

岩体演化的非线性动力学模型与稳定性分析

孙瑛琳¹ 许传华² 韩绍瑛³

(1 长春工程学院, 吉林长春 130021; 2 中钢集团马鞍山矿山研究院有限公司, 安徽马鞍山 243004;
3 河北中核岩土工程有限责任公司, 河北石家庄 9050021)

【摘要】 以时间序列为基础, 应用支持向量机建立岩体演化的非线性动力学模型, 依据 Lyapunov 指数给出最长可预报时间, 并通过函数拟合、变量代换将其化为标准的尖点突变模型, 利用突变理论对其进行稳定性分析。结果表明, 该模型预测效果理想, 并具有良好的推广能力。

【关键词】 支持向量机; 时间序列; 非线性动力学; 尖点突变

【中图分类号】 TU 457

Nonlinear Dynamics Model of Rock Evolution and Stability Analysis

Sun Yinglin¹ Xu Chuanhua² Han Shaoying³

(1. Changchun Institute of Technology, Changchun Jilin 130021;

2. Geotechnical Department of Maanshan Institute of Mining Research, Maanshan Anhui 243004;

3. Nuclear Industry of China Geotechnical Engineering CO., LTD, Shijiazhuang Hebei 050021 China)

【Abstract】 On the basis of displacement-time series, a nonlinear dynamics model is set up with support vector machine. The longest forecasting time is provided according to Lyapunov exponents and a standard cusp catastrophe model can be obtained through variable substitution and function fitting. The results shows that this model can make satisfactory prediction results.

【Key Words】 support vector machines; displacement-time series; nonlinear dynamics; cusp catastrophe

0 引言

位移是岩体结构中易得的观测资料, 它是各个因素综合作用的结果, 包含了岩体演化的大量信息, 因此位移是岩体结构在开挖或变形过程中反馈出的重要信息之一。通过监测岩体结构位移的变化, 可以及时了解岩体结构的稳定状态, 用监测到的历史位移值进行建模以对其未来的演化规律、发展趋势等进行预测, 及时掌握岩体的变化规律, 在工程上有十分重要的意义^[1]。许多学者采用不同方法从位移时间序列中提取滑坡演化信息, 运用传统时序分析理论、灰色系统理论、混沌学、非线性动力学等原理, 并建立了相应的模型。近年来出现了一种新的学习机—支持向量机, 它可以根据结构风险最小化原理来自动学习问题模型的结构。支持向量机是基于统计学习理论的小样本学习方法, 采用结构风险最小化原则, 具有良好的推广能力, 同时支持向量机需要调整的参数少, 估计未知参数是一个凸目标函数的优化问题, 可以用标准的二次型规划问题来解决, 计算速度快且不存在局部最小, 模型结构由样本集中最能提供信息的子样本集即支持向量来决定, 通过

改变支持向量的数目就可以很容易的连续改变模型结构, 可以得到和控制模型泛化误差的上界, 并且独立于训练集和测试集的分布^[2]。本文采用基于支持向量机的混沌时间序列预测方法建立岩体的非线性动力学模型, 并据此进行稳定性的突变分析。

1 支持向量机的基本原理

支持向量机是 Vapnik 等人根据统计学习理论提出的一种新的通用学习方法, 它是建立在统计学习理论的 VC 维理论和结构风险最小原理基础上的, 能较好地解决小样本、非线性、高维数和局部极小点等实际问题, 已成为机器学习界的研究热点之一, 并成功地应用于分类、函数逼近和时间序列预测等方面。

支持向量机用来解决回归问题, 首先考虑用线性函数 $f(x) = wx + b$ 拟合数据 $\{x_i, y_i\}, i = 1, 2, \dots$, 假设所有训练数据在 ϵ 精度下无误差地用线性函数拟合, 即

$$\left. \begin{aligned} y_i - wx_i - b &\leq \epsilon \\ wx_i + b - y_i &\leq \epsilon (i = 1, 2, \dots, k) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

优化目标是最小化 $\frac{1}{2} \|w\|^2$ 。根据统计学习理论, 在这个优化目标下可取得较好的推广能力。考虑到允许误差的情况, 引入松弛因子 $\xi_i \geq 0$ 和 $\hat{\xi}_i \geq 0$,

则式(1)变为优化

$$\left. \begin{aligned} y_i - wx_i - b &\leq \varepsilon + \xi_i \\ wx_i + b - y_i &\leq \varepsilon + \xi_i^* \quad (i = 1, 2, \dots, k) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

目标是最小化 $\frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^k (\xi_i + \xi_i^*)$, 其中,

$$\left. \begin{aligned} \min \left[\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^k (a_i - a_i^*)(a_j - a_j^*)(x_i x_j) - \sum_{i=1}^k y_i (a_i - a_i^*) \right] + \varepsilon \sum_{i=1}^k (a_i + a_i^*) \\ \sum_{i=1}^k (a_i - a_i^*) = 0, 0 \leq a_i, a_i^* \leq C, i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\text{据此可得到支持向量机拟合函数为 } f(x) = wx + b = \sum_{i=1}^k (a_i - a_i^*)(x \circ x_i) + b \quad (4)$$

其中 $a_i - a_i^*$ 的不为零对应的样本数据就是支持向量。

对于非线性支持向量回归, 可以通过非线性映射将原问题映射到高维特征空间中的线性问题进行求解。在高维特征空间中, 线性问题中的内积运算可用核函数来代替, 即 $K(x_i, x_j) = \phi(x_i) \phi(x_j)$, 核函数可以用原空间中的函数来实现, 没有必要知道非线性映射的具体形式, 从而巧妙地解决了因 ϕ 未知而 W 无法显式表达的问题。常用的核函数有多项式核函数、径向基函数(RBF)、Sigmoid 函数等。

2 岩体演化的非线性动力学模型

2.1 岩体位移的最长预报时间

坝基或边坡工程中大量的原位观测得到的时间序列位移数据, 反映了岩体系统在环境与荷载等作用下产生的效应量动态演变过程, 这种单一的时间变量序列包含了十分丰富的混沌信息, 因此在用支持向量机对岩体工程系统的位移进行预测之前, 首先要解决其可预测性问题, 即根据混沌时间序列的非线性性质, 求出时间序列的 Lyapunov 指数, 据此估计最大可预报时间尺度。

一般地, 定义最长预报时间为: $T_m = \frac{1}{\lambda_1}$ λ_1 为 Lyapunov 指数。

它表示系统状态误差增加一倍所需要的最长时间, 可以作为短期预报的可靠性指标之一。Lyapunov 指数的计算采用基于重构相空间的小数据量方法。

2.2 基于支持向量机的非线性动力学模型

对于岩体演化的非线性位移时间序列, 通过监测获得其位移随时间变化的一个时间序列 $\{x_i\} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 利用支持向量机对这 n 个实测位移的学习可以获得该时间序列的非线性关系, 依据学习后的支持向量机采用公式(4), 即可进行岩体演化的位移预测预报。

常数 $C > 0$, C 表示对超出误差 ε 的样本的惩罚程度。通过定义 Lagrange 函数采用优化方法可以得到如下二次型问题:

3 岩体演化的突变分析

岩体的失稳破坏是一个突变过程, 因而可以用突变理论来分析和解释岩体的失稳破坏机理^[3]。

由于位移观测值随时间而变化, 此时所研究的岩体系统的位移值可用某一连续的函数 $S = f(t)$ 来表示这种变化, t 为加载时标, 将函数进行泰勒级数展开, 依据斋藤所作的试验动态曲线, 可知用三阶的动力学模型描述位移变化是足够精确的, 所以拟合岩体位移-时间曲线时截取至 4 次项, 则

$$S = \sum_{i=1}^4 a_i t^i \quad (5)$$

$$\text{式中: } a_i = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial^i f}{\partial t^i}.$$

令 $t \rightarrow x - \frac{a_3}{4a_4}$, 则可将式(5)化成尖点突变的标准势函数形式

$$V(x) = x^4 + ux^2 + vx \quad (6)$$

$$\text{式中: } u = \frac{a_2}{a_4} - \frac{3a_3^2}{8a_4^2}; v = \frac{a_1}{a_4} - \frac{a_2 a_3}{2a_4^2} - \frac{a_3^3}{8a_4^3}.$$

$$\text{平衡曲面方程 } M \text{ 为 } \frac{\partial V}{\partial x} = 4x^3 + 2ux + v \quad (7)$$

根据尖点分叉集理论, 得到分叉集方程为

$$\Delta = 8u^3 + 27v^2 \quad (8)$$

显然, 只有当 $u \leq 0$ 时, 系统才可能跨越分叉集发生突变。

上式即为岩体系统突发失稳的充要判据。突变特征值 Δ 的大小可以作为岩体演化状态与临界状态的距离。发现滑坡发生时, Δ 会出现突降至近 0 值^[4]。因此可将突变特征值 Δ 作为表示岩体系统稳定程度的物理指标。

4 实例分析

某滑坡是一个塬边黄土滑坡, 1971 年发现裂缝, 从该年 3 月 11 日起对其进行变形观测至 5 月 5 日其产生剧滑。本文用支持向量机对其进行预测, 其中后

10个数据用于检测支持向量机的预测能力。

对训练集中的前51组数据采用小数据量的方法计算出时间序列的Lyapunov指数 $\lambda_1 = 0.0083$,表明该时间序列的最长可预报时间为 $1/\lambda_1 = 120d$ 。

学习样本集确定以后,位移预测模型的建立主要是选择相应的支持向量机参数:核函数和惩罚参数C,它们对预测结果影响很大,它们的合理确定直接影响到很多应用模型的精度和推广能力。有很多应用经验表明,径向基函数具有良好的学习能力^[5],本文也选择径向基函数,即 $K(x, y) = \exp\left(-\frac{\|x-y\|^2}{2\sigma^2}\right)$ 。

参数选取采用交叉验证法^[9],即选择几组不同的C和 σ 值,从训练集中的训练数据推导出支持向量值,选择其中使确认集中数据错误最小的那一组C和 σ 作为模型的参数。经过比较,选取参数 $C = 0.9, \sigma = 500$ 。预测过程中,为提高预测准确性,应充分利用最新的信息,即将最新观测数据加入时间序列中进行下一步的预测。用该模型对后10个数据(见表1)进行预测,预测结果见图1,由此可看出该模型预测精度较高,效果良好。

表1 用于检验的位移观测数据

监测值/mm	预测值/mm	绝对误差/mm	相对误差/(%)
26.0	27.1	1.1	4.2
27.0	26.7	-0.3	-1.1
28.2	28.4	0.2	0.7
30.0	29.1	-0.9	-3.0
31.0	29.4	-1.6	-5.3
32.0	32.7	0.7	2.2
33.0	34.1	1.1	3.3
42.0	40.5	-1.5	-3.6
47.0	45.4	-1.6	-3.4
61.0	48.7	-12.3	-20.1

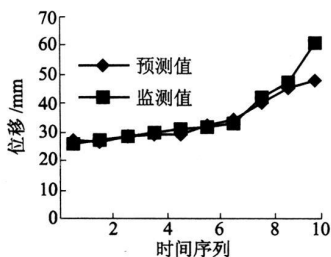


图1 位移预测值和监测值关系曲线

从表1可看出,边坡突发失稳前的位移预测精度较高,但在近突变点处,预测精度明显偏低,这表明滑坡发生失稳时的位移变化不再符合由以前的位移观测数据确定的位移变化规律。因此突变点处的位移预测有待进一步的研究。

将时间序列数据代入突变方程计算出突变特征值 Δ ,其变化曲线见图2。由图可看出滑坡前突变特征值 Δ 明显降低并接近于零,即在斜坡演化过程中,随着控制变量的变化,斜坡跨越分叉集时,状态变量(位移值)发生突变从而导致滑坡。这与现场实际较为一致。

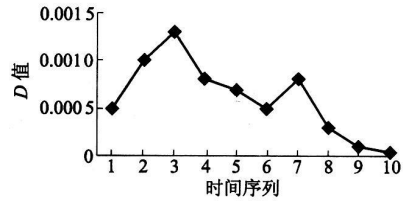


图2 突变特征值变化曲线

5 结论

本文借助现代人工智能的相关研究成果,提出了基于支持向量机的非线性动力学模型预测模型,并将该非线性动力学模型与非线性的突变理论相结合,以便于及时反映岩体的演化方向并对其稳定性作出预测和判断,这对于建立边坡或坝基等岩体工程系统的监测预警系统具有重要的实际意义。

参考文献

- [1] 冯夏庭. 智能岩石力学导论[M]. 北京: 科学出版社, 2000: 104-111.
- [2] 张浩然, 韩正之, 李昌刚. 基于支持向量机的非线性系统辨识[J]. 系统仿真学报, 2003, 15(1): 119-121.
- [3] 秦四清, 张倬元, 王士天, 等. 非线性工程地质学导引[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 1993.
- [4] 尤辉, 秦四清, 朱世平, 等. 滑坡演化的非线性动力学与突变分析[J]. 工程地质学报, 2001, 9(3): 331-335.
- [5] Poggio T, Girosi F. Networks for approximation with support learning machines[D]. Tech. University Of Munich, 1996.
- [6] 王定成, 方廷健, 唐毅, 等. 支持向量机回归理论与控制的综述[J]. 模式识别与人工智能, 2003, 16(2): 192-197.