

论粘性土粒子的变形机理

章 小 兴

(中国船舶工业总公司勘察研究院 上海 200063)

1 概述

众所周知,在非常复杂的软土地基中,变形问题的复杂性尤其严重。自从发现粘性土的粒子能量特征之后,对软土地基的变形问题产生了新的认识。

粒子具有能量,相当于粒子具有引力,它是抵抗外力作用的基本特性。这个观点澄清了长期来对粘性土强度的模糊概念,使得粘性土的强度有了确切的定义。然而,粘性土粒子的能量特征的重要意义,恰在其蕴含着相当深刻的粒子的变形特性上,强度仅只是变形过程中的一种性状而已。

为了应用粒子能量特征,讨论粒子的变形特性,需将《粘性土〈粒子能量指数〉及其应用》一文中,有关粘性土的粒子能量公式和粘性土的强度公式列出,备于解释和说明。

粘性土的粒子能量一般表达式:

$$E = g \cdot G \left(1 - \frac{w}{R}\right) (1 + e) \quad (1)$$

$$E = g \cdot G \cdot G \left(1 - \frac{w}{R}\right) \quad (2)$$

式中 e —— 孔隙比;

g —— 重力加速度;

G —— 粒子的质量(比重)。

指数函数中的含水量(w)的边界条件是: $[0, R]$, 指数值域: $[1, 0]$ 。

粘性土粒子的塑性能量公式:

$$E_P = g \cdot G \left(1 - \frac{w - w_P}{w_s - w_P}\right) (1 + e) \quad (3)$$

$$E_P = g \cdot G \cdot G \left(1 - \frac{w - w_P}{w_s - w_P}\right) \quad (4)$$

式中 w_P —— 塑限含水量;

w_s —— 流限含水量。

塑性含水量的边界条件是: $[w_P, w_s]$; 指数值域: $[1, 0]$ 。

由粘性土粒子的塑性能量公式,直接确定天然状态下,粘性土的含水量为 w_0 ; 孔隙比为 e_0 ; 若按地区经验,设其塑性边界的长度为: $w_s - w_P = 2I_P$, 则粘性土体的强度公式:

$$\tau = g \cdot G^{(1-0.5I_L)(1+e_0)} \quad (\text{kPa}) \quad (5)$$

$$\tau = g \cdot G^{G(1-0.5I_L)} \quad (\text{kPa}) \quad (6)$$

式中 I_P —— 塑性指数;

I_L —— 液性指数。

公式(5)、(6)的适用条件后文说明。

为了探讨以粒子能量特征为核心的粒子变形问题,总是需要构造与粘性土变形相关的线性数理模型,以引导我们探讨粘性土粒子的变形规律的途径。

构造模型的思路是将压缩模量 E_s 与式(5)、式(6),进行统计,关系式为:

$$E_s = AG^{B(1-0.5I_L)(1+e_0)}$$

$$E_s = AG^{BG(1-0.5I_L)}$$

这种统计方法比较简单,但是,由于压缩模量 E_s 的多值性,所以,它的变异性也较大。然而,问题在于采用的压缩模量 E_s , 本来就是有侧限的经验的割线模量,而且在实际工程计算中还得按不同条件加以修正,更有甚者,当前对较为深层的粘性土,已从规定的标准压力: $E_{s(0.1 \sim 0.2)}$ MPa, 提高为天然压力(P_0)下: $E_{s(P_0 \sim P_0+0.2)}$ MPa, 由于仍然满足不了工程设计要求,便不断地提高压力范围,现已高达 $E_{s(P_0 \sim P_0+0.4)}$ MPa

以上,这就使得复杂的变形问题更加复杂化。

因此类似于拷贝的经验系数,不太可能真实地影视出事物的客观性,故将 A , B 经验系数隐去,不过作者判定“模型”已具备粒子变形特征的形态。

于是汲取了应力—应变—强度等本构关系的概念,寻找校正系数,结果从“万有定律”中,将可能发生位移时所产生的“质能”,折算成所谓粒子能量吸收系数,同时结合实测地基沉降量,以分层总和法按规定的条件,但不作修正,将系数一个个地反复计算和验证后,从中确定了系数: $A = 667$; $B = 1.577$ (B 值范围: $1.571424 \leq B \leq 1.577587$), A 是根据统计系数,套取“万有引力常数”的数字,于是确定经验修正模型:

$$E_s = 667G^{1.577(1-0.5I_L)(1+e_0)} \quad (\text{kPa}) \quad (7)$$

$$E_s = 667G^{1.577G(1-0.5I_L)} \quad (\text{kPa}) \quad (8)$$

式中, E_s 预先称“标准变形模量”,以示后果将区别于压缩模量和变形模量,按“标准变形模量”进行地基变形计算的原则是消除一切不易确定的修正因素,只仅仅取决于作用在粘性土粒子的质点上的附加应力的方向和大小,从而简化了复杂的变形计算。

为了揭示“模型”的客观性,开始时,以应力—应变—强度等观点,进行创作,但应用力学原理证明,总感到理论很肤浅。后来发觉关键数值 B 与 $\frac{\pi}{2}$ 不谋而合时,才逐步认识到粒子的变形问题都是已经证明了的已知函数,在此作者仅作了综合解释而已,现将数学、物理方面的基础知识从略,感兴趣的读者可参阅有关文献。

2 基本原理

为了便于讨论,有必要将《粘性土〈粒

子能量指数〉及其应用》一文中的图1引入本文。

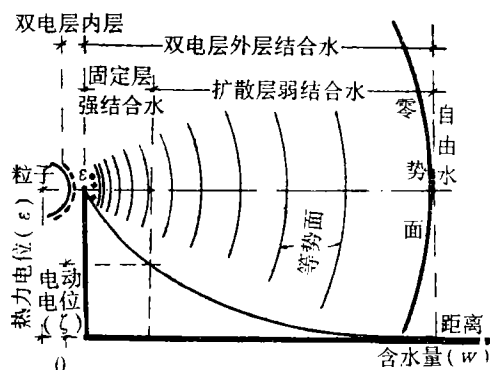


图 1

由图1可直观地得出一个观点,每个含水量相应于一个“等势面”,每个“等势面”确定了该状态时的粒子能量特征,同时也决定了粒子的强度和变形特性,它们仅仅,并且只与含水量有关(当然这种水,不是中性水,而是极性水分子),这个观点很简单,却至关重要。

2.1 粒子的压缩特征

已经讨论过,一个具有能量的粒子放入水中,与水发生作用,便形成由“零势面”包围粒子的能场,这时不论该粒子的质量大小如何,由“零势面”包围粒子的能体系统与水系的能体系统的“质能”一样,因而假设以“零势面”包围粒子的“能体”为“均质牛顿球体”。“均质牛顿球体”是从“零势面”至球心都是由连续的平行于“零势面”的同心“等势”球面组成,每个同心球层面上的密度相等,并且这个密度至球心的变化也是连续的,只与球心的距离有关。

根据“均质牛顿球体”的假设,可有一个任意计算点 p 的“势能”表达式:

$$V(p) = f \int_{r} \frac{\rho dv}{R}$$

式中 $V(p)$ ——流动质点 M (即单元体积 dv)对计算点 p 的势能;
 ρ ——分布在 T 区域内的密度;

R ——计算点 p 到流动点 M 的距离,是势论中的主要变量;

f ——万有引力常数, $f = \frac{20}{3} \times 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}$ 。

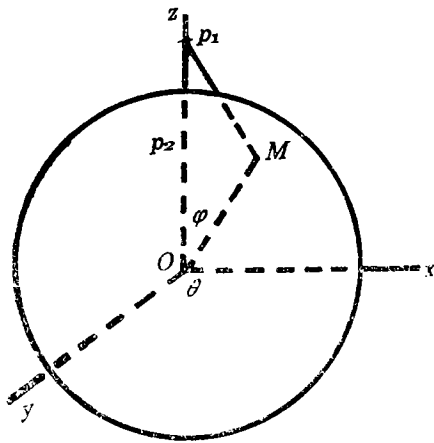


图 2

按图2,由于球体跟球心的对称性(注:凡按直角平面坐标的第I象限讨论时,都是根据这个对称性),所以,可将计算点 p 设在 z 轴的球外、球上、球内和球心上。图中, θ 为水平角; φ 为垂直角;设 a 为球半径。

于是,可采用多种方法求出粒子质能体在点 p 上的势能,即有:

$$V(p_1) = \frac{4}{3} \pi a^3 f \frac{\rho}{z} \quad z \geq a$$

$$V(p_2) = 2\pi a^2 f \rho - \frac{2}{3} \pi f \rho z \quad z \leq a$$

本课题所要应用的是计算点 p 在球心上的势能,即当 $z = 0$ 时的有限表达式:

$$V(0) = 2\pi a^2 f \rho \quad (9)$$

这是有名的“物体集心作用”,相当于物体的均质密度为 ρ 的质能,分布在两倍的通过球心的圆平面上所产生的引力,将这个平面视作“极限状态”是必须有的“极限”概念。

为了将粒子的全部质能都压缩在这平面

上,故制作成等价的极限引力(F),即:

$$\begin{aligned} F &= 2\pi a^2 f \rho' = \frac{3}{2a} \cdot \frac{4}{3} \pi a^3 f \rho \\ &= \frac{3}{2a_0} \cdot f \cdot M, \end{aligned} \quad (10)$$

式(10)是个“桥”式,采取这种技术措施,不仅为了粒子的全部质能 M :($M = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho$)进入“极限”状态,同时为了设置“引用半径” a_0 ,并赋予它一定的含义,因此取名: $\mu_0 = \frac{3}{2a_0}$ 为粒子的“压缩因数”,本想定义它为“压密系数”,似乎不妥, a_0 好象是一种“电子原件”,因此, μ_0 的定义有待探讨。

正因为如此,必须了解“引用半径” a_0 的不同取值,有可能出现不同的物理现象:

(1)若: $\mu_0 = 1$,即: $a_0 = \frac{3}{2}$,因为:

$M' = M$ ($M' = 2\pi a^2 \rho'$),于是: $\rho' = \rho$;

(2)若: $\mu_0 < 1$,即: $a_0 > \frac{3}{2}$,便有形式上的: $M' < M$,但必须是: $M' = M$,故只有: $\rho' > \rho$;

(3)若: $\mu_0 > 1$,即: $a_0 < \frac{3}{2}$,形式上则为: $M' > M$,同样因为: $M' = M$,则出现: $\rho' < \rho$ 。

这第(3)种情况是对这类粒子施加压应力,不但不压密,反而出现密度变小,体积膨胀现象;而第(2)种情况,似乎压力不够;第(1)种情况的意义,很可能是应力应变处于最佳状态。总之,这是耐人寻味的问题,其概念有待深入探讨。

本文将粒子的“压缩因数” μ_0 ,作为粒子的压缩特征,代入式(9):

$$F = \mu_0 f M, \quad (11)$$

如果认为式(11)中粒子的质能 M ,已处在压缩状态,那末它在压缩过程中的特征,就要在下面讨论。

2.2 粒子的变形特征

粒子的压缩变形过程,无疑也是一种运动过程,所以必然有其运动规律。

这个问题仍应从粒子能量的基本构体——“均质牛顿球体”来分析,即仍以“零势面”包围粒子的“能场”来考察。在这个“能体”内,粒子的质量和能量是相互转化的,并且是守恒的(质量守恒定律),这个“能体”,我们一直称之为粒子的“质能”体,通用 m_s 表示,粒子“质能 m_s ”的变化,就是它的“能量” ϵ 变化,下面以 ϵ 表示。

根据粒子能量变化的一般性公式(1)、(2),暂不考虑常数加速度 g ,其指数函数:

$(1 - \frac{w}{R})(1 + e)$ 和 $G(1 - \frac{w}{R})$, 只仅仅代表了单位土体内的含水量 w ,按单位土体内的单个粒子的体积或质量,所分配到的含水量 w ,用方括号以示区别,那末公式(1)、(2)中指函数,仅是一个只与含水量 $[w]$ 有关的单减指数函数而已,其所有的特征与公式(1)、(2)完全一致。故:

$$\epsilon = m_s^{-\alpha} [w] \quad (12)$$

已多次说明图1,这里仅将每个含水量 w 改为含水量 $[w]$,同样,每个含水量 $[w]$,相应于一个“等势面”,而且也都是连续的平行于“零势面”的同心“等势面”。现在要引出另一个重要概念,即:这簇“等势面”的“包络线”,正是所有连续的“等势面”上的切点的连线。

如果想象一下,把这簇“等势面”一个地拆开,就如图3中,好象是一系列的“气体”挂在“包络线”上。

用 $\alpha_1, \dots, \alpha, \alpha_{n+1}$,表示一系列的“等势面”。对“包络线”的每个 α 的切点,以 $p_1, \dots, p, \dots, p_{n+1}$ 来表示。从图3可见,每个切点 p 处,同时都相应于一个含水量 $[w]_1, \dots, [w], \dots, [w]_{n+1}$ 。由此可知,在“包络线”上从一个点变到另一个点时, α 随之改变,这说明 α 是“包络线”上

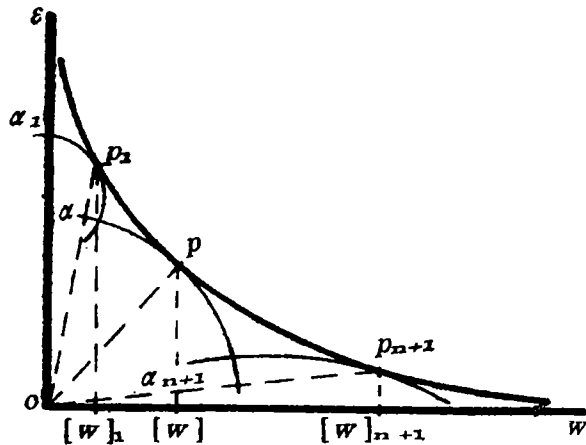


图 3

的位置的函数,而且我们还看到 α 的改变,显然与含水量 $[w]$ 的改变是一致的。因此式(12)改写成带参数 α 的隐函数:

$$\epsilon = m_s^{-\alpha} [w] \quad (13)$$

式(13)以 α 为参变量,对每个 α 的特定值,确定了一个“等势面”,而不依赖于含水量 $[w]$ 却与含水量 $[w]$ 完全相等地确定了粒子质能(m_s)的变化。根据式(13)的这个意义,为了下文一次性写出结果,令:

$$-\alpha[w] = \left(1 - \frac{w}{R}\right)(1 + e) \quad (14)$$

$$\text{或 } G\left(1 - \frac{w}{R}\right)$$

下面进而考察图3中的一个任意的 α “等势面”,它是一簇“等势面”中,唯一的一个通过坐标圆心 O (球心),并且相切于“包络点” p ,以它为代表,说明这簇“等势面”类似的性质。

点 p 处的变形运动,必然是沿着通过点 p 处的法线方向上的运动,而这条法线又必定通过圆点 O (球心),所以,点 p 处的变形运动的微分方程式,有两个函数组成,即:点 p 处的切线的斜率和该点的变形速率,采用以含水量 $[w]$ 为变量的显函数表达式:

$$\frac{d\epsilon}{d[w]} \beta \cdot m_s^{-\alpha} [w] \quad (15)$$

“ β ”是点 D 处的变形运动,向着圆心(球心)的变化率,是个已知的极限函数:

$$\beta = \lim_{[w] \rightarrow 0} \frac{\sin[w]}{[w]} = 1$$

接着要研究粒子,在整个变形运动中的“能量” ϵ 的变化,只要计算式(15)的积分:

$$\epsilon = \int_0^{\infty} m_s^{-\alpha[w]} \frac{\sin[w]}{[w]} d[w] \quad [w] \geq 0 \quad (16)$$

若按式(16)积分计算,与我们采用参数 α ,分析粒子的变形特征无关,尽管它的实质是一样的。应当用参数 α 的定积分计算:

$$\epsilon_{(\alpha)} = \int_0^{\infty} m_s^{-\alpha[w]} \frac{\sin[w]}{[w]} d[w] \quad \alpha \geq 0 \quad (17)$$

我们正需要对参数 α 求导数,这跟式(15)的斜率可以说是性质相同,但意义不一样,前者是对含水量 $[w]$ 的斜率,后者是对 α 切点处的斜率,这点恰好满足了带参数 α 的定积分必须有求导数的条件。

对式(17)计算之前,最好是根据: $m_s^{-\alpha[w]} = e^{-\alpha[w] \ln m_s}$,直接用 e 代替 m_s ,这在物理分析中允许按照问题的实际情况讨论,否则不仅繁琐,最后还得简化($\ln m_s \approx 1$),才能得到明晰的结果。同时,以自然对数 e 为底的函数,其独特的优点是它的导数等于函数本身,这样等结果时直接返回到 m_s ,对问题的实质没有丝毫影响。

因而:

$$\begin{aligned} \epsilon'_{(\alpha)} &= \int_0^{\infty} -[w] e^{-\alpha[w]} \frac{\sin[w]}{[w]} d[w] \\ &= \int_0^{\infty} e^{-\alpha[w]} \sin[w] d[w] \\ &\quad (\text{已知函数的定积分}) \\ &= -\frac{1}{\alpha^2 + 1} \end{aligned}$$

为了从所有原函数中确定所要的原函

数,只需要在上式的不定积分中确定常数 c 即可:

$$\epsilon_{(\alpha)} = -\int \frac{1}{\alpha^2 + 1} d\alpha = -\arctg\alpha + c$$

(已知函数的不定积分)

从式(17)很容易判定: $\epsilon_{(\infty)} = 0$,所以:

$$c = \arctg\alpha = \frac{\pi}{2}$$

于是确定的原函数为:

$$\epsilon_{(\alpha)} = \frac{\pi}{2} - \arctg\alpha \quad (18)$$

若要证明积分下限: $\alpha = 0$ 的情况,则:

$$\begin{aligned} \epsilon_{(0)} &= \int_0^{\infty} \frac{\sin[w]}{[w]} d[w] \\ &= \frac{\pi}{2} \quad (\text{已知函数的定积分}) \end{aligned}$$

由此而知,中间变量 $(-\arctg\alpha)$,必定无疑是“ $-\alpha[w]$ ”的表达式,那式(13)便是:

$$\epsilon = m_s \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{w}{R}\right) (1+e) \quad (19)$$

$$\epsilon = m_s \frac{\pi}{2} G \left(1 - \frac{w}{R}\right) \quad (20)$$

因此得出结论:在粒子压缩变形过程中,存在着一种向着粒子中心逼近的特殊形态,这种形态的特征是等角 $\frac{\pi}{2}$ 。从而揭示了粒子的压缩变形的特征和特性,将式(19)、(20)的右端代入式(11),原为 $m_s = G$ (比重),故得:

$$F = \mu_o f G \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{w}{R}\right) (1+e) \quad (21)$$

$$F = \mu_o f G \frac{\pi}{2} G \left(1 - \frac{w}{R}\right) \quad (22)$$

2.3 粒子压缩变形机制——“标准变形模量” E_s

至此,讨论粒子压缩变形问题,一直向着最大的极限概念进行的,式(21)、式(22)已具体了这个条件。若将粒子压缩到球心时

的最大位移是粒子的半径 a ，则根据虎克定律：应力 σ 与应变 a 之比等于变形模量 E_a ，故：

$$E_a = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{\sigma}{a} = F$$

式中， $a \rightarrow 0$ ，并不能真正达到球心 O 点，从讨论： $\mu_0 = 1$ ，可想而知，应该是 $a \rightarrow a_0$ ，“引用半径” a_0 才是个“准零点”。因此上式应稍作改动：

$$E_a = \lim_{a \rightarrow a_0} \frac{\sigma}{a_0} = F \quad (23)$$

定义： E_a 为“标准变形模量”，它既不同于“压缩模量” E_c ，也不同于“变形模量” E_0 ，其值大小不但取决于粒子的“引用半径” a_0 ，同时还取决于粒子能量的特征和特性。

因为“引用半径” a_0 蕴含在所谓的“压缩因数” μ_0 内，从此便取得了粘性土粒子的压缩变形的重要成果：

$$E_a = \mu_0 f G \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{w}{R}\right) (1+e) \quad (24)$$

$$E_a = \mu_0 f G \frac{\pi}{2} G \left(1 - \frac{w}{R}\right) \quad (25)$$

3 标准变形模量 E_a 的应用

“标准变形模量” E_a ，深刻地揭示了软土地基的变形特征和特性，客观地反映了粘性土粒子的应力-应变-强度等本构关系。具体应用时，跟确定粘性土的塑性边界条件是一致的，所以只要按〈塑性能量〉特征和特性的边界条件照写：

$$E_a = \mu_0 f G \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{w-w_p}{w_s-w_p}\right) (1+e) \quad (26)$$

$$E_a = \mu_0 f G \frac{\pi}{2} G \left(1 - \frac{w-w_p}{w_s-w_p}\right) \quad (27)$$

在实际工程中的应用，作者根据某地区有限的工程实例，采用集中力在土中分布规律，按分层总和法及其规定的条件，但不再考虑经验修正系数，确定塑性边界条件与确定其强度的塑性边界条件一样，即： $w_s - w_p = 2I_p$ ；关于粒子的引用半径 a_0 ，在前面的讨论

中，认为： $a_0 = \frac{3}{2}$ ，即所谓“压缩因数”

μ_0 ： $\mu_0 = 1$ 时，则粒子的应力与应变处于最佳的协调状态，因此只需要根据经验对“压缩因数” μ_0 取一个物理单位，于是以“万有引力常数” f 与实测地基沉降量，按规定条件验算后，取：

$$\mu_0 = 10^{16} (M^{-2}) \quad \text{则：}$$

$$\begin{aligned} \mu_0 f &= 10^{16} (M^{-2}) \cdot \frac{20}{3} \\ &\times 10^{-11} (N \cdot M^2 / kg^2) \\ &= 667 (kN / kg^2) \end{aligned}$$

由此确定该地区，粘性土的“标准变形模量” E_a 为：

$$E_a = 667 G \frac{\pi}{2} (1 - 0.5I_L)(1+e_0) \quad (kPa) \quad (28)$$

$$E_a = 667 G \frac{\pi}{2} G (1 - 0.5I_L) \quad (kPa) \quad (29)$$

公式(28)、(29)的适用条件与其强度的适用条件是一致的，主要是海、湖、河等水相粘土。

公式(28)适用于： $w_0 > w_L$ ； $e_0 > 1.0$ 的淤泥质粘性土或淤泥；下卧层为淤泥质粘性土的一般性粘性土，这类土多数是表层硬壳土，也是主要的天然地基持力层，一般其强度的竖向变化很大，理论上应是全断面的“质能”平均值，实际上对“样品”的代表性很强，若结合静力触探试验曲线确定最理想。

公式(29)适用于除上述类型的地基土以外的一般性粘性土和所谓的“超压密土”及老建筑基础底面附近的地基土。

4 小结

“标准变形模量” E_a 集中地反映了软土地基的工程特性，“强度”不过是其变形过程中的一种“性状”的表现，因此，“标准变形模量” E_a 可以解释过去不易解释的许多软土问题的现象。为此将有关粒子能量特征和特性的基本概念作个小结：

(1) 所谓粘性土粒子是指: 均质的单个颗粒或均质的基本单元体, 在工程上主要是指: 均质的单元体”, 如试样的标准规格, 在“基本单元体”内, 可以是均质的, 也可以是非均质的, 而多数是非均质的, 故本课题具有普遍性意义;

(2) 粘性土粒子的组分及其特征是: 粒径 $d < 0.005\text{mm}$ 大于土体全重的15%, 塑性指数: $I_p > 10$;

(3) 粘性土粒子的能量是 以其“质量”为底的, 只仅仅与含水量 w 有关的指函数, 故定义为粒子能量指数;

(4) 粘性土“塑性边界”的上限是“流限含水量” w_L , 这是新概念, 这个上限, 在粘性土体内的理论值是: $w_L = \frac{G-1}{G}$, 所谓影响因素, 特别是高能胶粒(有机质)是通过增大该上限值 w_L 来反映其影响土的基本性质的;

(5) “标准变形模量” E_s 有两个重要的机制开关: “ $w_L - w_p$ ”的边界长度是粘性土的强度调制开关; 所谓“压缩因数” μ_0 是粘性土的压缩调制开关, 控制这两个开关, 可使得软土地基的强度和变形有可能向真值逼近;

(6) “标准变形模量” E_s 有两个重要性质: 一个是它随着地基土的强度增长而增长; 另一个是它是个“弹塑性模量”, 其佐证: 在老建筑基础下的软土地基, 除基础底面, 即排水界面附近的地基土, 有超压密情

况外, 在受压层范围内的软土, 其物理力学性质指标没有明显变化, 说明该土体的压缩变形反映在极性水分子的压密上, 当应力解除后, 极性水分子可恢复原密度;

(7) “标准变形模量” E_s 是个集中力作用下的变形模量, 与集中力在土体中的应力分布是相符合的, 只取决于附加应力的大小和方向, 与作用力的方式和性质无关。

最后, 关于“压缩模量” E_c , 由于在概述中的种种原因, 使其多值性, 已失去与“标准变形模量” E_s 的对比性, 故不再提供“标准变形模量” E_s 和“压缩模量” E_c 的对比表。

5 结束语

粘性土粒子能量特征的发现, 不仅确定了粘性土的强度特性, 同时, 更重要的是确定了粘性土的变形特性。从此土质学与土力学发生了密切的有机联系, 使得长期处在初级应用阶段的粘性土物理指标, 遵照它自己的客观规律性进入高级应用时期。

参 考 文 献

- 1 章小兴. 粘性土〈粒子能量指数〉及其应用. 军工勘察, 1993, 9
- 2 [美] HP. 格林斯潘等著. 王建华等译. 应用数学引论. 人民教育出版社, 1979, 7
- 3 [苏联] H. 伊捷尔松等著. 宁津生等译. 位理论及其在地球形状理论和地球物理中的应用. 中国工业出版社, 1963, 2
- 4 薛琴林等. 场论. 地质出版社, 1978, 9

(上接第29页)

4 结语

膨胀土是一种典型的吸水膨胀、失水收缩的特殊性土体。室内各种常规膨胀性试验数据是其胀缩性能的外在定量表现, 而这些表现, 或表现程度如何, 起决定作用的是其内在因素——矿物组成及化学特征, 且在矿物成分及化学特征方面, 起较大作用的是蒙脱石的含量, 本文正是从其内因方面定性或定量地研究了其影响机理和程度。

参 考 文 献

- 1 李生林等著. 《中国膨胀土工程地质研究》. 江苏科学技术出版社, 1992年7月
- 2 唐大雄, 孙懋文主编. 《工程岩土学》. 地质出版社, 1987年11月
- 3 Alexiadest. C. A and Jackson. M. L. 1966, Quantitative clay mineral ogival analysis of soils and sedimemts. Clay Miner, 14: 35—52