

边坡稳定计算斜条分法机理分析

刘子振 言志信

(中南林业科技大学土木建筑与力学学院, 湖南长沙 410004)

【摘要】 利用较严格的通用条分法的分析思路, 将边坡条块划分一般化, 即采用斜条分法。重新建立了斜条分法的各种平衡方程式, 并在此基础上假定斜条块间切向力与法向力满足 Mohr-Coulomb 准则的函数关系。算例分析表明该方法所求的安全系数与通用条分法的结果相近, 得到的简化计算是可行的。

【关键词】 边坡斜条分法; 计算机理; 模型简化; 边坡安全系数

【中图分类号】 TU 413.62; TU 457

Mechanism Analysis Based on Sub-section Method of Slices for Slope Stability Calculation

Liu Zizhen Yan Zhixin

(Civil Construction and Mechanics College, Central South University of Forestry & Technology, Changsha Hunan 410004 China)

【Abstract】 The method for slope is generalized according to the basic analysis thought of rigorous generalized method of slices. It is a sub-section method of slope. The author rebuilt each equation under limit equilibrium method. On this basis, an effective simplified algorithm is applied for slope stability analysis. That is the relations function of inter-slice force between tangential grinder and normal direction on the regulation of Mohr-Coulomb. Through study and analysis of a case, the safety factor of sub-section method for slope is fairly close to the result of generalized method of slices. The computing result shows the presented method is applicable.

【Key Words】 sub-section method of slope; calculation mechanism; model simplification; slope safety factor

0 引言

边坡稳定性分析经过近一百年的探索、发展, 到目前为止, 其稳定性分析方法已有许多种。人们对边坡变形过程、失稳过程、失稳机制、稳定性评价及滑坡预测预报等进行了广泛而深入的研究, 并应用于人类工程活动的实践中。在实践中运用较多的仍是极限平衡方法 (GENERALIZED LIMIT EQUILIBRIUM METHOD)^[1]。采用极限平衡法分析边坡的稳定性, 要事先确定可能失去平衡的潜在滑体以及滑动模式, 然后根据力学平衡原理分析边坡各种破坏模式的受力状态, 通过抗滑力和下滑力之间的关系来评价边坡的稳定性。

随着现代计算机和有限元技术在边坡中广泛应用, 许多严格的计算方法都能够顺利求解, 使得计算成果能很好地同时满足静力平衡、力矩平衡及临界滑裂面的模拟, 而且假设条件少、精度高。极限平衡方法通常对滑体采用垂直条分, 本文基于 Mohr-Coulomb 准则, 按照 Morgenstern 和 Price (1965) 提

出的分析思路^[2], 对边坡运用斜条分法分析计算, 通过简化数值计算进行求解。

1 斜条分法计算机理

1.1 滑体单元受力模型^[3]

边坡垂直条分计算模型的表面大多是较规则的, 实际边坡表面是凹凸不规则的, 所以斜条分法能较好地模拟破坏时滑体单元内部受力模式。斜条分法将条块划分成与竖向成一定的角度, 其基本要点是将下滑面和斜条块侧面切向力和法向力均服从 Mohr-Coulomb 准则。

本文的斜条分法是一种较严格的数力学方法, 通过寻求已知方程来求解边坡安全系数, 把整个滑体斜分成 n 条, 取其中第 i 条块进行受力分析 (见图 1), 作用在条块上力共有: ①条块重量 W_i ; ②条块表面附加垂直荷载 $q \cdot d_i$ (本文不考虑); ③水平作用力 $K_c W_i$ (如地震惯性力, K_c 为临界加速度系数); ④斜块底的切向力 T_i ; ⑤斜块底部有效法向力 N_i ; ⑥斜块底部孔隙水压力 U_i ; ⑦斜块左、右侧沿斜边方向

的力 Y_{i-1} 、 Y_i ；⑧斜块左、右侧沿斜边法向力为 X_{i-1} 、 X_i 。当滑动面确定及条块划分后，斜块中心与底线中点距离 h_g 、斜条块底部坡角 α_i 、底长 l_i 、水平宽 d_i 、条块中心沿斜边方向平均高度 h_i 、滑面上强度指标 c'_i 及 φ'_i 都可以通过一定方法确定。

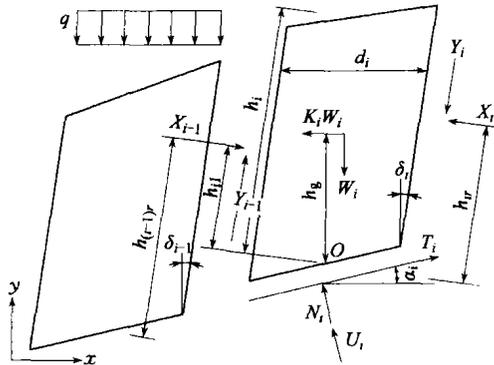


图1 滑体斜条分计算模型

因此，对整个滑体来说，需求解的未知量有：

- ①每一斜块底部切向力 T_i 、法向力 N_i ，共计 $2n$ 个；
 - ②相邻斜块上的条间力 X_i 和 Y_i ，共计 $2(n-1)$ 个；
 - ③斜块左、右侧法向条间力到底部中点 O 距离 h_{il} 、 h_{ir} ，共计 $2(n-1)$ 个；
 - ④滑体的安全系数 F_s 、斜条块整体与与竖直方向的夹角 δ ，共计 2 个。假定每个条块与滑体的 F_s 相同，每个条块的 δ 也相等，以下均用 δ 表示；
- 边坡下滑体共有 $(6n-2)$ 个未知量。

1.2 建立滑体单元方程式^[4]

1) 静力平衡方程

①斜块底部 T_i 方向的平衡方程

$$T_i - (X_i - X_{i-1}) \cos(\alpha_i + \delta) - K_c W_i \cos \alpha_i + (Y_i - Y_{i-1}) \sin(\alpha_i + \delta) - (W_i + qd_i) \sin \alpha_i = 0 \quad (1)$$

②斜块底部 N_i 方向的平衡方程

$$N_i + U_i + (X_i - X_{i-1}) \sin(\alpha_i + \delta) + K_c W_i \sin \alpha_i + (Y_i - Y_{i-1}) \cos(\alpha_i + \delta) - (W_i + qd_i) \cos \alpha_i = 0 \quad (2)$$

2) 取条块底部中点 O 为中心的力矩平衡方程

$$X_i h_{ir} - X_{i-1} h_{il} + (Y_i + Y_{i-1}) \frac{d_i}{2} + K_c W_i h_g \cos \delta - W_i h_g \sin \delta = 0 \quad (3)$$

3) 相邻斜块间作用力到相邻条块底部中心点的距离在斜边方向的关系方程 (见图 1)

$$h_{(i-1)r} - \frac{d_{i-1}}{2} \sin(\alpha_i + \delta) = h_{il} + \frac{d_i}{2} \sin(\alpha_i + \delta) \quad (4)$$

4) 滑动面达到极限平衡方程

按照坡体达到极限平衡状态时将坡体的抗剪强度参数降低 F_s (安全系数) 倍，即

$$T_i = \frac{c'_i}{F_s} l_i + \frac{N_i}{F_s} \tan \varphi'_i \quad (5)$$

式中：各物理量意义同前。通过上述所有的平衡方程，可得 $(5n-1)$ 个方程数，与未知量数 $(6n-2)$ 相比还差 $(n-1)$ 个，所以各未知量暂无法求出。

1.3 模型计算简化

由于滑动面是已知的，因此滑面要比每个斜块边先达到极限破坏状态，即斜条块在侧面的剪应力不能超过该面上发挥的最大抗剪强度^[2]：

$$F \delta > F_s \quad (6)$$

式中： $F \delta$ 为沿斜块侧面上的安全系数。如果式 (6) 不成立，则条块滑动面将会重新形成。

从已知方程中可以看出条块间的相互作用力及位置贯穿整个平衡中。因此有必要对模型计算作简化和假定。由于侧面均未达到极限破坏状态，按照 Mohr-Coulomb 准则，斜条块间沿斜边上的切向力与法向应力存在一定的函数关系^[5]，假定斜条块侧面作用力存在如下关系

$$Y_{i-1} = \lambda X_{i-1} \quad (7)$$

式中： λ 为变量，其值与岩土体的特性等有关。

由此又可以得到 $(n-1)$ 个方程，因此总共可得 $(5n-1) + (n-1) = (6n-2)$ 个方程数，与 $(6n-2)$ 个未知量刚好相等。将式 (5) 式 (7) 代入式 (1) 得

$$(X_i - X_{i-1}) \left[\cos(\alpha_i + \delta) + \lambda \sin(\alpha_i + \delta) \right] - \frac{c'_i}{F_s} l_i - \frac{N_i}{F_s} \tan \varphi'_i + K_c W_i \cos \alpha_i + (W_i + qd_i) \sin \alpha_i = 0 \quad (8)$$

结合式 (2) 式 (7) 式 (8) 可得

$$(X_i - X_{i-1}) (A_i \sin \delta + B_i \cos \delta) + D_i = 0 \quad (9)$$

式中： A_i 、 B_i 和 D_i 值表示如下

$$A_i = \left[\lambda + \frac{\tan \varphi'_i}{F_s} \right] \cos \alpha_i - \left[1 + \frac{\tan \varphi'_i}{F_s} \lambda \right] \sin \alpha_i \quad (10)$$

$$B_i = \left[\lambda + \frac{\tan \varphi'_i}{F_s} \right] \sin \alpha_i + \left[1 + \frac{\tan \varphi'_i}{F_s} \lambda \right] \cos \alpha_i \quad (11)$$

$$D_i = (W_i + qd_i + \frac{\tan \varphi'_i}{F_s} K_c W_i) \sin \alpha_i + \left[K_c W_i - \frac{\tan \varphi'_i}{F_s} (W_i + qd_i) \right] \cos \alpha_i + \frac{\tan \varphi'_i}{F_s} U_i - \frac{c'_i l_i}{F_s} \quad (12)$$

结合式(3)式(4)式(7)可得

$$(h_{ir} + \frac{d_i \cos \alpha_i}{2} \lambda) X_i + K_c W_i h_g \cos \delta - W_i h_g \sin \delta - X_{i-1} \left[h_{(i-1)r} - \frac{d_i \cos \alpha_i}{2} \lambda + \frac{d_i}{2} E_i \right] = 0 \quad (13)$$

式中: E_i 值表示如下

$$E_i = (\sin \alpha_{i-1} + \sin \alpha_i) \cos \delta + (\cos \alpha_{i-1} + \cos \alpha_i) \sin \delta \quad (14)$$

2 边坡稳定计算求解

目前所采用的方法是基于塑性力学上限理论的斜条分法上限解^[6]。本文按照上述假定及公式推导,应用现代数值迭代技术能够很方便地求解边坡稳定安全系数,求解步骤如下^[7]:

- 1) 首先确定边界条件: $\delta_0 = \delta_n = 0, \varphi_0 = \varphi_n = 0$, 以及倾角 δ 范围: $-\left[\frac{\pi}{2} + \alpha_i\right] < \delta < \left[\frac{\pi}{2} - \alpha_i\right]$
- 2) 视边坡的具体情况进行分析,选择简单方法(如瑞典法等)确定整个滑体安全系数的迭代初值 F_0 , 然后从左至右沿着滑体的第一条块开始计算。

3) 由 $h_{1l} = 0, X_1 = 0$, 按照力的平衡式(9)求得第二斜块的各项值,在以第二斜块为准求出下一条块,以此类推得最右端条块的右侧边值,由该侧边的边界条件及 $X_n = 0$, 求得 F'_s 与 δ 的关系,即

$$f(F'_s) + f'(\delta) = 0 \quad (15)$$

通过调整 F'_s 和 δ 值,得到 $F'_s - \delta$ 的曲线图。

4) 由 $h_{1l} = 0, X_1 = 0$ 及 $h_{1r} = \frac{d_i}{2} \tan \varphi'_i$, 然后结合合力矩平衡式(3)及式(4)和式(13)求得第二斜块的各项值,以此类推,同理可知最右端斜块的右侧边值,由该侧边应满足的边界条件,并结合力的平衡,同样可得到 F'_s 与 δ 的关系,即

$$f(F'_s) + f'(\delta) = 0 \quad (16)$$

通过调整 F'_s 和 δ 值,得到另一条 $F'_s - \delta$ 的曲线图。

5) 设定一个差值^[4] $\epsilon = |F_s - F'_s| \leq 10^{-4}$, 求出一系列平衡点的 F_s 值,在同一坐标系中找到两曲线交点 F_s 值,再依据初始值 F_0 求得边坡安全系数最可能的近似值 F_s 。

在进行3)和4)时,可以采用 Excel 编制程序进行迭代求解,求解过程变得较为简单。

3 算例分析

例题: 现有一个 20 m 高的岩土体构成的边坡,其几何参数见图2。构成边坡的岩土体物理力学参

数值见表 1。

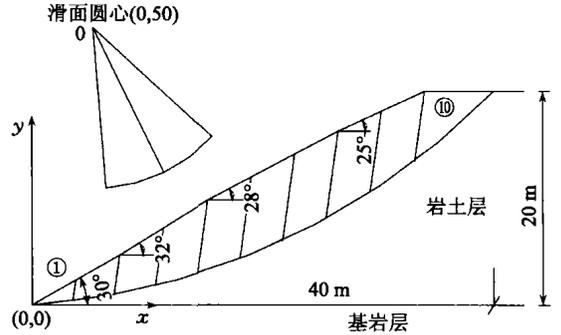


图 2 边坡临界滑动面图

表 1 各层岩土体物理力学参数表

斜块	重度 γ (kN·m ⁻³)	粘聚力 c'_i /kPa	内摩擦角 φ'_i / (°)	λ	条分数
1-3	20	12	26	0.488	3
4-10	18	14	28	0.532	7

首先对边坡下滑体按照瑞典法、较严密的垂直条分法分别求出了安全系数 F_s 为 1.422、1.583。

应用本文方法均不考虑 U_i, Q_i 及 q 值,在检算本文所用的简化方法具有可行性中,对滑体等条为 10 个斜块。采用上述求解步骤,按瑞典法所求结果取为初始临界滑动面,即 $F_0 = 1.422$, 斜块宽度 $d_i = 4.0$ m, 利用 Excel 编程计算进行迭代求解得到静力平衡下的 $F_s - \delta$ 函数曲线图和合力矩平衡下的 $F'_s - \delta$ 函数曲线图(见图 3)。故得到两曲线有交点,交点处边坡的安全系数 $F_s = 1.485$, 与较严密的垂直条分法结果相比可知该法可行。当斜块倾角 $\delta = 0$ 时,即为垂直条分法,因此取边坡斜条分法安全系数 $F_s = 1.485$ 。

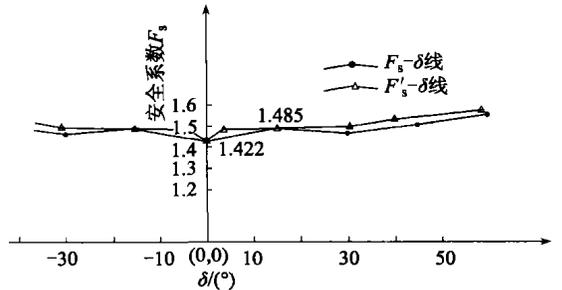


图 3 圆弧滑动面 $F_s - \delta$ 图

表2 几种条分法比较

极限平衡法	适用滑面	满足平衡条件	假定条件	F_s
绅典法	圆弧	力矩	$Y=X=0$	1.422
严密垂直条分法	任意	力和力矩	$Y=mf(x)X$	1.583
斜条分法	任意	力和力矩	$Y=\lambda X$	1.485

注:表中 $f(x)$ 为条块作用力位置是坐标的函数; m, λ 为参数

从表2的比较可知,本文的斜条分法也是一种严格的分法,条间力直接建立在 Mohr-Coulomb 准则上,而不需要建立条间力的倾角与坐标系的函数关系;另一方面,在数值迭代求解时不需进行复杂的数值积分求导,而是通过从第一个条块开始,按照力的平衡和力矩平衡及相邻条块作用点存在的数值关系进行递推,以及满足斜条块第1块左及第 n 块右侧面边界条件。计算结果符合要求。

4 结论

1)按照通用条分法的基本理论,建立了斜条分法的力的平衡方程和力矩平衡方程,寻求一种新的关系式来求解方程。

2)按 Mohr-Coulomb 准则,本文提出了斜条块间的相互作用力存在的关系式,即 $Y_i = \lambda X_i$,在这一假定下重新建立力的平衡方程和力矩平衡方程。通

过数值迭代法从滑体第一条块推算到最后一条块,利用边界条件,得到滑体的安全系数。

3)通过例题分析,斜条分法更符合不规则的边坡表面稳定分析,与严格条分法相比不用进行复杂的坐标积分,假定合理,计算结果是可行的。

参 考 文 献

- [1] Lee W A, Lee T, Sharma S, et al. Slope Stability and Stabilization Methods[M]. New York: Wiley-Interscience Publication, 1996
- [2] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析-原理·方法·程序[M]. 北京:中国水利水电出版社, 2003
- [3] 张强勇. 岩土工程强度与稳定性计算及工程应用[M]. 北京:中国建筑工业出版社, 2005
- [4] 陈祖煜. 土坡稳定分析通用条分法及其改进[J]. 岩土工程学报, 1983, 5(4): 11-27.
- [5] 李广信. 高等土力学[M]. 北京:清华大学出版社, 2004
- [6] 梧松, 吴玉山. 边坡可靠的随机斜条分法上限解[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(10): 1727-1729.
- [7] 张鲁渝. 一个用于边坡稳定分析的通用条分法[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(3): 496-501.

收稿日期: 2006-08-07

欢迎订阅 2007 年《岩土工程技术》双月刊 中国科技核心期刊

《岩土工程技术》是中国兵器工业集团公司主管、国防机械工业工程勘察科技情报网主办、国内外公开发行的中国科技核心期刊。本刊的办刊宗旨是促进学科理论发展和学术交流,传播知识创新和科技创新,加速科技创新成果向现实生产力的转化。本刊的主要栏目有:技术开发与创新、综述性论文、技术探索与研究、深基坑工程技术、复合地基技术、桩基技术、地基处理技术、工程技术试验研究、工程测试技术、隧道工程技术、地下水、环境岩土工程技术、岩土地震工程技术、信息报道等。

中国标准连续出版物号: ISSN 1007-2993 国内邮发 82-667
CN 11-3813/TU 代号: 国外发行 4736Q

定 价: 每期 10 元, 全年 60 元。

开户银行: 北京银行天宁支行

账 号: 03508001201090108-34

收款单位:《岩土工程技术》杂志社

读者可从邮局订阅,也可随时直接汇款到编辑部订阅。

本刊地址: 北京 573 信箱《岩土工程技术》编辑部 邮 编: 100053

电 话: (010)83164702 (010)83161704 (010)63038601-2263

传 真: (010)63017582

技术的创新 市场的需求 科技的决策

《岩土工程技术》是您占有市场的好帮手