

# 评定EDM综合测距精度的新方法

章 辉

(中南工业大学 长沙 410083)

**【摘要】**本文提出了用方差、协方差分量拟合法来评定EDM的综合测距精度，应用矩阵的特征值及条件值分析了长短野外基线对回归法方程解的精度影响，并以一实例说明了其应用效果。

**【Abstract】**To estimate the precision of the EDM synthetical distance measurement by using the variance-covariance components fitting method is proposed in this paper. The influence of short or long field base line on the solution accuracy by regression equation is discussed. A practical example is given to illustrate its application results.

## 0 前言

EDM只有上基线场比测才能求出其综合测距精度，已成为人们的共识。但是，对EDM上野外基线检测的数据进行加、乘常数的最小二乘线性回归，以求得的剩余加、乘常数数值来评定EDM的综合测距精度是欠妥的。为此，笔者提出了用方差、协方差分量拟合法来评定EDM的综合测距精度，它只需要对原EDM野外基线检测方法的操作过程稍加改进就可以获得该法所需要的数据。

## 1 方差、协方差分量拟合原理

设EDM经野外基线检测求得的各段距离的真误差为 $\Delta_i$ ：

$$\Delta_i = \tilde{L}_i - L_i \quad (1)$$

$i = 1, 2 \dots n$ 。五段法 $n = 15$ ，六段法 $n = 21$ 。

式中 $\tilde{L}_i$ 代表第 $i$ 段距离的已知值，其误差忽略不计； $L_i$ 为EDM观测值。设对 $\tilde{L}_i$ 观测了 $m$ 次，得 $m$ 个真误差

$$\Delta_{ij} = \tilde{L}_i - L_{ij} \quad (2)$$

$j = 1, 2 \dots m$ 。根据方差计算公式，求得EDM测量距离 $\tilde{L}_i$ 的方差估值为

$$\hat{\sigma}_{\tilde{L}_i}^2 = \frac{\sum_{j=1}^m \Delta_{ij}^2}{m} = \frac{[\Delta\Delta]_i}{m} \quad (3)$$

笔者以为，可以将距离观测的真误差

$\Delta_i$ 分解成与距离无关的真误差 $\xi_1$ 及与距离成正比的真误差 $\xi_2$ 的合成，其函数式为

$$\Delta_i = \xi_1 + S_i \xi_2 \quad (4)$$

式中 $S_i$ 是以 $K_m$ 为单位的 $\tilde{L}_i$ 值。对式(4)应用协方差传播率得

$$\sigma_{\Delta_i}^2 = \sigma_{\xi_1}^2 + S_i^2 \sigma_{\xi_2}^2 + 2S_i \sigma_{\xi_1 \xi_2} \quad (5)$$

令 $\theta_1 = \sigma_{\xi_1}^2$ ， $\theta_2 = \sigma_{\xi_2}^2$ ， $\theta_3 = \sigma_{\xi_1 \xi_2}$ ，则可将式(5)化为

$$\sigma_{\Delta_i}^2 = \theta_1 + S_i^2 \theta_2 + 2S_i \theta_3 \quad (6)$$

为求得三个方差，协方差分量 $\theta_1$ ， $\theta_2$ ， $\theta_3$ 的估值，构造如下线性回归函数

$$V_i = \hat{\theta}_1 + S_i^2 \hat{\theta}_2 + 2S_i \hat{\theta}_3 - \hat{\sigma}_{\Delta_i}^2 \quad (7)$$

其矩阵形式为

$$V = B \hat{x} - f \quad (8)$$

式中

$$V = (V_1, V_2 \dots V_n)^T$$

$$\hat{x} = (\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3)^T \quad (9a)$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & S_1^2 & 2S_1 \\ 1 & S_2^2 & 2S_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & S_n^2 & 2S_n \end{pmatrix}$$

$$f = (\hat{\sigma}_{\Delta_1}^2, \hat{\sigma}_{\Delta_2}^2 \dots \hat{\sigma}_{\Delta_n}^2) \quad (9b)$$

在最小二乘原理 $V^T V = \min$ 下，式(8)

的法方程为

$$B^T B \hat{x} - B^T f = 0$$

将式(9)代入式(10)得法方程的纯量形

式为

$$\begin{pmatrix} n & [S^2] & 2[S] \\ & [S^4] & 2[S^3] \\ \text{对称} & & 4[S^2] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\theta}_1 \\ \hat{\theta}_2 \\ \hat{\theta}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\hat{\sigma}^2] \\ [S^2\hat{\sigma}^2] \\ 2[S\hat{\sigma}^2] \end{pmatrix} \quad (11)$$

解方程式(11)即可以求得方差、协方差分量估值,代入式(6)即得EDM的综合测距精度方程。

### 2 长短基线对法方程解的影响

由式(11)知,最小二乘线性回归方程的系数矩阵是仅与基线场距离分布有关的实对称矩阵,因此 $B^TB$ 的状态值定义为

$$\text{cond}_2(B^TB) = \frac{|\lambda_{\max}|}{|\lambda_{\min}|} \quad (12)$$

式中, $\lambda_{\max}, \lambda_{\min}$ 分别为 $B^TB$ 阵的最大,最小特征值。系数矩阵的状态值可以表示该线性方程组对于小的扰动的敏感程度,状态值愈大,扰动对解的结果影响就愈大。过大的状态值会使方程(11)呈病态而使其解的误差变大,造成求得的该EDM的综合测距精度估计方程式(6)失效。因此有必要讨论长短基线对 $\text{cond}_2(B^TB)$ 值的影响。

图1为两条野外基线的距离分布图。其中No.1为一条短基线的距离分布图,基线全长599m,分五段 $n=15$ ,15段组合距离的平均值等于252.8m;No.2为一条长基线的距离分布图,基线全长1992m,分六段 $n=21$ ,21段组合距离的平均值等于896m。

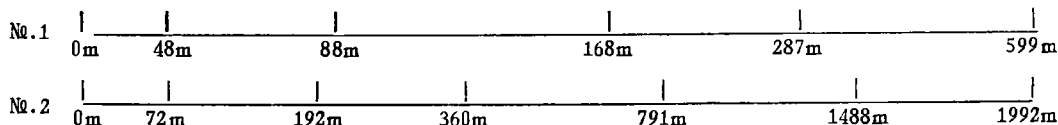


图1 长、短基线距离分布图

经编程计算求得上述两条基线的 $B^TB$ 阵及特征值、状态值列于表1

表1 长、短基线的 $B^TB$ 阵及其特征值、状态值

序	$B^TB$ 阵	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\text{Cond}_2(B^TB)$
No.1	$\begin{pmatrix} 15 & 1.4606 & 7.5840 \\ & 0.3460 & 1.3615 \\ \text{对称} & & 5.8422 \end{pmatrix}$	19.4773	0.0095	1.7015	2055.63
No.2	$\begin{pmatrix} 21 & 24.9168 & 37.6452 \\ & 63.6236 & 76.7991 \\ \text{对称} & & 99.6673 \end{pmatrix}$	9.7190	0.7916	173.78	219.539

可以验证,表1中两条基线的数据满足 $\text{tr}(B^TB) = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$ ,说明 $B^TB$ 的特征值计算无误。

表1的数据表明,采用方差、协方差分量拟合法估计EDM的综合测距精度时,长基线比短基线的拟合精度高,为此,选图1的No.2基线作EDM检测实验。

### 3 实例

表2列出了我校测量教研室一台DI4L红外测距仪于1988年在湖南长沙坪塘野外基线场检测的数据。表中的 $\hat{\sigma}^2$ 依式(2),(3)计算而来。实测时,每段距离观测10次,即 $m=10$ ,每次测距的时间间隔为30s。采用式(2)计算 $\Delta_{ij}$ 时, $L_{ij}$ 已加上了气象改

表 2 DI4L№.45770 检定日期: 1988年6月16日

序	$\tilde{L}^1$ (m)	$\hat{\sigma}_1^2$ (mm <sup>2</sup> )
1	72.0924	16.01
2	192.1577	17.24
3	360.1674	20.17
4	791.8683	18.75
5	1488.6081	27.15
6	1992.8992	33.14
7	120.0653	16.09
8	288.0750	15.39
9	719.7759	20.51
10	1416.5157	23.88
11	1920.8068	30.57
12	168.0079	15.13
13	599.7106	18.67
14	1296.4504	24.58
15	1800.7415	32.18
16	431.7009	19.55
17	1128.4407	20.83
18	1632.7317	31.56
19	696.7398	18.76
20	1201.0309	19.78
21	503.9999	20.13

正及在我校EDM检测中心28m长的室内导轨基线检定的加常数和周期误差改正。测距时,为减小气象代表性误差的影响,在测站和镜站都放置了通风干湿温度计。对表1中9段1km以上的基线进行测量时,还在测、镜站的中点安置了温度计。

利用表2的数据求得该台DI4L的方差、协方差分量的估值为

$$\hat{\theta}_1 = 16.50, \hat{\theta}_2 = 3.65, \hat{\theta}_3 = 0.61$$

代入式(6)得该仪器的测距综合精度估计

(上接第63页)  
 mh = +2.05mm - 2.05mm  
 mk = t5.73mm - 5.73mm  
 ※※※S※※※  
 S1 = 6  
 S2 = 5.6  
 S3 = 6.1  
 S4 = 6.2

※※※N※※※  
 N1 = 46  
 N2 = 43  
 N3 = 47  
 N4 = 48

方程为

$$\sigma_i^2 = 16.50 + 3.65S_i^2 + 1.22S_i \quad (12)$$

将 $\hat{\theta}_1$ 及 $\hat{\theta}_2$ 开根号即得仪器的固定误差和比例误差分别为

$$\hat{\sigma}_{\xi_1} = \pm 4.06\text{mm}, \hat{\sigma}_{\xi_2} = \pm 1.91 (10^{-6})$$

DI4L的标称误差为5mm + 5 × 10<sup>-6</sup>。经检测,该仪器达到了标称精度指标。

#### 4 结束语

通过本文的讨论,可以得出以下结论

(1) 方差、协方差分量拟合法能比较准确地求出EDM的综合测距精度指标。精度方程式(6)非常便于导线网或边角网平差时,准确地计算边长观测值的初始权。

(2) 鉴于在当前的工程测量中,边长值多在2km以内,因此,EDM上野外基线检测以在类似图1No:2的基线上为好。也可以在更长一些的基线上检测,但切勿在短基线上检测,以免损害解的精度。

(3) 固定误差与比例误差的协方差亦不容忽视。

#### 参 考 文 献

- 1 国家测绘总局.中、短程光电测距规范.北京:测绘出版社,1988
- 2 覃辉,李满苗.EDM野外基线检测的可靠性分析.勘察科学技术,1992(3)
- 3 覃辉.最小和法在EDM检测中的应用.军工勘察.1993(3)
- 4 覃辉.EDM回归方程预报置信区间宽度与检定基线长度的关系.四川测绘,1993(3)

S5 = 5.5                      N5 = 43  
 S6 = 6                         N6 = 47  
 S7 = 5.5                      N7 = 44  
 ※※※H※※※  
 H1 = 14.311                H5 = 8.55  
 H2 = 3.106                 H6 = 5.248  
 H3 = 2.172                 H7 = 6.95  
 H4 = 8.26