

# 地下水数学模型中动态边界的一种处理方法

孙 勇

(中国兵器工业勘察设计研究院 北京 100053)

**【摘要】**本文对水文地质数学模型在开采预测时的边界处理问题进行了探讨,并提出了一种新的近似处理方法。

**【Abstract】**This paper discusses the problem of handling the boundary conditions in the exploiting forecast by groundwater mathematic model. And proposed a new approximate method.

## 1 问题的提出

水文地质勘察应该从水文地质单元的整体出发,这种观点和工作方法近年来已被水文地质技术人员所承认和接受,但在很多情况下,在实际工作中却难以得到切实贯彻和执行,如受勘察工作周期短、经费有限等方面的限制,这在目前社会主义市场经济条件下是经常发生的。另外当水文地质单元相对于开采区过大时,从技术上讲也难做到,在很多情况下,实际勘察工作只能查清水文地质单元的一部分,甚至是一个小部分,这样,就会不可避免的出现人为边界问题。针对这种情况,就模型与边界的处理问题,一些专家及笔者曾进行过探讨,提出了“嵌套”或“耦合模型方法”<sup>[1-3]</sup>,但这种方法须基于具有天然边界的区域资料足以“控制”勘探区周边界时才能适用,如满足不了这个条件,人为确定计算域边界的位置、性质、边界值及其变化值则是必要的。

人为边界一般以二类边界居多,这是由于人为处理较为方便,如对于某些弱透水的补给边界,在预测时可假定其补给量为零,对于其些弱透水的排泄边界,在预测时可假定其排泄量保持不变,这就是所谓的“安全”处理办法,从供水来说,这种办法具有其合理性。对于一般的补给、排泄边界来说,根据调参、模型误别、模型校正阶段所得到的丰、平、枯水期各个阶段的边界特征值,结合供水保证率要求,概化出模型预测时的边

界值及其变化值,代入模型,进行预测计算,这是目前常采用的处理办法。此外,还有在边界附近设置缓冲带,人为扩大边界域等方法,所有上述这些处理办法,都具有这样的特点:即从实际要求来说,具有合理性,评价结果偏于安全,但从准确性来讲或“安全”量有多大,则无从谈起,准确性及安全量是否合适,则主要取决于资料丰富程度、计算与评价人员对水文地质条件的掌握程度及工作经验。出现这种情况的原因,从深层次的原因来讲,是水文地质问题过于复杂,不能满足数值法模型的要求所致,不能单纯从数学角度来看这个问题,而必须从水文地质角度出发,尽力追求准确性或相对准确性这个目标。

## 2 动态边界处理的一种新方法

很多同志在设定人为边界时不愿意使用一类边界,认为一来有定水头补给的嫌疑,二来不好控制,其实这是一种误解,从达西定律表达式就可以看出:当水头(水头差)一定时,过定长的断面流量是个定值,也就是说,边界附近水头值若给定,那么流量也就自然是个定值,从这个意义上说,一类边界与二类边界没有实质上的区别。从这个原理出发,我们可以得到一种处理变动边界的一种新的、近似方法。

由达西定律的数学表达式:

$$Q = -K \cdot M \cdot \frac{\Delta H}{\Delta L} \cdot B \quad (1)$$

式中  $Q$ ——过水断面宽度为  $B$  上的流量,

$(L^3T^{-1})$ ;

$M$ ——含水层的厚度,  $(L)$ ;

$\Delta H$ ——通过水流方向上  $\Delta L$  长度上的水头损失,  $(L)$ ;

$K$ ——渗透系数,  $(LT^{-1})$ 。

达西公式反映在有限元法数值模型中, 通过推导, 可得到下列通式:

对于任意剖分的三角形单元  $ijm$  来说 (如图1), 有

$$Q = -\frac{1}{2\Delta} K \cdot M [ (B_i H_i + B_j H_j + B_m H_m) (Y_m - Y_i) + (C_i H_i + C_j H_j + C_m H_m) (X_i - X_m) ] \quad (2)$$

式中  $X_i, X_m, Y_i, Y_m$ ——节点  $i, m$  的坐标  $(L)$ ;  $B_i, B_j, B_m, C_i, C_j, C_m$ ——节点  $i, j, m$  坐标所确定的常数  $(L)$ ;

$\Delta$ ——三角形单元  $ijm$  的面积  $(L^2)$ ;

$K, M$ ——意义同于(1)式;

$\vec{n}$ ——三角形单元  $ijm$  边的外法线方向矢量 (无量纲)。

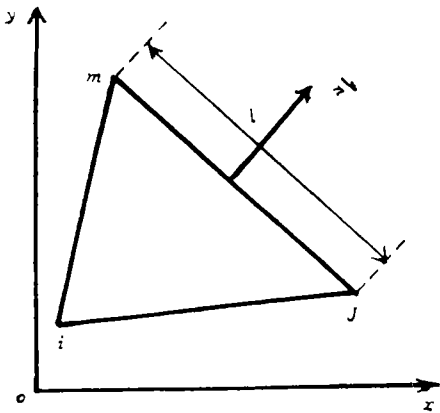


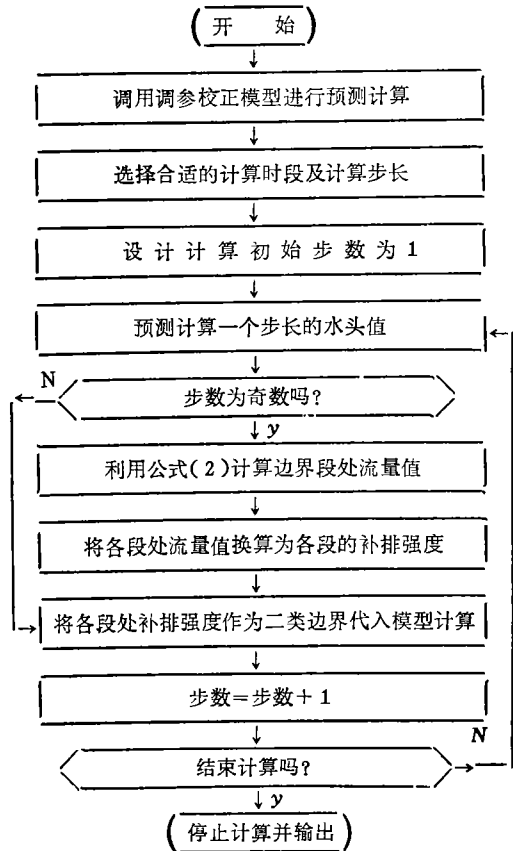
图1 通过三角形单元某一边流量计算示意图

公式(2)是个过三角形单元任一边流量计算的通式, 如计算  $im$  边或  $ij$  边也有类似的表达式, 只不过式中各量的脚标不同而已, 具体推导过程可参见有关文献。

公式(2)为我们建立了边界段处水头与流量的对应关系, 并且是时时对应关系。有了这个关系, 就使我们可以针对不同地区的水文地质条件, 灵活地应用各种边界条件。

对于无法找到自然边界的地区, 我们可以在模型校正的基础上, 首先设定边界为一类边界(一部分甚至全部), 进行一个步长的预测计算, 得到边界处的水头变化值之后, 利用公式(2)得出边界处各地段的水量值; 然后将各地段的流量值作为真正的流量边界值, 代回预测模型中, 作预测计算, 又可以得到边界处的水头值, 再利用公式(2)计算边界处的流量值, 作为预报模型的边界值, 如此循环, 直至最终得到预测结果, 这种方法计算边界处的水头值为虚算或预处理, 而真正目的是计算边界处的流量值。这种算法对于边界处的二类流量值来说, 误差为一个步长的差值, 如果计算步长选择较小, 则误差不大, 更重要的是这种误差可以人为地根据实际水文地质条件和计算机的性能来调整和控制, 作到心中有数。

计算流程如下:



### 3 应用实例

新乡发电厂四期扩建 $2 \times 300$  MW机组,需水量 $0.6 \text{ m}^3/\text{s}$ ,拟用新乡市东部小杨庄水源地浅层地下水作为扩建供水水源。

#### 3.1 水文地质条件简介

勘探区地处黄河冲积平原中上部,面积为 $205.65 \text{ km}^2$ ,地势平坦,高程为 $68 \sim 84 \text{ m}$ ,一般为 $70 \text{ m}$ 左右。属温带半干旱大陆性季风气候,多年平均降水量 $545.5 \text{ mm}$ ,多年平均蒸发量达 $1750.8 \text{ mm}$ 。勘探区内地表水系有两个,一个是柳青河,发源于区内,河水由三部分组成,一是地下水排泄量,二为乡镇企业排污量,三为引黄灌渠退水的弃水量。在位于勘探区东北部(柳青河排出口)汲津铺断面处,基流量为 $0 \sim 0.92 \text{ m}^3/\text{s}$ ,平均基流量为 $0.227 \text{ m}^3/\text{s}$ 。另一个水系为引黄灌渠——东三千渠及其分、支渠,退水渠,根据农业需要,引黄河水进行灌溉,年引水 $6 \sim 12$ 次,渠底与地表基本持平,由于渠内泥砂淤积严重,每年10月中旬左右均进行人工清淤。区内引黄灌渠渗漏较强烈,渠道渗漏是本区地下水的主要补给源之一。

勘探目的层为上更新统上段及全新统冲积砂层,含水介质为松散的粗、中和细砂,一般为 $2 \sim 4$ 层,单层厚度 $8 \sim 25 \text{ m}$ ,总厚度 $40 \sim 60 \text{ m}$ ,局部大于 $70 \text{ m}$ ,潜水,水质较好,底板为厚, $7.5 \sim 16.0 \text{ m}$ 的粉质粘土,分布连续稳定(见图2)。

由于受黄河故道的影响,含水层在故道两侧底板埋藏较浅,中间埋藏较深,形成一条“槽”,黄河故道内,含水层厚度较大,并且介质颗粒较粗,见图3。

区内地下水主要接受大气降水、渠道渗漏、农灌回渗等就地垂直补给,补给区与含水层分布区基本一致,主要由自然蒸发、人为开采、河流排泄、侧向径流等方式排泄;由于

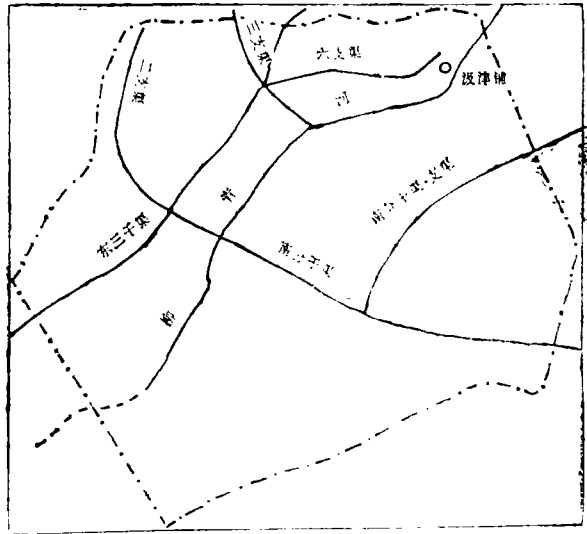


图2 勘探区内引黄灌渠系分布图

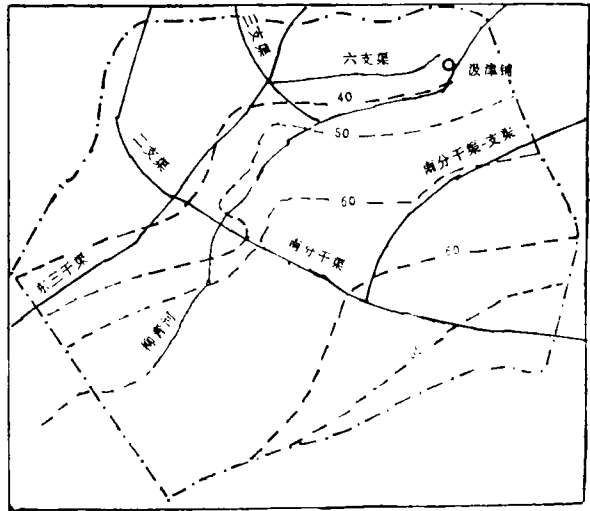


图3 含水层砂层厚度等值线图

引黄灌渠渗漏强烈,地下水动态为水文-气象型,水位年变幅 $1 \sim 2 \text{ m}$ 左右。由于受渠道渗漏影响,区内地下水位呈水丘状,水位最高点位于东三千渠与南分干渠两大渠道的交汇处,向四周径流排泄,天然水力坡度 $1/1000$ 左右。

#### 3.2 水文地质模型及数学模型

经对计算区勘探目的层的内部结构、边界性质、水文地质分区、含水层水力性质、地下水的补给、迳流、排泄特征及地下水动态特征的分析,将计算区水文地质概念模型

描述如下:

全区地下水为潜水, 经各种抽水试验的分析和计算, 含水介质为非均质各向同性, 计算区周边界均为透水边界, 通过周边界区内地下水侧向迳流补给或排泄, 顶板为透水边界, 底板为近似隔水边界, 按区内黄河故道及漫滩相可划分为弱、中、较强、强及极强径流区, 地下水运动符合达西定律; 区内地下水处于动平衡状态, 水质较好, 符合生活饮用水标准。

该计算区地下水渗流定解问题为:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[ k (H - z_0) \frac{\partial H}{\partial x} \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[ K (H - z_0) \frac{\partial H}{\partial y} \right] \\ & + W \cdot \delta (x - x_0) (y - y_0) \\ & + \varepsilon = \mu \frac{\partial H}{\partial t} \end{aligned} \quad (x, y) \in \Omega, t \geq 0 \quad (3)$$

$$H(x, y, t) = H_0(x, y) \quad (x, y) \in \Omega, t = 0 \quad (4)$$

$$H(x, y, t) = H_1(x, y, t) \quad (x, y) \in \Gamma_1, t > 0 \quad (5)$$

$$K(H - z_0) \frac{\partial H}{\partial n} = q(x, y, t) \quad (x, y) \in \Gamma_2, t > 0 \quad (6)$$

式中  $z_0(x, y)$  —— 含水层底板标高, (L);  
 $H(x, y, t)$  —— 地下水水头, (L);  
 $K(x, y)$  —— 渗透系数, ( $LT^{-1}$ );  
 $W(x, y)$  —— 开采井量, ( $L^3T^{-1}$ );  
 $H_0(x, y)$  —— 地下水头初值系数, (L);  
 $H_1(x, y, t)$  —— 一类边界处水头分布函数, (L);  
 $\vec{n}$  —— 二类边界段处的外法线方向矢量;

$\Omega$  —— 计算区域;

$q(x, y, t)$  —— 二类边界段处的地下水侧向单宽补给量, ( $L^2T^{-1}$ );

$\varepsilon(x, y, t)$  —— 地下水垂向上的交换量, ( $L^3T^{-1}$ ).

将整个计算区域205.65km<sup>2</sup>, 剖分为715个三角形单元, 节点总数386个, 内节点331个, 边界节点55个。

经过一个水文年的长期动态资料的调参拟合, 特别是利用1995年5~6月大型群井抽水试验抽水期及恢复期的拟合, 求得了最佳参数组合, 确定了计算区的地下水渗流数学模型。经过调查和分析, 我们确定了分为丰水期和枯水期两个预测时段, 并确定了预测方案。由于引黄渠道的渗漏影响, 本区地下水在丰水季节向四周排泄, 但受含水介质颗粒较细, 渗透性不强的控制, 排泄量不大, 由于集中抽水, 且水量较大, 必然造成一段时间内, 由于抽水的影响使原本向外排泄的地段改变为补给地段, 使水流方向发生改变, 此时无论采用何种已往的人为边界办法均无法处理这种情况, 于是我们采用了前一节介绍的方法进行了计算, 计算步长分别采用4天和8天, 经反复试验, 这种步长较合适, 计算结果见图4。

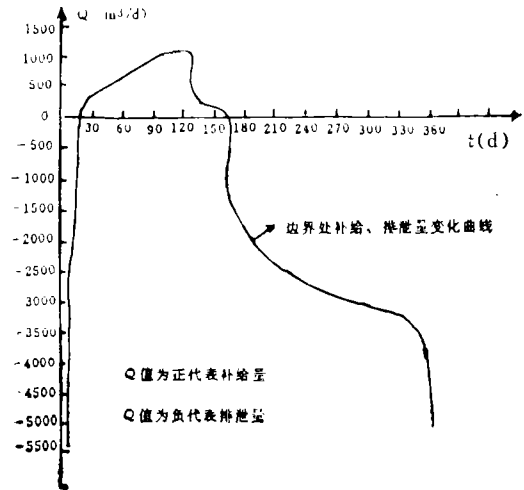


图4 计算区周边界处补给、排泄量计算实时曲线图

(下转第34页)

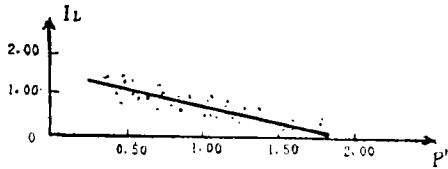


图4  $I_L \sim P$ 关系图

且  $0 < P < 4.00$ ;

$r$ ——相关系数。

### 3.3 相关分析

经验算,  $f_k \sim P$ 、 $E_{s1 \sim 2} \sim P$  及  $I_L \sim P$  相关系数分别为0.88、0.90及0.80, 均大于或等于0.80, 这说明  $P$  与  $f_k$ 、 $E_{s1 \sim 2}$  及  $I_L$  之间均分别具有较高的相关性。以上所建立的回归方程能较充分地表达  $P$  与  $f_k$ 、 $P$  与  $E_{s1 \sim 2}$  及  $P$  与  $I_L$  的相关关系, 在进行指标换算时具有一定的精度, 能作为一般工程粗判应用。

### 4 微型贯入试验的注意事项

(1) 应用WG-1型微型贯入仪进行贯入试验, 只能初步测定地基土的某些工程性质, 不能代替其它室内外测试工作。

(2) 因WG-1型微型贯入仪测试范围和精度有限, 故对特别软弱或特别坚硬的土体, 不宜应用该种仪器进行试验, 以免出现

指标失真和损坏仪器的现象。

(3) 在应用WG-1型微型贯入仪进行试验时, 因贯入阻力读数的大小取决于仪器内弹簧的弹性变形量, 而弹簧在长期使用过程中会发生材质疲劳和老化, 弹性系数会改变, 从而影响试验指标的准确性, 故应定期对仪器进行率定。

### 5 结束语

(1) 通过对比试验和部分试验指标相关关系的分析, 我们认为WG-1型微型贯入仪具备一定的测试精度和适用范围, 本文所建立的相关计算公式具有较高的相关性, 可应用于岩土工程中作为粗判的手段。

(2) 该种仪器体积小, 重量轻, 携带方便, 操作方法简单, 易于掌握使用。在岩土工程的选址勘察及施工验槽等阶段, 应用该仪器可以对地基土的工程性质作出快速且比较准确的判定和评价, 从而改变过去野外仅凭目测和手感鉴别土类和判定土性的状况。

在本项目的研究中, 我院高级工程师吴顺焕同志参与了工作; 撰文得到我院副总工程师姚永华高工的悉心指导, 笔者在此一并致谢。

(上接第22页)

从图4中可以看出: 抽水初期(对应于枯水期)边界处的排泄量迅速减少, 并发生逆转, 由排泄边界变为补给边界; 在抽水后期(对应于丰水期), 由于大气降水、渠道渗漏、灌溉回归等补给作用, 边界处的补给量迅速减少, 并又变为排泄边界, 对于这种实时变化, 一般的人为给定边界办法是无法办到的。

### 4 结语

边界确定及处理是水文地质数值法中一个至关重要的问题, 由于水文地质条件的复杂性, 切实难以查明和确定, 但是如果忽视这个问题, 则很难说数学模型的正确与准确, 这将直接影响地下水资源勘探与评价的

正确与准确, 很多水文地质专家曾提出了很多方法和办法, 笔者在进行河南省新乡火电厂水源地勘探与评价过程中, 针对该地区特殊的水文地质条件, 设计和实施了这种办法, 即动态边界处理办法, 现将其发表出来, 与水文地质同行商榷, 不足或谬误之处, 敬请指正。

### 参 考 文 献

- 1 笔谈会—《工程勘察》出版100期纪念. 工程勘察, 1986.5
- 2 孙勇. 地下水计算的数学模型耦合法. 军工勘察, 1993.3~4
- 3 孙勇. 地下水计算的数学模型耦合及其应用. 勘察科学技术, 1993.5