(7), 适用于直立边坡的式(9)、式(12)和适用于顶面有裂隙边坡的式(13)。

2) 应用卡尔曼公式, 计算边坡的临界高度或极限稳定坡度, 可用以评价边坡的稳定性。既有高度大于临界高度的边坡不稳定, 既有高度小于临界高度的边坡则稳定。

3) 可应用卡尔曼法临界高度理论公式的边坡是广义的, 既包括一般的人工边坡、自然斜坡和滑坡, 还包括直立的基坑和危岩以及顶面发育有张裂隙的各类边坡。

4) 卡尔曼法基于简化的理想条件, 现实的边坡不可能完全符合这些条件, 会给应用结果带来相当大的偏差。但算例表明, 有条件时用以定性评价边坡稳定性还是可行的。

5) 卡尔曼法临界高度理论公式的应用条件可概括为坡形规整、岩土均质、指标可靠和无地下水。应用中要对凹凸不平的坡面、岩土体的非均质和剪切试验的代表性进行处理, 并剔除地下水活动的影响。

参 考 文 献

- [1] M. A. 卡森, M. J. 柯克拜. 坡面形态与形成过程[M]. 北京: 科学出版社, 1984.
- [2] 蒋忠信. 路堑高边坡的工程和环境问题及对策[J]. 铁道工程学报, 2005(5): 39-42.
- [3] 乔丽平, 王 钊. 加筋土坡临界高度的研究[J]. 岩土力学, 2006, 27(1): 132-136.
- [4] 徐世光, 祝传兵, 殷 璞. 一个极限稳定坡角与坡高的经验关系式[J]. 中国地质灾害与防治学报, 2006, 17(3): 22-26.
- [5] JTJ013-95 公路路基设计规范[S]. 16-17.
- [6] 蒋忠信, 秦小林, 李 敏, 等. 百色盆地膨胀岩特性的试验研究[J]. 中国地质灾害与防治学报, 1995, 专辑(三): 25-34.
- [7] 蒋忠信, 李 敏, 牛怀俊, 等. 南昆铁路膨胀泥岩路堑边坡工程试验[J]. 路基工程, 1999(5): 35-42.

收稿日期: 2007-04-16