

# 夹层地基本构方程的研究与应用

王春河

(中铁十四局集团有限公司, 山东济南 250002)

**【摘要】** 工程中常见的地基往往含有多个夹层, 将各个夹层按力学性质进行分组, 分别考虑了各组夹层对整个地基本构关系的影响, 得出了含有若干夹层的地基的本构方程, 为求解夹层地基的本构关系的研究提供了新的思路。利用该理论可反求横观各向同性地基的弹性参数, 并可考虑地基的弹性参数随深度变化的情况对整个地基的本构关系的影响。

**【关键词】** 夹层地基; 本构方程; 弹性矩阵

**【中图分类号】** TU 470

## Study on the Constitutive Equation of Foundation Soils with Branching Strata and Its Application

Wang Chunhe

(China Railway Shisiju Group Corporation, Shandong Jinan 250002 China)

**【Abstract】** There are often some branching strata in the foundation soils of engineering. Through grouping the branching strata in mechanical property, and considering the influence of branching strata to the constitutive relationship of integral foundation soils, the constitutive equation of foundation soils with branching strata is obtained, which offers a new thinking way to solve the constitutive relationship of foundation soils with branching strata. By using the theory stated above, the elastic parameters of transverse isotropic foundation soils can be obtained considering the variety of elastic parameter with depth.

**【Key Words】** foundation soils with branching strata; constitutive equation; elastic matrix

### 0 引言

在地质材料中, 夹层地基非常常见且往往含有多组夹层。在有限元计算中, 若将这些夹层一一作为特殊单元处理, 就不胜其烦, 而实际上也很难完全查清每一夹层的位置。对于夹层地基的本构方程的研究, 前人已做了一些工作<sup>[1,2]</sup>。近年来夹层地基的研究也引起了多位岩土工程科研人员的关注<sup>[3~6]</sup>。所以不如将各个性质各异的夹层进行分

组, 将性质相似的夹层归为一组, 把每一组夹层看成各向同性体处理, 分别考虑各组夹层对整个地基的影响, 然后笼统的得出整个夹层地基的弹性矩阵。如果夹层很薄很密, 接近于均匀分布, 就接近于理想的正交各向异性体, 而且是横观各向同性体了。对于横观各向同性体, 有 5 个独立的弹性参数, 即平行平面的  $E_x, \nu_x$ , 正交于层面的  $E_y, \nu_y, G_y$ 。其弹性矩阵的形式为:

$$D = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ b & c & 0 \\ 0 & 0 & d \end{pmatrix} = \frac{1}{(1+\nu_x)(1-\nu_x-\frac{2E_x\nu_y^2}{E_y})} \begin{bmatrix} E_x \left( 1 - \frac{2E_x\nu_y^2}{E_y} \right) & E_x\nu_y(1+\nu_x) & 0 \\ E_x\nu_y(1+\nu_x) & E_y(1-\nu_x^2) & 0 \\ 0 & 0 & G_y(1+\nu_x) \left[ 1 - \nu_x - \frac{2E_x\nu_y^2}{E_y} \right] \end{bmatrix}$$

总之, 严格讲来, 我们不可能找到一种正交各向异性其特性与夹层地基完全一致, 而且只能使两者在主要特性上有所相似。

### 1 夹层地基的本构方程

#### 1.1 夹层地基的弹性矩阵

对于一种地基模型, 无论其性态如何, 只要其本

构方程的弹性矩阵确定了, 其本构方程也就确定了。本论文就是遵循这个原则, 对含有  $n$  组夹层的地基的弹性矩阵进行了推导。

该夹层地基含有许多夹层(见图 1)。为了计算方便取夹层地基的宽度为单位 1。我们将性质相似的夹层作为一组夹层, 假设有  $n$  组夹层。为了清楚

起见,我们把夹层集中起来,画在基岩的下面(见图2)。分别编号为0号块,1号块,2号块,⋯, n号块。其中第*i*号块的弹性常数为 $E_i$ 、 $\nu_i$ ,所受的应力为 $\sigma_{xi}$ 、 $\sigma_{yi}$ ,产生的应变为 $\epsilon_{xi}$ 、 $\epsilon_{yi}$ ,设 $\beta_i$ 为第*i*号块的厚度所占包括其在内的以上的整个厚度之比即 $\beta_i = \frac{h_i}{H_i}$ 。

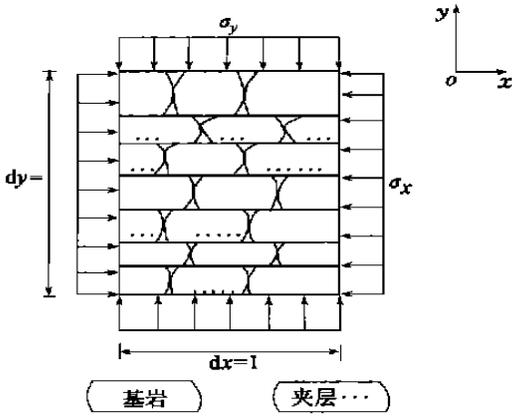


图1 夹层地基模型

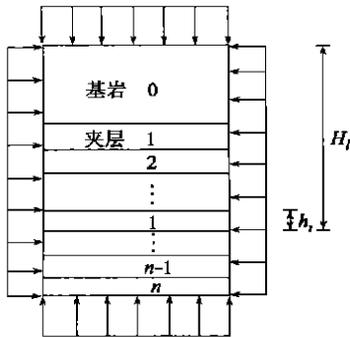


图2 夹层地基计算

对于夹层地基的基岩,我们可假定为各向同性体或横观各向同性体,其本构方程可写为

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x0} \\ \sigma_{y0} \\ \tau_{xy0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 & b_0 & 0 \\ b_0 & c_0 & 0 \\ 0 & 0 & d_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{x0} \\ \epsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \end{bmatrix} \quad (1)$$

先求基岩与夹层1组成的地基(见图3)。设该地基的本构方程为:

$$\left. \begin{aligned} b_n &= \frac{b_{n-1}(1-\beta_n) + c_{n-1}\nu_n'\beta_n}{E_n'(1-\beta_n) + c_{n-1}\beta_n} \\ a_n &= a_{n-1}(1-\beta_n) + E_n'\beta_n + \frac{b_{n-1}(1-\beta_n)}{c_{n-1}}(b_n - b_{n-1}) + \nu_n'\beta_n(b_n - \nu_n'E_n') \\ c_n &= \frac{c_{n-1}E_n'}{E_n'(1-\beta_n) + c_{n-1}\beta_n} \\ d_n &= \frac{d_{n-1}G_n'}{G_n' + \beta_n(d_{n-1} - G_n')} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & 0 \\ b_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & d_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2)$$

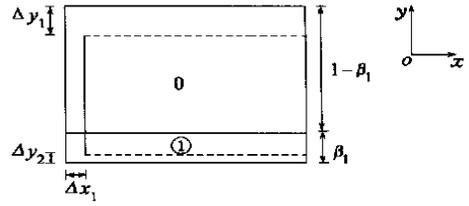


图3 基岩与第一组夹层组成的地基计算模型

显然对于该地基:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{y0} &= \sigma_{y1} = \sigma_y \\ \epsilon_{x0} &= \epsilon_{x1} = \epsilon_x \\ \epsilon_y &= (1-\beta_1)\epsilon_{y0} + \beta_1\epsilon_{y1} \\ \sigma_x &= \sigma_{x0}(1-\beta_1) + \sigma_{x1}\beta_1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

由式(1)和各向同性体的本构方程可得:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{x0} &= a_0\epsilon_{x0} + b_0\epsilon_{y0} \\ \sigma_{y0} &= b_0\epsilon_{x0} + c_0\epsilon_{y0} \\ \sigma_{x1} &= \nu_1'\epsilon_{x1} + \nu_1'E_1'\epsilon_{y1} \\ \sigma_{y1} &= \nu_1'E_1'\epsilon_{x1} + \nu_1'\epsilon_{y1} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式(4)中:  $E_1' = \frac{E_1(1-\nu_1)}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)}$ ,  $\nu_1' = \frac{\nu_1}{1-\nu_1}$ 。

由式(1)、式(2)、式(3)、式(4)可得:

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{b_0(1-\beta_1) + c_0\nu_1'\beta_1}{E_1'(1-\beta_1) + c_0\beta_1} \\ a_1 &= a_0(1-\beta_1) + E_1'\beta_1 + \frac{b_0(1-\beta_1)}{c_0} \times \\ & \quad (b_1 - b_0) + \nu_1'\beta_1(b_1 - \nu_1'E_1') \\ c_1 &= \frac{c_0E_1'}{E_1'(1-\beta_1) + c_0\beta_1} \end{aligned}$$

对于  $d_1$  可以近似的表示为:

$$d_1 = \frac{d_0 G_1'}{G_1' + \beta_1(d_0 - G_1')}$$

同理将0、①号块组成的地基认为是一层然后再与②号块进行组合,其弹性矩阵的推导方法与上面所述的方法相同。所以对图1中*n*组夹层组成的地基,其弹性矩阵为

$$\begin{bmatrix} a_n & b_n & 0 \\ b_n & c_n & 0 \\ 0 & 0 & d_n \end{bmatrix}$$

$$\text{式中: } E_n' = \frac{E_n(1-\nu_n)}{(1+\nu_n)(1-2\nu_n)}, \quad \nu_n' = \frac{\nu_n}{1-\nu_n},$$

$$G_n' = \frac{E_n}{2(1-\nu_n)}.$$

式(5)就是含有  $n$  组夹层的地基的本构方程的弹性矩阵的各个元素的计算表达式。

## 1.2 计算实例

有一夹层地基,其基岩为横观各向同性体,厚度  $h_0 = 5 \text{ m}$ , 弹性常数为  $E_x = 30.7 \text{ MPa}$ ,  $\nu_x = 0.5$ ,  $E_y = 17.7 \text{ MPa}$ ,  $\nu_y = 0.137$ ,  $G_{xy} = 7.82 \text{ MPa}$ 。该地基含有三组夹层,一组夹层厚度为  $h_1 = 1.02 \text{ m}$ , 弹性常数为  $E_1 = 18.3 \text{ MPa}$ ,  $\nu_1 = 0.091$ , 第二组夹层厚度  $h_2 = 0.95 \text{ m}$ , 弹性常数为  $E_2 = 25.6 \text{ MPa}$ ,  $\nu_2 = 0.24$ , 第三组夹层厚度  $h_3 = 0.2 \text{ m}$ , 弹性常数为  $E_3 = 22.7 \text{ MPa}$ ,  $\nu_3 = 0.13$ 。求该夹层地基的弹性矩阵。

解:由横观各向同性地基的本构方程可得:  $a_0 = 45.529 5$ ,  $b_0 = 9.671 1$ ,  $c_0 = 20.249 9$ ,  $d_0 = 7.820 0$ 。

由公式(7)可得:

$$\begin{aligned} a_1 &= 36.517 7, & b_1 &= 0.437 3, & c_1 &= 19.976 0, \\ d_1 &= 7.929 3, & a_2 &= 35.237 6, & b_2 &= 0.042 7, \\ c_2 &= 20.940 6, & d_2 &= 8.188 0, & a_3 &= 34.898 7, \\ b_3 &= 0.005 5, & c_3 &= 21.007, & d_3 &= 8.230 4. \end{aligned}$$

所以该夹层地基的本构方程为:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 34.898 7 & 0.005 5 & 0 \\ 0.005 5 & 21.007 & 0 \\ 0 & 0 & 8.230 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

由以上的计算过程可看出,夹层对地基的应变有很大的影响,在宏观上表现为由于夹层的存在,竖向位移也就增大。

## 2 结论

1)地基中所谓的夹层,一般为充填细粒的裂隙、层面、小断层、破碎带等硬度相对较软的材料,它们

不仅具有较低的弹性模量,较大的泊松比,而且其抗剪强度也低于正常的基岩。因此,对于地基中所含的各种夹层物理特性差异较大时,可将每一类物质当作一个夹层对待,等效成有  $n$  个夹层与基岩组成的夹层地基,利用本文的方法可算出该夹层地基的弹性矩阵。这里是把夹层对地基的影响平均化了。

2)地球上的岩土是经过漫长的地质年代形成的,由于沉积作用,许多岩土地基成层分布,对于这种地基,可分别测出各层岩土的力学参数,利用本文的方法可较简单的求出该种地基的弹性矩阵。

3)求出弹性矩阵后,可进一步反求等效横观各向同性地基的 5 个独立的弹性参数。

4)一般来说,地基土弹性模量随深度是递增的,对于这类地基可将其分成若干层,分别测定各层的力学参数,利用本文方法得出该地基的弹性矩阵。

## 参 考 文 献

- 1 潘家铮. 夹层地基上的建筑物的有限单元分析. 湖南水利电力科技. 1975(4):32~36
- 2 Zienkiewica O C. The finite element method in engineering science. Mc Graw Hill, 1971. 154~159
- 3 钱胜国. 软土夹层地基场地土层地震反应特性的研究. 工程抗震. 1994(1):82~90
- 4 戴尚纯. 八盘峡水电站软弱夹层地基的运行性状水力发电. 1994(10):32~40
- 5 Shifan Qiao, Baochen Liu, Zhilin Dun, et al. The Computation of Stress Caused by Horizontal Loads In a Transversely Isotropic Foundation [A]. Progress in Safety Science and Technology, vol. III. Beijing/New York: Science Press, 2002, 10.424~429
- 6 乔世范, 顿志林, 刘宝琛. 水平荷载作用下横观各向同性弹性地基中位移计算. 力学与实践. 2003(5):47~50

收稿日期:2003-12-22

(上接第 67 页)

## 参 考 文 献

- 1 余卫平, 肖明. 地下工程有限元图形系统的面向对象开发. 岩石与工程学报, 2002, 21(增):2049~2053
- 2 郑榕明等. 节理岩体三维块体系统面向对象的数据结构. 岩土力学, 2002, 23(1):
- 3 张向等. 面向对象的有限元程序设计, 计算力学学报, 1999, 16(2):
- 4 吴晓涵. 面向对象结构分析程序设计. 北京: 科学出版社, 2002. 4
- 5 曹骥, 袁勇. 面向对象有限元方法研究进展. 力学季刊, 2002, 23(1):
- 6 干腾君. 考虑上部结构共同作用的筏板基础分析及其优化: [学位论文]. 重庆: 重庆大学, 2001

收稿日期:2003-12-29